

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROJETO DE GRADUAÇÃO

CAIO MONTOVANELLI
PAULO VICTOR FARDIN DAMASCENA

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE NORMAS NO DIMENSIONAMENTO A
PUNÇÃO EM LAJES LISAS

VITÓRIA / ES
2021

CAIO MONTOVANELLI
PAULO VICTOR FARDIN DAMASCENA

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE NORMAS NO DIMENSIONAMENTO A
PUNÇÃO EM LAJES LISAS**

Projeto de graduação submetido ao Departamento de Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para conclusão do Projeto de Graduação.

Orientador: Prof. Dr. Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi.

VITÓRIA / ES
2021

CAIO MONTOVANELLI
PAULO VICTOR FARDIN DAMASCENA

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE NORMAS NO DIMENSIONAMENTO A
PUNÇÃO EM LAJES LISAS**

COMISSÃO AVALIADORA

Prof. Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi
DEC/CT/UFES
Orientador

Prof. Marcos Antônio Campos Rodrigues
DEC/CT/UFES
Examinador interno

Profa. Elisabeth Junges
DEC/CT/UFES
Examinadora interna

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter permitido que eu tivesse saúde e determinação para não desanimar durante as muitas etapas do curso.

A esta universidade, seu corpo docente, direção e administração, essenciais no meu processo de formação profissional, pela dedicação, e por tudo o que aprendi ao longo dos anos do curso.

Aos meus pais e toda minha família, por todo amor incondicional e por nunca terem medido esforços para me proporcionar um ensino de qualidade durante todo o meu período escolar.

Ao professor Dr. Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi, pela orientação, apoio e confiança.

“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo mundo vê.”

Arthur Schopenhauer

RESUMO

O presente trabalho tem como finalidade realizar uma análise comparativa entre o dimensionamento à punção em lajes lisas, protendidas ou não, segundo as diretrizes das normas NBR 6118:2014, EN 1992-1-1 2004 e ACI 318-19 com o auxílio de rotinas de cálculo elaboradas no Microsoft Excel. Além da comparação entre normas, com o intuito de auxiliar a rotina de cálculo do engenheiro calculista, foi elaborada uma planilha de dimensionamento e detalhamento da armadura de punção segundo à norma NBR 6118:2014, onde foi criada uma interface de entrada de dados que também contém as informações necessárias para o correto preenchimento dos valores. Para a obtenção dos esforços atuantes nos pilares, na ligação laje pilar foi utilizado o software TQS 22.3. Os resultados do dimensionamento possibilitaram a análise da influência de cada parâmetro no resultado final, como sobrecarga, resistência característica à compressão do concreto, taxa de armadura de flexão, nível de protensão da laje e seção dos pilares. Por fim, os resultados dos procedimentos normativos foram comparados entre si, e de modo geral, a norma americana se mostrou mais conservadora que os demais procedimentos.

ABSTRACT

The following work aims to perform a comparative analysis between the design of punch shear in flat slabs, prestressed or not, based on the three standards NBR 6118: 2014, EN 1992-1-1 2004 and ACI 318-19 with the aid of routines of calculations made in Microsoft Excel. In addition to the comparison between standards, in order to assist the calculation routine of the civil engineer, a sizing and detailing sheet of the punching shear reinforcement was developed according to the NBR 6118: 2014 standard, where a data input interface was created that also contains the necessary information for the correct filling of the values. To obtain the forces acting on the columns, the TQS 22.3 software was used. The results of the design made it possible to analyze the influence of each parameter on its final result, such as overload, characteristic resistance to concrete compression, flexural reinforcement rate, prestressing level of the slab and section of the columns. Finally, the results of the normative procedures were compared with each other and in general the American standard proved to be more conservative than the other procedures.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
Ac	Área de concreto
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
A_{sw}	Área de armadura transversal em um contorno completo, paralelo a C'
b_o	Perímetro crítico da seção sobre o pilar
C	Contorno da área do pilar
C'	Contorno crítico, distante 2d de C
C''	Contorno crítico, distante 2d da última linha de armadura
C_1	Dimensão do pilar na direção da excentricidade
C_2	Dimensão do pilar perpendicular a excentricidade
C_{AB}	Distância do eixo centroide da seção do pilar ao perímetro crítico na direção de analisada
d	Altura útil da laje
EN	<i>Eurocode</i>
e^*	Excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação ao centro do pilar, no plano perpendicular a borda livre da laje
f_{cd}	Resistência de cálculo do concreto a compressão
f_{ck}	Resistência de projeto do concreto a compressão
f_{pc}	Tensão de compressão no plano transversal, causada pela protensão
F_{sd}	Reação do pilar ou força concentrada de cálculo
f_{yt}	Resistência ao escoamento do reforço transversal
f_{ywd}	Resistencia de cálculo da armadura transversal
$f_{ywd,ef}$	Resistencia de cálculo da armadura de punção
h	Altura da laje
J_c	Propriedade análoga ao momento polar de inercia
K	Coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2
l_1	Maior dimensão do pilar
l_2	Menor dimensão do pilar
M_{Ed}	Momento solicitante de cálculo
M_{Sd}	Momento solicitante de cálculo

M_{sd1}	Momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano perpendicular a borda livre
M_{sd2}	Momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano paralelo a borda livre
M_{sd}^*	Momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação ao centro do pilar
p	Distância entre a face do pilar e última linha de armadura
s_r	Espaçamento radial da armadura transversal
u	Perímetro crítico em C'
u_o	Perímetro crítico em C
u_1	Comprimento do perímetro básico de controle
u^*	Perímetro crítico reduzido em C'
u_o^*	perímetro crítico reduzido em C
V_{Ed}	Força concentrada ou reação de apoio de cálculo
V_u	Força ou reação de punção de cálculo
V_p	Componente vertical da força de protensão;
W_p	Módulo de resistência plástica
W_1	Módulo de resistência plástica
α	Ângulo formado entre a armadura de punção e o plano da laje
β	Coeficiente usado para determinar a parcela de momento considerado no cálculo de tensão solicitante
γ_c	Coeficiente de segurança do concreto
γ_f	Fator que determina a parcela de momento transferido pela flexão da laje para a ligação
λ_s	Fator usado para modificar a resistência ao cisalhamento com base nos efeitos da profundidade do membro
γ_v	Fator que determina a parcela de momento gerado pelo cisalhamento na ligação pilar-laje
λ	Fator de modificação para refletir a redução das propriedades mecânicas do concreto leve em reação a concreto de peso normal
v_{Ed}	Tensão solicitante de cálculo
$v_{Rd,MAX}$	Tensão resistente máxima;
$v_{Rd,C}$	Tensão resistente da laje, sem armadura de punção

v_{min}	Tensão resistente ao cisalhamento mínima
$v_{Rd,CS}$	Tensão resistente da laje, com armadura de punção
v_n	Tensão equivalente no concreto correspondente à força nominal de resistência ao cisalhamento bidirecional da laje
v_u	Tensão de cisalhamento bidirecional máxima solicitante calculada ao redor do perímetro de uma determinada seção crítica.
ρ	Taxa geométrica de armadura passiva
σ_{cp}	Tensão de compressão causada pela protensão
τ_{Sd}	Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo
τ_{Rd2}	Tensão de cisalhamento resistente de cálculo, usado para verificar a compressão diagonal sobre o pilar
τ_{Rd1}	Tensão de cisalhamento resistente de cálculo, usado para verificar a tração diagonal em elementos de concreto não armados
τ_{Rd3}	Tensão de cisalhamento resistente de cálculo, usado para verificar a tração diagonal em elementos de concreto com armadura transversal

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplo de laje plana.....	21
Figura 2 - Distribuição de momentos em torno dos pilares em lajes planas.	21
Figura 3 - Mecanismo de ruptura da laje lisa em corte.....	22
Figura 4 - Distribuição das fissuras em volta do pilar antes da ruptura	22
Figura 5 - Influencia do concreto na resistência à punção acompanhando a função raiz cúbica da resistência do concreto	24
Figura 6 - Influencia do concreto na resistência à punção acompanhando a função raiz cúbica da taxa de armadura de flexão.....	25
Figura 7 - Distribuição radial (esq.), distribuição em cruz (dir).	27
Figura 8 - Armadura posicionada de maneira a costurar o caminho da ruptura. 28	
Figura 9 – Diferentes formas de uso do estribo: Simples, duplo, triplo e em gancho	29
Figura 10 –Conectores tipo pino para reforço contra puncionamento.....	30
Figura 11 - Reforço contra puncionamento tipo shearhead	31
Figura 12 - Tipo de ruptura mais usual por puncionamento em pilar interno	32
Figura 13 - Tipo de ruptura mais usual por puncionamento em pilar de borda e de canto	33
Figura 14 - Tipo de ruptura por punção que ocorre antes da armação	34
Figura 15 - Tipo de ruptura por punção que atravessa a armação	34
Figura 16 - Tipo de ruptura por punção que ocorre depois da armação	35
Figura 17 - Esforços gerados pela tensão do cabo	37
Figura 18 - Perímetros críticos para pilares internos, de borda e de canto	38
Figura 19 - Seção considerada para o cálculo de ρ	40
Figura 20 - Altura útil da laje	40
Figura 21 - Dimensões C1 e C2.....	42
Figura 22 - Perímetro crítico C" e valor de p	43
Figura 23 - Dimensões C1 e C2 para pilares internos com momentos nas duas direções.....	44
Figura 24 - Perímetro crítico e perímetro crítico reduzido em C' para pilares de borda.....	45
Figura 25 - Modelo de análise para pilares de canto.....	48

Figura 26 - Perímetro crítico e perímetro crítico reduzido em C' para pilares de canto	49
Figura 27 - Modelo de análise	51
Figura 28 Perímetro básico de controle	56
Figura 29 - Modelo de análise da norma americana.	57
Figura 30 - Propriedades do perímetro crítico	60
Figura 31 – Entrada de dados	63
Figura 32 – Dados da protensão	64
Figura 33 - Convenção para pilar interno	65
Figura 34 - Convenção para pilar de borda.	65
Figura 35 - Convenção para pilares de borda.	65
Figura 36 - Verificações de tensão	66
Figura 37 - Resultado do dimensionamento	66
Figura 45 - Modelo utilizado para análise	73
Figura 46 – Dimensão dos Pilares	74
Figura 47 - Modelo 1	81
Figura 48 - Modelo 2	81
Figura 49 - Cabos a menos de $d/2$ da face do pilar	83
Figura 50 - Cabos a menos de $2d$ da face do pilar	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Valores do coeficiente K	42
Tabela 2 - Valores do coeficiente K	55
Tabela 3 – Resumo das variáveis utilizadas	75
Tabela 4 - Esforços solicitantes para pilares 30x30 e sobrecarga 3,0KN e 4,5KN.	76
Tabela 5 - Esforços solicitantes para pilares 30x30 e sobrecarga 6,0KN e 7,5KN.	76
Tabela 6 - Esforços solicitantes para pilares 30x30 e sobrecarga 9,0KN.	77
Tabela 7 - Esforços solicitantes para pilares 40x40 e sobrecarga 3,0KN e 4,5KN.	77
Tabela 8 - Esforços solicitantes para pilares 40x40 e sobrecarga 6,0KN e 7,5KN.	78
Tabela 9 - Esforços solicitantes para pilares 40x40 e sobrecarga 9,0KN.	78
Tabela 10 - Esforços solicitantes para pilares 50x50 e sobrecarga 3,0KN e 4,5KN.	79
Tabela 11 - Esforços solicitantes para pilares 50x50 e sobrecarga 6,0KN e 7,5KN.	79
Tabela 12 - Esforços solicitantes para pilares 50x50 e sobrecarga 9,0KN.	80
Tabela 13 - Resumo dos cabos a menos de $d/2$ do pilar	83
Tabela 14 - Resumo dos cabos a menos de $2d$ do pilar	84
Tabela 15 - Resultados NBR 6118:2014 com 2 cabos por metro	85
Tabela 16 - Resultados NBR 6118:2014 com 3 cabos por metro	86
Tabela 17 - Resultados EUROCODE com 2 cabos por metro	86
Tabela 18 - Resultados EUROCODE com 3 cabos por metro	87
Tabela 19 - Resultados ACI com 2 cabos por metro.....	87
Tabela 20 - Resultados ACI com 3 cabos por metro.....	88
Tabela 21 - Resultados NBR 6118 com 2 cabos por metro	88
Tabela 22 - Resultados NBR 6118 com 3 cabos por metro	89
Tabela 23 - Resultados EUROCODE com 2 cabos por metro	89
Tabela 24 - Resultados EUROCODE com 3 cabos por metro	90
Tabela 25 - Resultados ACI com 2 cabos por metro.....	90
Tabela 26 - Resultados ACI com 3 cabos por metro.....	91

1. SUMÁRIO

1. SUMÁRIO	29
2. 1 INTRODUÇÃO.....	16
1.1 Considerações Iniciais	16
1.2 Justificativa.....	17
1.3 Objetivos	18
1.3.1 Objetivo Geral	18
1.3.2 Objetivos Específicos	18
1.4 Metodologia.....	19
3. 2 REFERENCIAL TEÓRICO	20
2.1 Conceitos Fundamentais.....	20
2.2 Fatores que influenciam a resistência à punção	23
2.3 Os tipos de armadura contra puncionamento	26
2.4 Análise dos tipos de ruptura por punção.	32
2.5 Influência da protensão no dimensionamento à punção.	36
2.6 Procedimento Normativo	37
2.6.1 Norma Brasileira NBR (ABNT, 2014)	38
2.6.2 Eurocode 2: Design of concrete structures (EN 1992-1-1 2004).....	51
2.6.3 American Concrete Institute (ACI 318-19).....	56
3 PLANILHAS, APRESENTAÇÃO E VALIDAÇÃO	62
3.1 Planilha de detalhamento	62
3.1.1 Dados de entrada.....	62
3.1.2 Dados de saída	66
3.2 Validação das planilhas.....	67
4 DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES PARAMÉTRICAS.....	73

4.1 Considerações iniciais.....	73
4.2 Variáveis Analisadas	74
4.3 Esforços solicitantes considerados	75
4.4 Disposição das cordoalhas	80
4.5 Software Utilizado	84
6. 5 RESULTADOS	85
5.1 Pilar interno com momento em uma direção (P2)	85
5.2 Pilar interno com momento em duas direções (P3).....	88
7. 6 ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	92
6.1 Pilares internos com momento em uma direção	92
6.1.1 Comparação entre a NBR 6118:2014 e o EN 1992-1-1 2004	92
6.1.2 Comparação entre a NBR 6118:2014 e ACI 318-2019	94
6.1.3 Comparação entre o EN 1992-1-1 2004 e a ACI 318-2019	96
6.2 Pilares internos com momento em duas direções	99
6.2.1 Comparação entre a NBR 6118:2014 e o EN 1992-1-1 2004	99
6.2.2 Comparação entre a NBR 6118:2014 e ACI 318-2019	100
6.2.3 Comparação entre o EN 1992-1-1 2004 e a ACI 318-2019	102
7 CONCLUSÃO	105
7.1 Conclusões a respeito dos parâmetros analisados	105
7.2 Conclusões das análises comparativas entre procedimentos	106
7.2.1 Pilar interno, com momentos em uma direção	106
7.2.2 Pilar interno, com momentos em duas direções.....	107
7.2.3 Sugestão para trabalhos futuros	108
8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	109

2. 1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

Os sistemas estruturais estão em constante evolução e aperfeiçoamento, de tal forma que ao longo do tempo ocorreram modificações consideráveis nos sistemas mais utilizados. Essas modificações são guiadas por novas demandas da sociedade, para tornar o processo cada vez mais eficiente.

Inicialmente os sistemas estruturais eram compostos basicamente por lajes maciças, apoiadas sobre vigas, que por sua vez descarregam nos pilares, conduzindo assim os esforços para a fundação. Contudo com a necessidade cada vez maior de se construir edifícios mais altos e com maiores vãos, surgiu o modelo estrutural de laje plana, onde todas as cargas aplicadas nas lajes são transferidas diretamente para os pilares, sem a utilização de vigas, podendo ter ou não um engrossamento na região dos pilares. Este modelo estrutural foi apresentado inicialmente por Turner (1905).

Este novo modelo estrutural possui inúmeras vantagens em relação ao modelo previamente utilizado, como a possibilidade da execução de pé direito maior devido ausência das vigas, maior liberdade na execução das alvenarias, facilidade na execução do cimbramento, facilidade na concretagem e adensamento do concreto, maior qualidade no acabamento, e maior facilidade na execução do projeto hidráulico.

Em contrapartida, de acordo com Melges (2001), a ausência das vigas no modelo construtivo traz problema em relação à estabilidade da edificação. A falta de vigas travando os pilares e nas bordas da laje causa pequena rigidez em relação aos deslocamentos horizontais e transversais, causados por solicitação de vento e de efeitos de Segunda Ordem. Existem medidas simples para aumentar a rigidez da edificação como aumento das seções dos pilares ou travamento da estrutura no núcleo central (do elevador ou escada).

Outro grande problema é o efeito da punção, causado pela concentração de esforços no pilar, surgindo nesta região, esforço cisalhante que combinado com esforços de flexão podem causar ruptura da estrutura. Esta ruptura é perigosa por ser de natureza frágil, ou seja, não é precedida pelo escoamento do aço ou por aparição de trincas, ocorrendo de forma repentina. Por esse motivo

aumenta-se a importância de determinar medidas para que caso ocorra a ruína da estrutura, esta seja por flexão e não por cisalhamento.

Este problema pode ser solucionado de diferentes formas. Uma delas é a utilização de capitel, que é o aumento do volume de concreto na região da ligação laje x pilar, através do engrossamento da laje, aumentando assim a resistência ao cisalhamento, porém a presença dos capitéis acaba eliminando uma das grandes vantagens deste modelo que é a ausência de recortes nas formas das lajes. Outra forma de impedir a ruptura por punção é aumentando a resistência da laje ao cisalhamento através da utilização de armaduras montadas estrategicamente com esse objetivo. São essas chamadas armadura contra punção.

A NBR 6118:2014 define a ruptura por punção como “...um tipo de ruína que pode ocorrer quando forças concentradas (ou atuando em pequenas áreas) são aplicadas diretamente nas lajes, causando sua perfuração”. Além dos esforços axiais concentrados, principalmente em pilares de borda e de canto, pode haver também solicitação devido à momentos aplicados em uma ou duas direções.

O cálculo da resistência à punção de uma laje depende diretamente de alguns fatores como resistência à compressão do concreto (f_{ck}), altura da laje, taxa de armadura de flexão, geometria dos pilares, excentricidades dos carregamentos, área de contato entre pilar e laje, taxa de armadura de cisalhamento e influência dos cabos de protensão, em casos de lajes lisa protendidas. Esses fatores devem ser relacionados matematicamente resultando em um valor de resistência, valor este que deve ser comparado com a relação entre carga vertical, momentos e excentricidades.

1.2 Justificativa

A motivação dessa pesquisa provém da necessidade de se fazer verificações rápidas e precisas da ligação laje x pilar e do dimensionamento da armadura de punção caso a ligação necessite de reforço. Os cálculos apresentados na norma brasileira NBR 6118:2014 demandam atenção e tempo, visto que para cada pilar faz-se necessário manipulação de cálculos densos e com muitas etapas. Considerando que uma edificação possui vários pilares, o dimensionamento manual de cada um deles se tornaria um processo longo e com

aberturas para erros, tornando inviável o dimensionamento pelo calculista. Da complexidade dos cálculos vem a necessidade de se ter ferramentas simples que viabilizem o dimensionamento da área de aço, visto que os projetos estruturais devem ser seguros, porém a engenharia nos dá condições de evitar gastos desnecessários.

Devido às divergências nas formulações de cálculo de punção pelas normas brasileira, americana e europeia que resultam em áreas de aço diferentes para determinadas situações mesmo mantendo fixo os dados de entrada, faz-se necessário a comparação entre os resultados, indicando quais delas são mais ou menos conservadoras para situações específicas. Outra preocupação relevante no processo de dimensionamento é a influência de cada fator para o resultado final, permitindo ao calculista uma manipulação consciente das propriedades de projeto quando necessário.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

O seguinte trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma calculadora auxiliar, utilizando o Microsoft Excel e baseada na norma NBR 6118:2014, que determine a área de aço da armadura contra puncionamento para lajes planas protendidas ou não, apoiadas sobre pilares retangulares internos, de canto ou de borda, submetidas a esforços verticais e momentos nas duas direções. Os resultados de área de aço dos dimensionamentos feitos através da calculadora são comparados entre si, variando dados de entrada. Os resultados dos pilares internos também são comparados com resultados baseados nas normas ACI 318-19 e EC2:2004, a fim de mostrar ao final qual das normas é mais econômica para determinadas situações.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Elaboração da calculadora que através do Microsoft Excel, com interface interativa, recebe dados de entrada inseridas pelo calculista (altura da laje, comprimento, resistência característica à compressão do concreto, distribuição das armaduras longitudinais nas duas direções, carga vertical,

- momentos nas duas direções e geometria do pilar) e entrega como resultado final a verificação quanto à resistência ao cisalhamento, área de aço contra punção e distribuição em estribos de bitolas comerciais;
- Fazer verificações e dimensionamentos de área de aço contra punção, utilizando a calculadora baseada na NBR 6118:2014 e as normas EN 1992-1-1:2004 e ACI 318-19, variando os dados de entrada (carga vertical, intensidade dos momentos nas duas direções, taxa de aço longitudinal, taxa de cabos de protensão, seção dos pilares, altura da laje e resistência característica à compressão do concreto);
 - Comparar os resultados de área de aço final para os três procedimentos normativos em questão;
 - Analisar a influência de cada parâmetro no resultado final da área de aço para o procedimento normativo da NBR 6118:2014.

1.4 Metodologia

Foram feitos diversos dimensionamentos de acordo com as rotinas de cálculo das três normas a fim de realizar uma análise comparativa dos resultados finais.

O desenvolvimento foi feito de acordo com a sequência a seguir:

- Realizar um estudo bibliográfico com objetivo de conhecer o histórico de pesquisas referentes à punção e consequentemente, o nível de desenvolvimento técnico-teórico sobre o dimensionamento de lajes à punção.
- Expor as rotinas de cálculo do dimensionamento à punção das normas NBR 6118:2014, EN 1992-1-1:2004 e ACI 318-19;
- Apresentar a interface de entrada de dados da ferramenta baseada na NBR 6118:2014 e as considerações que foram tomadas para seu funcionamento correto;
- Aplicação prática das rotinas de dimensionamento à punção das três normas, variando os dados de entrada;
- Realizar análise comparativa dos resultados finais de área de aço, evidenciando qual procedimento se mostrou mais econômico;

3. 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo tem o objetivo de referenciar os conceitos que serão a base do desenvolvimento do trabalho, explicar o efeito de punção em lajes planas assim como os mecanismos para verificações e dimensionamentos de reforços, caso necessário. Também serão descritos os procedimentos normativos que foram utilizados para desenvolvimento das ferramentas de cálculo, os tipos de ruptura por puncionamento e a influência da protensão na resistência da laje plana ao efeito de punção.

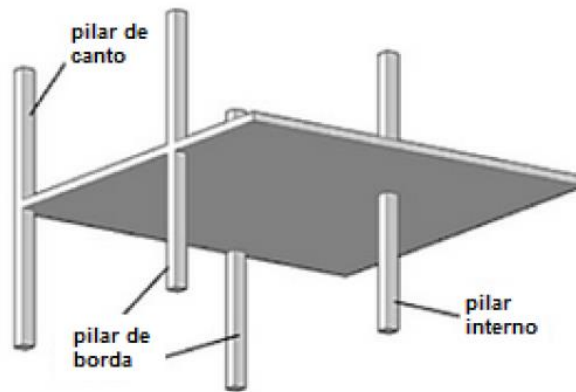
2.1 Conceitos Fundamentais

As lajes planas ou lisas (figura 1) são lajes que se apoiam diretamente sobre os pilares, sem a presença de vigas ou engrossamento da seção (capitéis). Esse sistema estrutural traz diversas vantagens em relação a outros sistemas com vigas ou capitéis, principalmente no tempo de execução das formas e por promover maior liberdade para arquitetura.

Segundo Leonhardt & Mönning (2007), nas lajes sem vigas, além da necessidade do dimensionamento das armaduras de flexão nos vãos e sobre os apoios, há a necessidade do uso da armadura de punção. Menciona também que no sistema de lajes sem vigas, as lajes devem se apoiar sobre paredes estruturais ou ser amarradas no núcleo rígido do edifício. Isto ocorre devido à baixa rigidez causada pela falta de vigas travando os pilares.

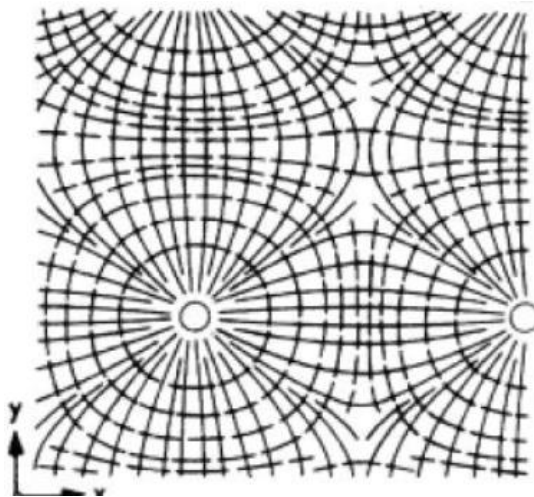
Na figura 2 pode-se ver a distribuição dos momentos fletores principais de uma laje lisa com carregamento uniforme e apoiada diretamente sobre pilar. Os momentos positivos ocorrem entre os apoios, no meio do vão para carregamentos simétricos, logo deve haver armadura de flexão nas direções x e y posicionadas na parte inferior da laje. Já em cima dos apoios ocorrem os momentos negativos, que da mesma forma devem ser combatidos com armadura de flexão nas direções x e y, porém posicionados na parte superior da laje.

Figura 1 - Exemplo de laje plana



FONTE – Adaptado de LIMA NETO, A. F. et al (2013)

Figura 2 - Distribuição de momentos em torno dos pilares em lajes planas.



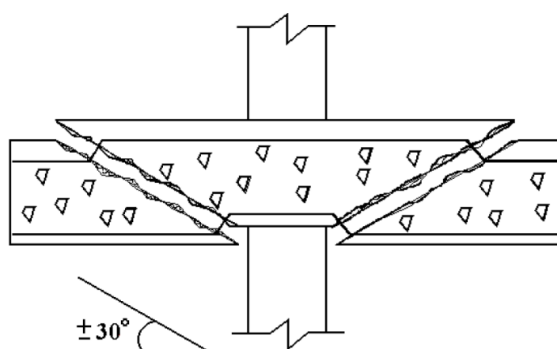
FONTE - Leonhardt & Mönning (2007)

O efeito de punção se caracteriza como um tipo de ruptura que ocorre em elementos planos submetidos a carregamentos pontuais ou aplicados em uma pequena área, na direção perpendicular ao eixo principal do elemento plano, provocando altas concentrações de tensões de cisalhamento e podendo resultar em colapso da estrutura. O mecanismo de ruptura se parece com o que acontece em elementos lineares que entram em colapso por cisalhamento, assim pode-se afirmar que em elementos lineares ocorre a ruptura por cisalhamento e em elementos de placa ocorre a ruptura por punção.

No caso das lajes lisas a punção ocorre na ligação laje-pilar, onde as dimensões do pilar são muito pequenas comparadas às dimensões da laje, ocorrendo assim o acúmulo de tensões que pode resultar na ruptura, caso a laje não ofereça resistência superior aos esforços solicitantes. Essa ruptura se caracteriza por ser de natureza frágil, ou seja, as trincas se propagam rapidamente e rompem de maneira repentina.

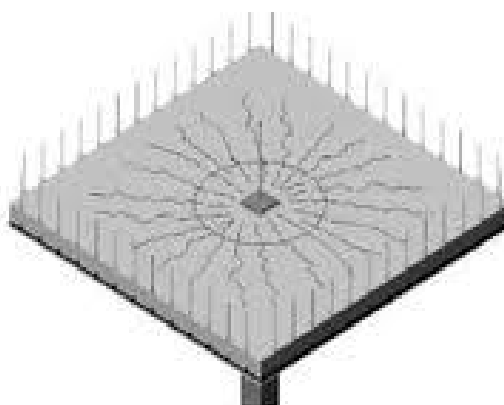
Caso a ruptura ocorra, pode levar à ruína total da estrutura por colapso progressivo se a mesma não tiver a capacidade de redistribuir os esforços no pórtico, fazendo que seja necessário grande atenção nas verificações de punção nesse modelo de laje. A figura 3 ilustra o mecanismo mais comum de ruptura em lajes lisas sem armadura contra puncionamento, já a figura 4 exemplifica a formação de fissuras por punção, contudo os tipos de ruptura são explicados com mais detalhes no item 2.4.

Figura 3 - Mecanismo de ruptura da laje lisa em corte



FONTE – Melges (1995)

Figura 4 - Distribuição das fissuras em volta do pilar antes da ruptura



FONTE - Leonhardt e Mönning (1979)

2.2 Fatores que influenciam a resistência à punção

O efeito de punção carece de uma teoria capaz de explicar e prever de maneira confiável o mecanismo de ruptura. Essa dificuldade na elaboração de um modelo efetivo vem da complexidade do estado triaxial de tensões em que o concreto está submetido e também da influência de diversas variáveis na resistência final da ligação laje-pilar. Dessa forma, o dimensionamento das lajes lisas aos esforços de punção é realizado seguindo recomendações de normas de projeto, que são fundamentalmente empíricas.

Foram elaboradas pesquisas que tiveram o objetivo de estudar a variação da resistência final da ligação laje-pilar de acordo com a variação de determinados fatores. Os resultados de ensaios indicam que a resistência da laje lisa à punção depende diretamente dos seguintes fatores:

- Resistência do concreto;
- Taxa de armadura de flexão tracionada;
- Altura efetiva armadura de flexão na seção da laje (d);
- Tamanho, geometria e posição do pilar (interno, borda ou canto);
- Espessura da laje;
- Furos dentro do perímetro efetivo;
- Alívio devido à força dos cabos de protensão;
- Presença ou não de armadura de cisalhamento.

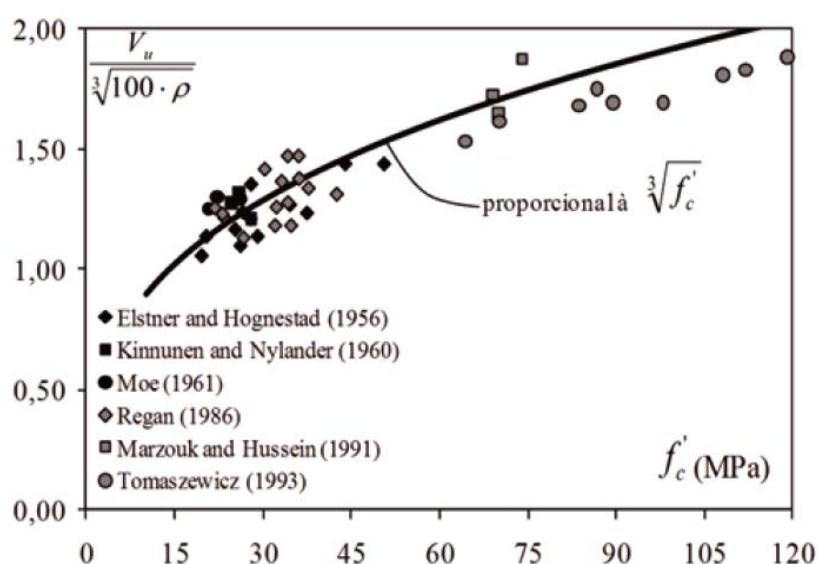
O colapso de uma peça de concreto por cisalhamento, sem armadura que resiste a esse esforço é governada, principalmente pela resistência à tração do concreto. As pesquisas têm grande atenção voltada para a resistência à compressão por ser um dos parâmetros iniciais a serem definidos na elaboração de projetos de concreto armado ou protendido, sendo assim uma característica bem definida e então os pesquisadores costumam relacionar a resistência à tração do concreto como uma função de sua resistência à compressão.

Graf (1933) foi um dos primeiros a realizar um estudo com o objetivo de entender a influência da resistência do concreto na resistência à punção, concluindo que a relação entre o aumento da resistência da ligação laje-pilar não

garante um aumento linear da resistência à punção. Moe (1961), sugeriu uma relação entre a resistência à punção e a resistência à compressão do concreto onde a resistência à punção é proporcional à raiz quadrada da resistência à compressão, relação que é usada até hoje pela norma americana ACI. Pesquisas mais recentes feitas por Hallgren (1996), indicam que a utilização da relação proposta por Moe (1961), tende a superestimar a influência da resistência à compressão do concreto na resistência à punção. Por esse motivo, a norma americana limita o uso da relação proposta por Moe para concretos de até 69 MPa.

Outras pesquisas realizadas por Marzouk e Houssein (1991), apresentam resultados diferentes de Moe (1961), concluindo que a raiz cúbica da resistência à compressão do concreto representa melhor a tendência dos resultados experimentais. Essa relação também é defendida por outros pesquisadores como Hawkins et al e Regan. Na figura 5 pode-se ver a influência do concreto na resistência à punção, comparando a tendência esperada para a relação raiz cúbica da resistência do concreto com os resultados experimentais. Nota-se que os resultados experimentais acompanham a função proposta.

Figura 5 - Influência do concreto na resistência à punção acompanhando a função raiz cúbica da resistência do concreto



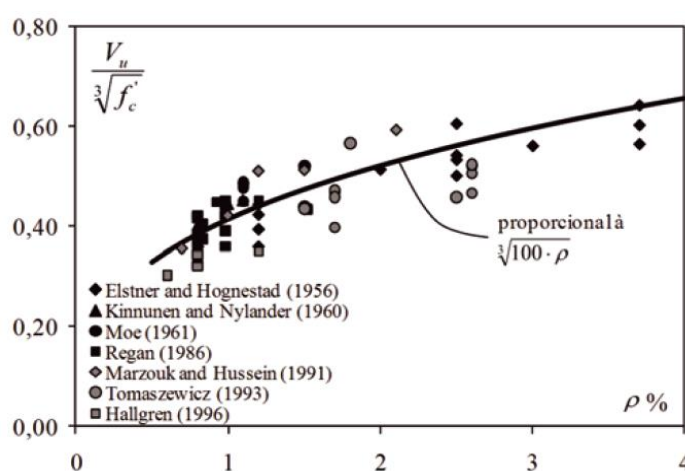
FONTE - Sacramento et al (2012)

Quanto à taxa de armadura de flexão, que é definida como razão entre a área de aço tracionada (A_s) e a área de concreto (A_c), dados experimentais mostram que tem influência na resistência à punção, principalmente em casos de lajes sem armadura de cisalhamento. Regan (1989) afirma que aumentando a taxa de armadura de flexão, aumenta-se também a zona comprimida e assim reduz a fissuração na ligação laje-pilar por flexão e reduz também a espessura das fissuras, facilitando a transferência dos esforços de cisalhamento.

Alguns pesquisadores fizeram testes em lajes com espessura total fixa, sem armadura de cisalhamento e variando a taxa de armadura de flexão, chegaram em resultados distintos quanto à influência da armadura, porém para todas as pesquisas houve acréscimo na resistência à punção da laje, mesmo que o crescimento não seja linear.

Long (1975) utilizando os resultados de pesquisas de vários autores concluiu que a resistência à punção é influenciada pela taxa de armadura de flexão elevada a um quarto. Já Regan e Braestrup (1985), sugerem que a resistência à punção é proporcional a taxa de armadura de flexão elevada a um terço. Na figura 6 pode-se ver o gráfico que apresenta a linha de tendência da resistência à punção como uma função da taxa de armadura elevada a um terço e os resultados de ensaios de resistência à punção acompanhando a tendência do gráfico.

Figura 6 - Influencia do concreto na resistência à punção acompanhando a função raiz cúbica da taxa de armadura de flexão



FONTE - Sacramento et al - IBRACON (2012)

A geometria e as dimensões do pilar também podem ser determinantes para a resistência de uma laje, visto que a geometria determina como será a distribuição das tensões na ligação laje-pilar. Em uma pesquisa realizada por Vanderbilt (1972), que ensaiou lajes planas apoiadas sobre pilares circulares e quadrados, foi possível observar um efeito de concentração de tensões nos cantos dos pilares de seção quadrada que pode ter sido o motivo das lajes sobre pilares circulares terem apresentado resistência maior que as lajes apoiadas sobre pilares quadrados. Esse efeito de concentração de tensões é ainda maior em casos de pilares retangulares, mais comumente usados em edifícios.

Um fator importante para entendimento da influência da geometria dos pilares na resistência das lajes foi a pesquisa realizada por Hawkins et al (1971), que variou a razão entre o maior e menor lado do pilar de 2,0 a 4,3, concluindo que se a razão for maior do que 2,0, a tensão nominal de cisalhamento tende a diminuir. Essa pesquisa serviu de base para considerações feitas na norma americana para a definição do índice de retangularidade dos pilares (μ).

Além do índice de retangularidade obtido pela razão entre o menor e maior lado do pilar, outro fator que pode ser mais determinante na resistência da ligação laje-pilar retangular é a razão entre maior lado do pilar e altura efetiva da armadura de flexão (d). Oliveira et al (2004), após conduzir ensaios em dezesseis lajes, propuseram um fator de correção λ para aperfeiçoar as recomendações da norma americana.

2.3 Os tipos de armadura contra punção

No uso de lajes planas, muitas vezes não é possível impedir a ruptura por punção e se faz necessário aumentar a resistência da ligação laje-pilar. Para esse fim podem ser adotadas soluções como engrossamento da região através do uso de capiteis, porém muitas vezes essa opção prejudica o projeto arquitetônico e complica a fase de execução. Outra alternativa é reforçar a ligação com armadura contra cisalhamento, que nada mais é do que uma armadura responsável por aumentar a resistência de um elemento plano contra cisalhamento, podendo então ser chamada de armadura de cisalhamento para evitar punção.

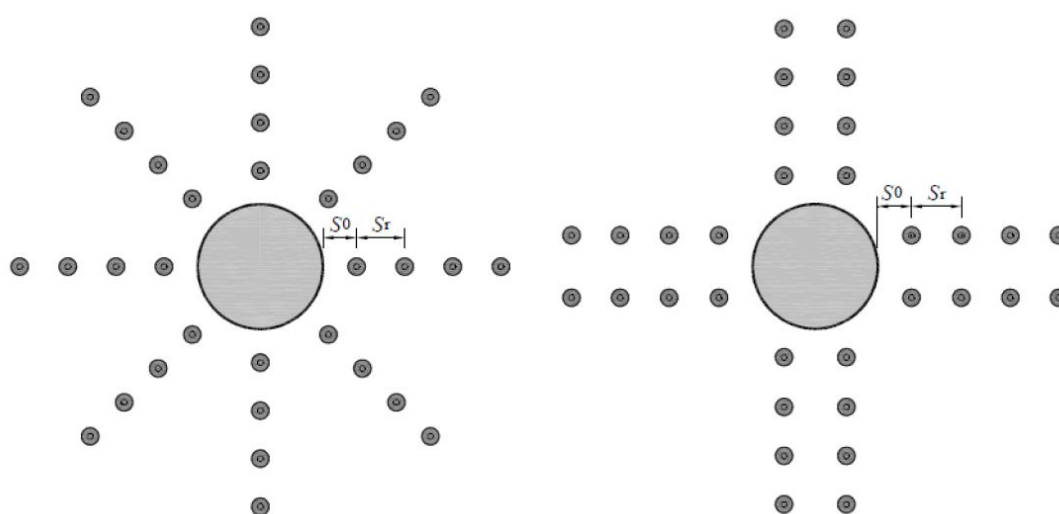
Gomes (1991), afirmou que a resistência das lajes com armadura de punção pode chegar ao dobro da resistência de lajes sem essa armadura, porém

esse aumento gerado pela armadura é limitado à tensão de esmagamento das bielas de concreto da região do pilar, e pode-se então afirmar que a tensão resistente da ligação laje-pilar tem uma parcela referente à resistência à tração da armadura de cisalhamento e outra parcela referente a resistência do concreto, tanto no esmagamento das bielas como na tração diagonal.

Segundo estudos de Regan e Braestrup (1985), em lajes sem armadura de punção, a parcela de resistência do concreto corresponde a cerca de 75% da resistência total da laje. Nas lajes armadas contra punção essa parcela do concreto diminui, devido as deformações e fissuras que ocorrem no concreto relacionadas ao trabalho da armadura de cisalhamento. Já a armadura depende de vários fatores como a disposição dos elementos, o espaçamento, os tipos de ancoragens e a área de aço.

Na montagem das armaduras muitas vezes é mais simples concentrar as armaduras de cisalhamento num arranjo distribuído em duas faixas montadas em forma de cruz do que em radial, conforme é a distribuição de tensões e formação das fissuras, pois a armadura longitudinal fica montada longitudinalmente em duas direções. Tanto o arranjo escolhido, como o tipo e quantidade de armadura escolhidos interferem na resistência final da laje à punção. A figura 7 mostra a distribuição em cruz e radial.

Figura 7 - Distribuição radial (esq.), distribuição em cruz (dir).



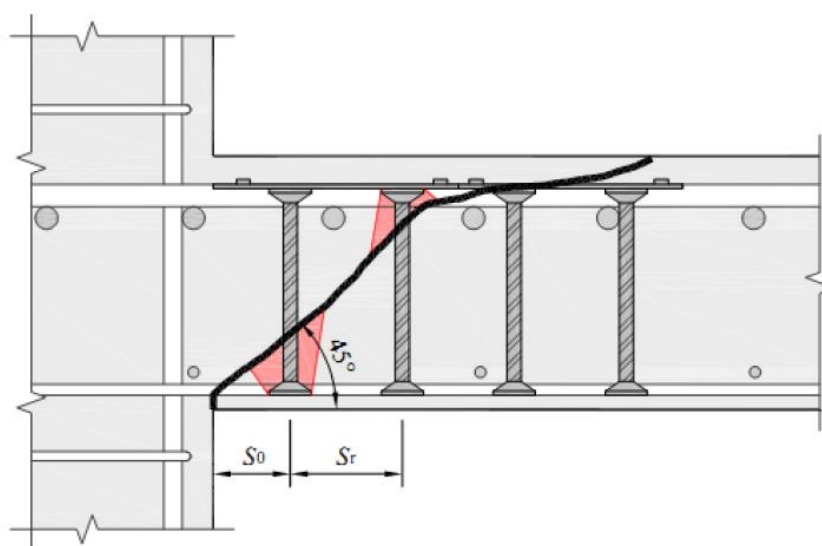
FONTE – OLIVEIRA, M. H. et al (2013)

Os procedimentos normativos sugerem o uso de no máximo $0,75d$ para S_r . Segundo Ferreira (2010) esse valor é justificável visto que o valor da altura da armadura de cisalhamento é próximo a d , sendo assim, se o espaçamento entre elas começar a se aproximar de d (altura útil da laje), o ângulo de ruptura da superfície tende a ser 45° e com essa inclinação pode acontecer de a superfície de ruptura não cruzar nenhuma das armaduras de cisalhamento.

Na figura 8 é possível entender o funcionamento da ruptura por punção, assumindo uma ruptura de 45° onde pode-se perceber que se a primeira linha de armadura de cisalhamento estiver muito próxima à face do pilar e as demais linhas muito afastadas, pode ser que a armadura de punção não seja eficiente.

Ferreira (2010), afirma também que o comportamento da região armada é outro parâmetro que pode influenciar no desempenho da resistência da ligação laje-pilar. Assim sendo, o correto dimensionamento da região armada e da área de aço é fundamental para evitar rupturas bruscas.

Figura 8 - Armadura posicionada de maneira a costurar o caminho da ruptura

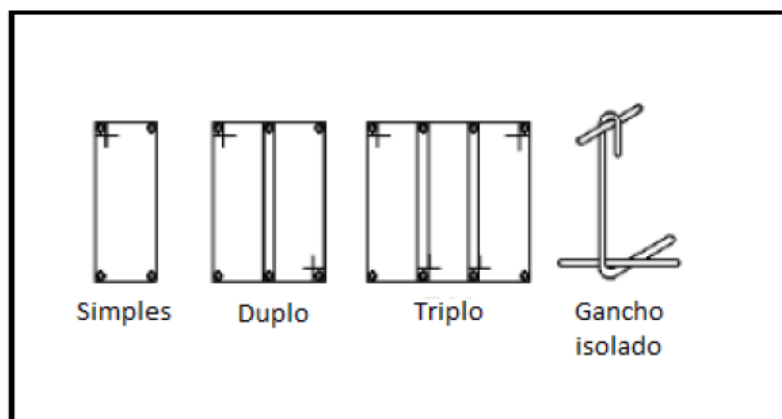


FONTE – Ferreira (2010)

Os tipos mais usuais de armadura de punção são:

- Estribos:

Figura 9 – Diferentes formas de uso do estribo: Simples, duplo, triplo e em gancho



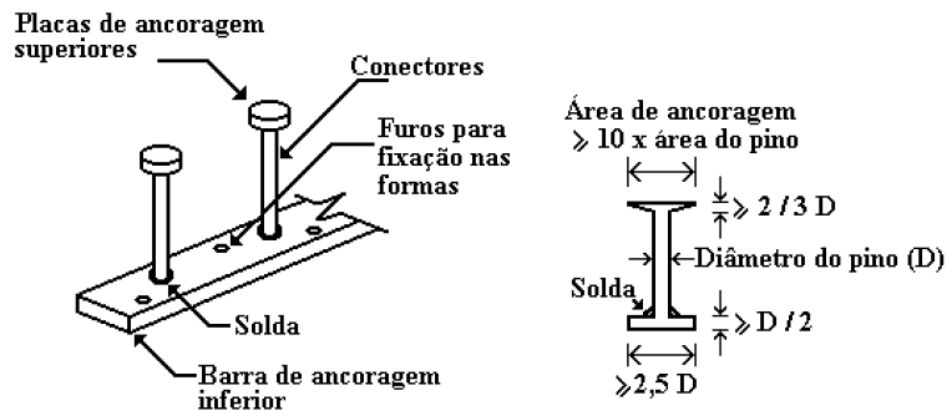
FONTE – Melges 1995

Estribos são mais comumente usados no Brasil do que qualquer outro tipo de armação por não influenciarem na armadura longitudinal e ser de fácil execução. Eles aumentam a resistência da laje ao cisalhamento retardando as fissurações do concreto na região da ligação e deve estar bem ancorada para evitar que escorregue e cause fissurações, principalmente em lajes menos espessas. Os procedimentos normativos sugerem que os estribos sejam amarrados nas armaduras de flexão, tanto positiva quanto negativa.

Estribos podem assumir diversas formas, sendo abertos ou fechados retangulares associados entre si, retos ou inclinados ou ainda em forma de gancho. Segundo Takeya (1981) os ganchos tiveram resultados satisfatórios nos ensaios feitos por eles, porém esse tipo de estribo exige que não tenha folga na ancoragem com a armadura de flexão.

- Conectores Tipo Pino:

Figura 10 –Conectores tipo pino para reforço contra puncionamento



FONTE – Melges (1995)

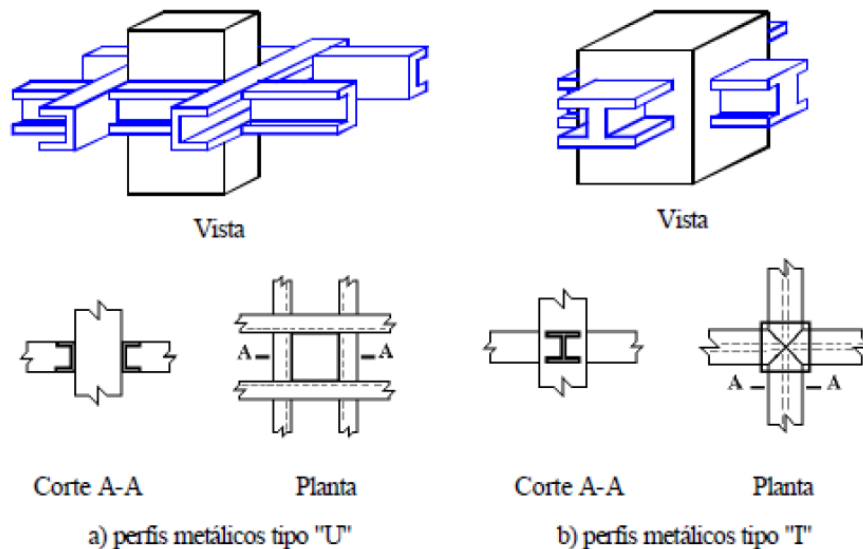
Ilustrados na Figura 10, os conectores tipo pino ou studs são os tipos de armadura de cisalhamento mais recomendado pelas normas por interferirem pouco nas demais armaduras da laje (cordoalhas de protensão, armadura longitudinal e colapso progressivo) e da armação dos pilares. Segundo Figueiredo Filho (1989), esse tipo de armadura apresenta as seguintes vantagens abaixo transcritas:

- São fáceis de instalar mesmo em lajes relativamente finas;
- Não interferem na colocação e posicionamento das armaduras de flexão da laje e dos pilares;
- Possibilita ancoragem satisfatória nas duas extremidades, de modo que a armadura atinja toda sua capacidade resistente antes da ruptura;
- Aumentam a resistência e ductilidade da ligação.

A extremidade do conector que fica na parte superior da laje deve ser alargada, ancorada de forma a garantir que a armadura negativa de flexão esteja abaixo da chapa de ancoragem e além do centro de gravidade das armaduras comprimidas.

- Shearhead

Figura 11 - Reforço contra puncionamento tipo shearhead



FONTE – Melges (2001)

Como ilustra a Figura 11, shearheads são perfis metálicos soldados e embutido na laje, podendo ser posicionado faceando os pilares, que é o caso dos perfis metálicos em “U”, ou podem passar por dentro do pilar, no caso dos perfis em “T”. É uma solução muito usada nos estados Unidos, porém não é muito aplicável de maneira geral por ser de custo elevado e exigir a soldagem dos perfis metálicos

Mesmo com as desvantagens, o uso desse tipo de armação aumenta a resistência da ligação laje-pilar e, dentro de certos limites, a sua ductilidade. Ensaio feitos por Corley e Hawkins (1968), em pilares internos sem carregamentos excêntricos concluíram que corpos de prova armados com Shearheads tiveram um ganho de resistência na proporção de 75% em relação a corpos de prova sem esse reforço.

Godycki, Kozicki apud Libório (1985), que ensaiaram pilares internos com carregamentos excêntricos concluíram que corpos de prova com Shearheads tiveram ganho de 40 a 70% em relação a corpos de prova não armados. Para pilares de borda, pesquisas feitas por Gonçalves apud Figueiredo (1989) levaram

a conclusão que pilares armados com shearheads tiveram desempenho pior que pilares não armados, assim o uso de shearheads se limita a pilares internos.

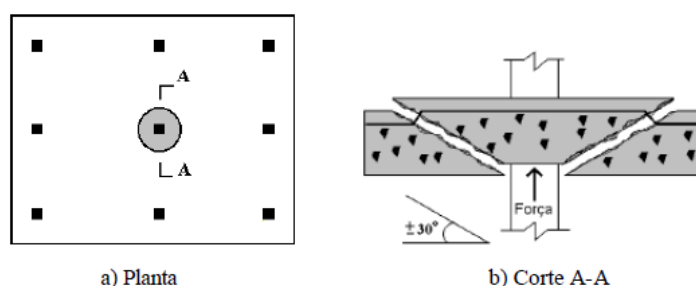
2.4 Análise dos tipos de ruptura por punção.

Com o objetivo de entender as formas de ruptura das lajes planas, pode-se destacar as pesquisas de KINNUNEN e NYLANDER (1960), que realizaram 61 ensaios físicos nesses tipos de laje e listaram alguns modos de ruptura que podem levar ao colapso por punção, que são: falta de aderência da armadura de flexão; ruptura por cisalhamento do plano horizontal adjacente à camada superior da armadura principal; ruptura da casca cônica comprimida; escoamento da armadura de flexão.

Na região de ligação entre o pilar e a laje, no caso de lajes lisas, ocorre uma concentração de tensões que faz com que a estrutura se rompa por punção com uma tensão menor do que a resistência de flexão do sistema, ocorrendo esmagamento do concreto na região do pilar antes que ocorra escoamento da armadura de flexão.

Para casos de pilares internos não armados contra a punção e submetidos a carregamentos simétricos, a superfície de ruína apresenta formato tronco cônico ou tronco-piramidal, que parte do contorno da área carregada e caminha fazendo aproximadamente 30 a 35° com a horizontal até chegar na outra extremidade da laje, como mostrado na figura 12. Dois parâmetros podem fazer com que essa superfície de ruptura seja diferente, que são: Posição do pilar na laje (borda ou canto) e uso de armadura de punção.

Figura 12 - Tipo de ruptura mais usual por puncionamento em pilar interno



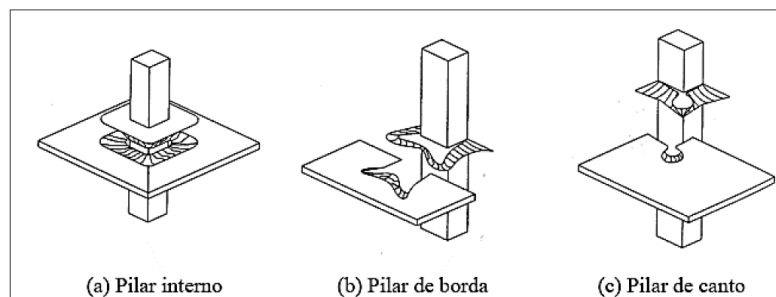
FONTE – MELGES (2001)

- Superfície de ruína para pilares de canto e de borda não armados contra punção:

Nesses casos a superfície de ruína se apresenta parecida com a dos pilares internos junto ao canto interno dos pilares de canto e a borda interna dos pilares de borda. No entanto, há uma mudança na ruptura junto às bordas livres devido a momentos fletores e de torção que aparecem na ligação. Esses momentos podem ser causados por esforços de vento ou de momentos de segunda ordem, vãos diferentes nos dois lados do pilar ou não simetria dos carregamentos na laje. Os diferentes tipos de ruína podem ser vistos na figura 13.

Esses momentos abaixam a resistência da laje a esforço cortante, devido a fissuras que aparecem na região da ligação. A situação se torna ainda pior quando ocorrem em pilares de canto ou borda, pois a área de contato entre a laje e o pilar é reduzida, principalmente em pilares de canto.

Figura 13 - Tipo de ruptura mais usual por punção em pilar de borda e de canto



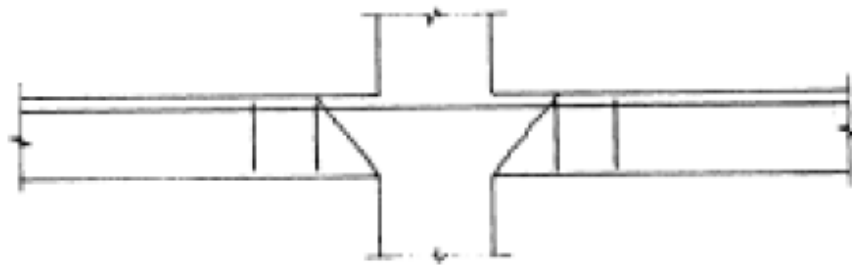
FORTE – ALBUQUERQUE (2015)

- Superfície de ruína para pilares com armadura de punção:

Segundo REGAN (1985), em ligações armadas contra punção a forma de ruptura é diferente da ligação não armada e pode ocorrer de três formas diferentes, detalhadas a seguir. Existe também uma quarta possibilidade de ruptura que seria da laje se romper como um elemento linear por cisalhamento, mas essa ruptura é muito improvável. Segue os três tipos mais prováveis de ruptura em ligação laje-pilar armada.

- Superfície de ruptura entre a face do pilar e a primeira linha de armação.

Figura 14 - Tipo de ruptura por punção que ocorre antes da armação



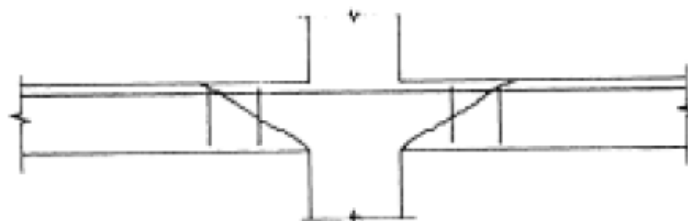
FONTE – REGAN (1985)

Segundo Regan (1985), a tendência natural de ruptura de uma laje lisa por cisalhamento na região de ligação é ocorrer em uma superfície que oferece a menor resistência, que normalmente se encontra em uma inclinação de 25° . Quando incluímos armadura de cisalhamento pode haver o deslocamento dessas fissuras para inclinações maiores ou menores como ilustra a figura 14, passando por uma região menos frágil (que não é a região natural de ruptura), consequentemente aumentando a força necessária para o colapso e também a resistência da laje. Esse aumento de resistência não é muito significativo para inclinações até 45° , mas passando disso já apresenta ganhos significativos.

Para evitar que a ruptura ocorra nessa região é indicado por norma que a distância máxima da primeira linha de armação da face do pilar seja de no máximo $0,5d$.

- Superfície de ruptura que atravessa a região armada à punção.

Figura 15 - Tipo de ruptura por punção que atravessa a armação



FONTE – REGAN (1985)

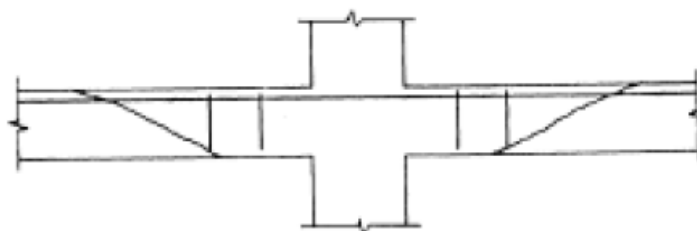
Segundo Regan (1985) na região ilustrada na figura 15, a resistência total da laje provém da soma de duas parcelas, sendo a primeira a parcela de resistência do concreto e a segunda a parcela de resistência proporcionada pela armadura contra punção.

Ensaio mostram que começa aparecer fissuras na ligação já quando está aplicado carga com intensidade de 70% de sua resistência a punção e mesmo após a formação das fissuras a peça ainda se mantém estável para receber os outros 30% do carregamento sem problemas, fato que comprova que o concreto tem capacidade de continuar dando resistência ao cisalhamento mesmo na laje fissurada, juntamente com a armadura de cisalhamento.

Caso as linhas de armação estiverem muito distantes na direção tangencial, há evidências de que ocorre uma redução na resistência do concreto, consequentemente causando maiores esforços nas armaduras de punção.

- Superfície de ruptura além da região armada à punção.

Figura 16 - Tipo de ruptura por punção que ocorre depois da armação



FONTE – REGAN (1985)

Segundo Regan (1985), o mecanismo desse tipo de ruptura pode ser calculado de forma similar aos mecanismos de ruptura em lajes sem armadura de punção, só que com algumas considerações. Nesse caso, a resistência da laje é calculada como uma laje sem armadura de punção e a região armada passa a ser considerada como o pilar fictício, sendo seu perímetro considerado da linha que une a armadura mais afastada do pilar. Este modelo de ruptura é ilustrado pela figura 16.

2.5 Influência da protensão no dimensionamento à punção.

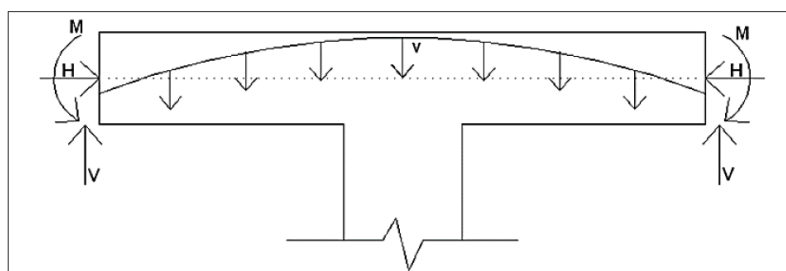
As lajes de concreto protendido consistem, basicamente em lajes submetidas a tensões internas que tendem a balancear os esforços solicitantes, de forma que a estabilidade global de edifícios formado por lajes protendidas é garantida por meio de núcleos centrais rígidos ou contraventamentos. A necessidade da protensão se dá em alguns casos devido ao fato de que mesmo com pequenas cargas, há o aparecimento de fissuras nos elementos de concreto armado devido aos esforços de flexão. Obviamente a presença dos cabos na laje altera seu comportamento em relação as lajes sem cabos, sendo influenciados tanto a flexão quanto o cisalhamento.

As lajes protendidas começaram a ser executadas na década de 50 nos Estados Unidos e por volta da década de 70 na Europa, segundo Leite (2015).

A segurança das estruturas protendidas é garantida através dos procedimentos descritos nas normas técnicas adotando-se os Estados-Limites como critérios de segurança, onde para ELU verifica-se tensão limite para escoamento do aço, esmagamento do concreto ou fadiga dos materiais e no caso de lajes lisas deve-se verificar também punção. Para ELS são feitas verificações quanto o controle de abertura de fissuras, deformações, vibrações, resistência ao fogo e à corrosão.

Nesse sistema, Melges (2001) afirma que há uma concentração de esforços na região dos apoios por causa da tendência que os cabos tem de se retificarem (pois seu traçado acompanha a distribuição dos momentos fletores, ficando na parte negativa em cima dos pilares), produzindo também uma carga distribuída no meio dos vãos. Além das forças verticais provenientes da elevação do cabo, uma parte da tensão gerada pelos cabos tem um componente horizontal que, gera compressão do eixo longitudinal da laje. Os esforços gerados pelo cabo são ilustrados na figura 17.

Figura 17 - Esforços gerados pela tensão do cabo



FONTE – BARROS E SILVA (2015)

O traçado dos cabos e a força de protensão aplicado neles são os fatores que mais influenciam a resistência da laje à punção e os processos normativos tratam deles de formas diferentes, sendo esse um dos motivos de apresentarem resultados diferentes para resistência máxima da estrutura.

Segundo Silva (2005), a taxa de armadura passiva equivalente é método onde a laje protendida pode ser considerada como uma laje de concreto armado, acrescida de armadura passiva. A ideia é que os esforços de tração resistidos pelos cabos e pela armadura passiva seriam equivalentes à força de tração de uma laje de concreto armado com armadura passiva equivalente.

O método da descompressão, que teve origem de métodos aplicados para vigas protendidas, afirma que a resistência da laje protendida equivale à resistência da laje sem a compressão dos cabos acrescida da força que for necessária para descomprimir a face superior da laje. O método apresenta uma fórmula de resistência à punção que é resultado da soma de três parcelas: A primeira diz respeito a resistência da laje de concreto armado, a segunda devido a componente vertical da protensão e a terceira devido a descompressão da laje.

2.6 Procedimento Normativo

A seguir serão apresentadas as definições normativas utilizadas na obtenção da armadura de punção para as três normas estudadas.

2.6.1 Norma Brasileira NBR (ABNT, 2014)

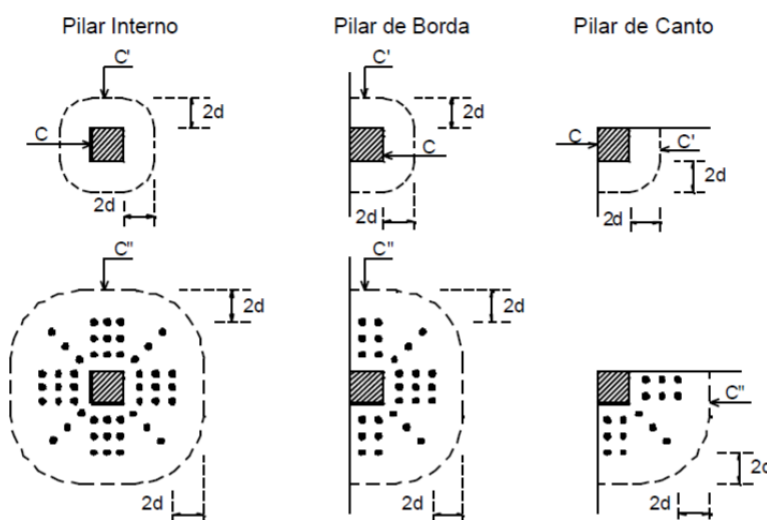
O padrão de cálculo adotado pela NBR 6118:2014 consiste na verificação do cisalhamento em superfícies críticas, definidas a certas distâncias de apoios ou cargas concentradas. Tais verificações podem ocorrer em duas ou mais superfícies críticas.

Inicialmente verifica-se a compressão diagonal do concreto na superfície crítica C, superfície esta que possui perímetro coincidente com o perímetro do apoio ou carga concentrada. Para os casos onde a tensão solicitante é maior que a resistente, deve-se alterar as propriedades geométricas do sistema laje-pilar ou o f_{ck} do concreto, visto que a armadura não exerce influência nesta verificação. Após obter resultados positivos nesta etapa, a próxima verificação deve ser feita.

A segunda verificação ocorre na superfície crítica C' distante $2d$ da face do apoio ou carga concentrada, onde analisa-se a tração diagonal do concreto não armado. Caso a tensão solicitante seja menor que a resistente, a armadura de punção pode ser dispensada.

Quando a armadura de punção for necessária, deve-se fazer três verificações, a primeira delas na superfície crítica C, já citada anteriormente, a segunda na superfície crítica C', onde verifica-se a tração diagonal do concreto, porém desta vez, reforçado com armadura. E por último surge uma nova superfície crítica C'', distante $2d$ da última linha de armadura contra puncionamento. As superfícies críticas são mostradas na Figura 18.

Figura 18 - Perímetros críticos para pilares internos, de borda e de canto



Fonte: (GUARDA et al., 2000).

Em resumo, quando não houver a necessidade de armar contra punção, duas verificações devem ser feitas:

- Verificação da biela comprimida, no contorno C ($\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$)
- Verificação da tração no tirante, no contorno C' ($\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$)

Quando houver a necessidade de armar contra punção, três verificações devem ser feitas:

- Verificação da biela comprimida, no contorno C ($\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$)
- Verificação da tração no tirante, no contorno C' ($\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3}$)
- Verificação da tração no tirante, no contorno C'' ($\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$)

Os cálculos necessários para as verificações são apresentados a seguir.

I. Cálculo das tensões resistentes:

- Tensão resistente de compressão da biela de diagonal do concreto na superfície crítica C:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v f_{cd} \quad (1)$$

sendo:

$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250)$, com f_{ck} em Mpa;

f_{ck} é a resistência característica do concreto a compressão;

f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto a compressão;

- Tensão resistente na superfície crítica C', para lajes sem armadura de punção:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,1\sigma_{cp} \quad (2)$$

Sendo:

f_{ck} é a resistência característica do concreto a compressão;

d é a altura útil da laje, ver Figura 19.

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (3)$$

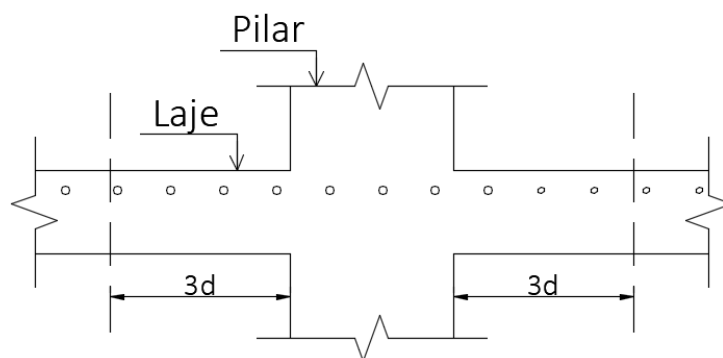
$$k = \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \leq 2 \quad (4)$$

ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada)

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad (5)$$

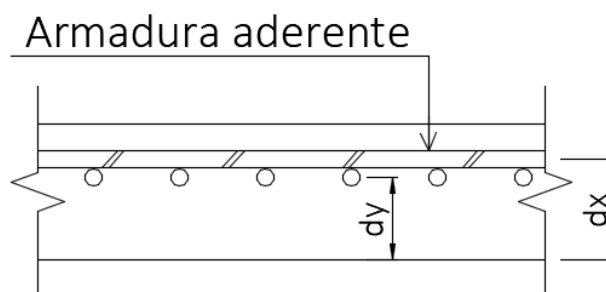
ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas direções ortogonais, contidas na largura da área carregada acrescida de $3d$ para cada um dos lados do pilar;

Figura 19 - Seção considerada para o cálculo de ρ



FONTE: Elaborada pelo autor

Figura 20 - Altura útil da laje



FONTE: Elaborada pelo autor

- Tensão resistente na superfície crítica C' para lajes com armadura de punção:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,1\sigma_{cp} + \frac{1,5A_{sw}f_{ywd} \sin \alpha}{s_r u} \quad (6)$$

Sendo:

s_r é o espaçamento radial da armadura de punção.

A_{sw} é a área de armadura de punção em um contorno completo, paralelo a C'

f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção, em MPa;

α é o ângulo formado entre a armadura de punção e o plano da laje;

u perímetro crítico;

σ_{cp} é a tensão de compressão causada pela protensão;

II. Cálculo da tensão solicitante

- Pilar interno com momento em uma direção

- Tensão solicitante na superfície crítica C:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u_o d} \quad (7)$$

Onde:

$$u_o = 2 \times (C_1 + C_2)$$

u_o perímetro crítico em C;

$u_o \cdot d$ é a área da superfície crítica;

$$d = (d_x + d_y)/2$$

d é a altura útil da laje;

d_x e d_y são as duas alturas uteis nas duas direções ortogonais;

F_{Sd} é a força eu ou reação concentrada de cálculo;

- Tensão solicitante na superfície crítica C':

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u d} + \frac{K M_{sd}}{W_p d} \quad (8)$$

Sendo:

u Perímetro crítico em C'

$$u = 2 \times (C_1 + C_2) + 4\pi d \quad (9)$$

K Coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 , e pode ser obtido na tabela 1.

Tabela 1- Valores do coeficiente K

Valores de K				
C_1/C_2	0,5	1	2	3
K	0,45	0,6	0,7	0,8

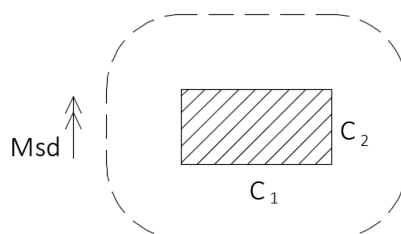
Fonte: NBR 6118:2014

Sendo:

C_1 Dimensão do pilar na direção da excentricidade.

C_2 Dimensão do pilar perpendicular a excentricidade.

Figura 21 - Dimensões C1 e C2



FONTE: Elaborada pelo autor

O valor de W_p é obtido pela seguinte equação:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad (10)$$

- Tensão solicitante na superfície crítica C”:

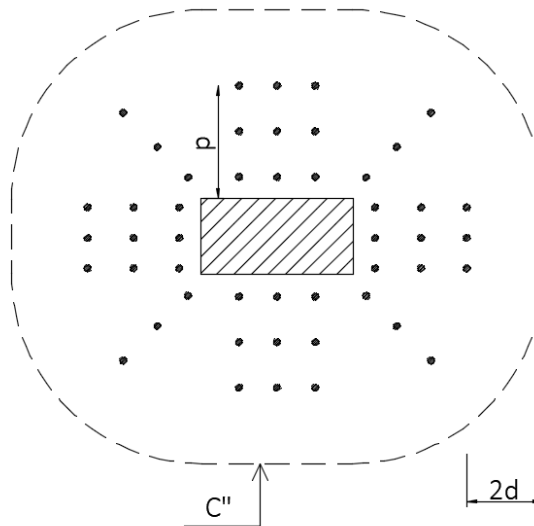
Para a superfície crítica C” repete-se as mesmas equações utilizadas na superfície C’, substituindo apenas o perímetro crítico e o módulo resistente plástico. O novo perímetro crítico dista $2d$ da última linha de armadura, como ilustrado na Figura 22, já o novo módulo resistente plástico, identificado por W_{p1} , pode ser obtido pela equação a seguir.

$$W_{p1} = W_p + 2 \cdot C_2 \cdot p + 16 \cdot d \cdot p + 4 \cdot p^2 + \pi \cdot C_1 \cdot p \quad (11)$$

Sendo:

p distância da face do pilar até a linha de armadura mais externa (Ver Figura 22);

Figura 22 - Perímetro crítico C” e valor de p



FONTE: Elaborada pelo autor

- Pilar interno com momento em duas direções

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d} \quad (12)$$

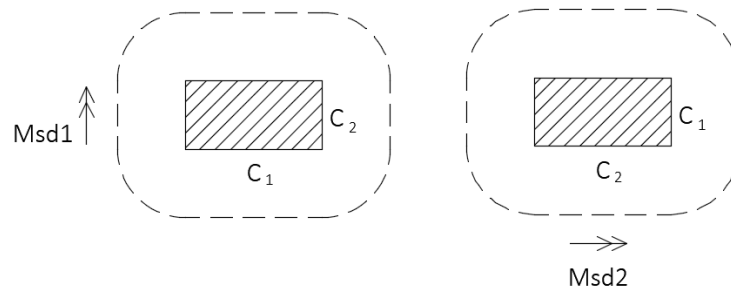
Sendo:

M_{sd1} e M_{sd2} momentos desbalanceados de cálculo;

K_1 e K_2 são obtidos na Tabela 1;

É importante observar que para o cálculo de K_2 as dimensões C_1 e C_2 se invertem, como pode ser observado na Figura 23.

Figura 23 - Dimensões C_1 e C_2 para pilares internos com momentos nas duas direções



FONTE: Elaborada pelo autor

As demais propriedades são calculadas de forma idêntica ao caso anterior, de momento em uma direção.

- Pilar de borda com momento em uma direção

- Tensão solicitante em C

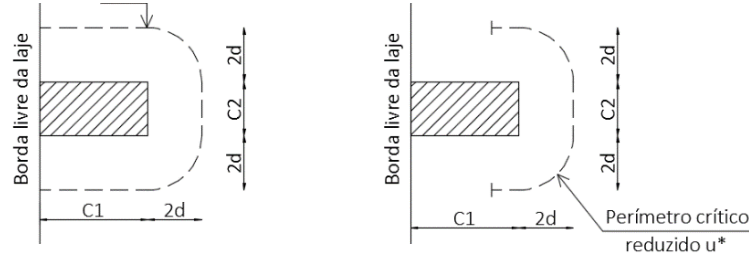
$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u_o^* d} \quad (13)$$

Sendo:

$$u_o^* = 2a + C_2 \quad (14)$$

$$\alpha \leq \left\{ \frac{1,5d}{0,5C_1} \right\}, \text{Ver figura 24} \quad (15)$$

Figura 24 - Perímetro crítico e perímetro crítico reduzido em C' para pilares de borda



FONTE: Elaborada pelo autor

- Tensão solicitante em C'

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_p 1 d} \quad (16)$$

Sendo:

$$u^* = 2a + C_2 + 2\pi d \quad (17)$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* \geq 0 \quad (18)$$

$$M_{sd}^* = F_{sd} e^* \quad (19)$$

F_{sd} reação de apoio;

u^* perímetro crítico reduzido

M_{sd} momento de cálculo no plano perpendicular a borda livre

M_{sd}^* é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar;

$W_p 1$ é o módulo de resistência plástica perpendicular a borda livre, calculado em relação ao centro geométrico do perímetro crítico.

e^* excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação ao centro do pilar, no plano perpendicular a borda livre da laje;

$$e^* = \frac{C_1 \alpha + C_1 C_2 / 2 + 8d^2 + \pi d C_1}{2a + C_2 + 2\pi d} \quad (20)$$

Cálculo do W_{p1} (para o contorno crítico C'):

$$e_{c'} = \frac{C_1^2 + C_1 C_2 + 2dC_2 + 2\pi dC_1 + 8d^2}{2C_1 + C_2 + 2\pi d} \quad (21)$$

$$\circ \text{ Se } e_{c'} \leq C_1 \rightarrow W_{p1} = 2e_{c'}^2$$

$$W_{p1} = 2C_1 \left(e_{c'} - \frac{C_1}{2} \right) + 2\pi d \left(C_1 + \frac{4d}{\pi} - e_{c'} \right) + C_2(C_1 + 2d - e_{c'}) \quad (22)$$

$$\circ \text{ Se } e_{c'} > C_1 + 4d/\pi$$

$$W_{p1} = 2C_1 \left(e_{c'} - \frac{C_1}{2} \right) + 2\pi d \left(e_{c'} - C_1 + \frac{4d}{\pi} \right) + C_2(C_1 + 2d - e_{c'}) \quad (23)$$

Cálculo do W_{p1} (para o contorno crítico C''):

$$e_{c''} = \frac{C_1^2 + \pi(p + 2d) \left[C_1 + \frac{2(p + 2d)}{\pi} \right] + C_2(C_1 + p + 2d)}{2C_1 + C_2 + \pi(p + 2d)} \quad (24)$$

$$\circ \text{ Se } e_{c''} \leq C_1 \rightarrow W_{p1} = 2e_{c''}^2 \quad (25)$$

$$\circ \text{ Se } C_1 < e_{c''} \leq C_1 + 2(p + 2d)/\pi:$$

$$W_{p1} = 2C_1 \left(e_{c''} - \frac{C_1}{2} \right) + \pi(p + 2d) \left[C_1 + \frac{2(p + 2d)}{\pi} + e_{c''} \right] + C_2(C_1 + p + 2d - e_{c''}) \quad (26)$$

$$\circ e_{c''} > C_1 + 2(p + 2d)/\pi$$

$$W_{p1} = 2C_1 \left(e_{c''} - \frac{C_1}{2} \right) + \pi(p + 2d) \left[e_{c''} - C_1 - \frac{2(p + 2d)}{\pi} \right] + C_2(C_1 + p + 2d - e_{c''}) \quad (27)$$

Sendo p a distância da face do pilar até a última linha de armadura de punção.

- Pilar de borda com momento em duas direções

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d} \quad (28)$$

Sendo:

M_{sd2} é o momento atuante na direção paralela a borda livre;

W_{p2} módulo de resistência plástica da laje, calculado na direção paralela a borda livre;

K_2 obtido na Tabela 1, substituindo a relação C_1/C_2 por $C_2/2C_1$;

O cálculo é análogo ao feito anteriormente para pilares de borda com momento em apenas uma direção, com o valor de W_{p2} obtido com as equações abaixo.

Cálculo do W_{p2} (para o contorno crítico C'):

$$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1 C_2 + 4C_1 d + 8d^2 + \pi d C_2 \quad (29)$$

Cálculo do W_{p2} (para o contorno crítico C''):

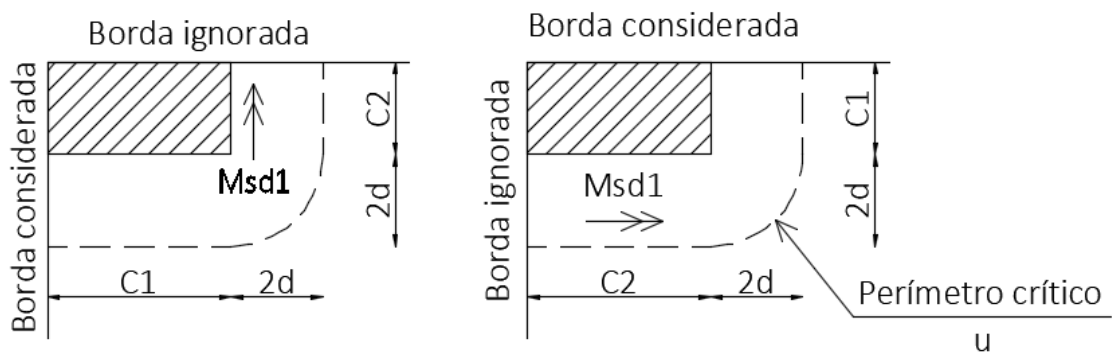
$$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1 C_2 + 4C_1 d + 8d^2 + \pi d C_2 + 2C_1 p + 8dp + \frac{\pi p C_2}{2} + 2p^2 \quad (30)$$

Além disso, o valor de K_2 é dado pela Tabela 1, porém substituindo a relação $\frac{C_1}{C_2}$ por $\frac{C_2}{2C_1}$

- Pilar de canto

Para esse modelo de pilar, cada borda é verificada separadamente, de forma que para cada borda analisada, considera-se o momento atuante no plano perpendicular a ela, como fica ilustrado na Figura 25. Sendo assim, a verificação realizada em pilares de canto se resume a duas verificações em pilares de borda, sem momento atuante na face paralela a borda.

Figura 25 - Modelo de análise para pilares de canto



FONTE: Elaborada pelo autor

Modelo de análise para pilares de canto

O valor de K_1 é obtido pela Tabela 1, sendo o valor de C_1 perpendicular a borda livre considerada.

Perímetro crítico reduzido em C:

$$u_o^* = a_1 + a_2 \quad (31)$$

Sendo:

$$a_1 \leq \left\{ \begin{array}{l} 1,5d \\ 0,5C_1 \end{array} \right\}$$

$$a_2 \leq \left\{ \begin{array}{l} 1,5d \\ 0,5C_2 \end{array} \right\}$$

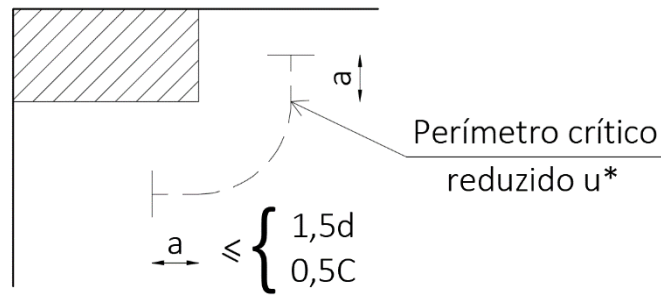
Perímetro crítico reduzido em C':

$$u^* = a_1 + a_2 + \pi d \quad (32)$$

Perímetro crítico reduzido em C'':

$$u^* = a_1 + a_2 + \pi d + \pi p/2 \quad (33)$$

Figura 26 - Perímetro crítico e perímetro crítico reduzido em C' para pilares de canto



FONTE: Elaborada pelo autor

Excentricidade em C':

$$e^* = \frac{C_1 a_1 - a_1^2 + a_2 C_1 + 4a_2 d + 8d^2 + \pi d C_1}{2(a_1 + a_2 + \pi d)} \quad (34)$$

Excentricidade em C'':

$$e^* = \frac{C_1 a_1 - a_1^2 + a_2 C_1 + 4a_2 d + 8d^2 + \pi d C_1 + 2a_2 p + 8dp + \frac{\pi p C_1}{2} + 2p^2}{2\left(a_1 + a_2 + \pi d + \frac{\pi p}{2}\right)} \quad (35)$$

Módulo de resistência plástica (W_{p1}) em C':

$$e_{c'} = \frac{0,5C_1^2 + C_1C_2 + 2dC_2 + \pi dC_1 + 4d^2}{C_1 + C_2 + \pi d} \quad (36)$$

- Se $e_{c'} \leq C_1 \rightarrow W_{p1} = e_{c'}^2$
- Se $C_1 < e_{c'} \leq C_1 + 4d/\pi$

$$W_{p1} = C_1 \left(e_{c'} - \frac{C_1}{2} \right) + \pi d \left(C_1 + \frac{4d}{\pi} - e_{c'} \right) + C_2(C_1 + 2d - e_{c'}) \quad (37)$$

- Se $e_{c'} > C_1 + 4d/\pi$

$$W_{p1} = C_1 \left(e_{c'} - \frac{C_1}{2} \right) + \pi d \left(e_{c'} - C_1 + \frac{4d}{\pi} \right) + C_2(C_1 + 2d - e_{c'}) \quad (38)$$

Módulo de resistência plástica (W_{p1}) em C'':

$$e_{c''} = \frac{0,5C_1^2 + 0,5\pi(p + 2d) \left[C_1 + \frac{2(p + 2d)}{\pi} \right] + C_2(C_1 + p + 2d)}{C_1 + C_2 + 0,5\pi(p + 2d)} \quad (39)$$

- Se $e_{c''} \leq C_1 \rightarrow W_{p1} = 2e_{c''}^2 \quad (40)$

- Se $C_1 < e_{c''} \leq C_1 + 2(p + 2d)/\pi$:

$$W_{p1} = C_1 \left(e_{c''} - \frac{C_1}{2} \right) + 0,5\pi(p + 2d) \left[C_1 + \frac{2(p + 2d)}{\pi} + e_{c''} \right] + C_2(C_1 + p + 2d - e_{c''}) \quad (41)$$

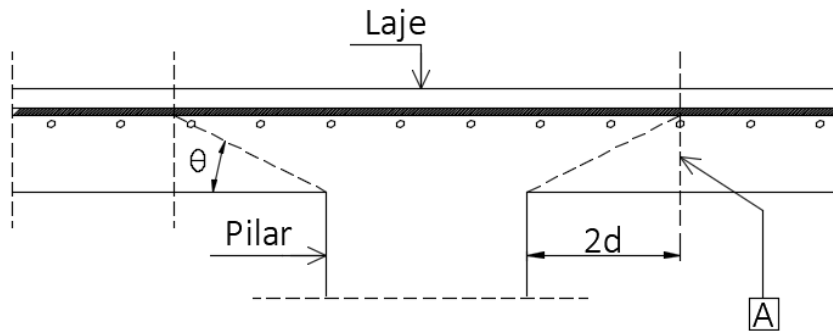
- Se $e_{c''} > C_1 + 2(p + 2d)/\pi$

$$W_{p1} = C_1 \left(e_{c''} - \frac{C_1}{2} \right) + 0,5\pi(p + 2d) \left[e_{c''} - C_1 - \frac{2(p + 2d)}{\pi} \right] + C_2(C_1 + p + 2d - e_{c''}) \quad (42)$$

2.6.2 Eurocode 2: Design of concrete structures (EN 1992-1-1 2004)

O modelo de análise adotado pela norma europeia é semelhante ao brasileiro, exposto anteriormente. As verificações também são feitas por meio de tensões de cisalhamento, atuantes em superfícies perpendiculares ao plano da laje, nomeadas como superfícies de controle. A primeira superfície analisada é definida pelo contorno do pilar (u_0), em seguida verifica-se a superfície básica de controle (u_1 – que pode ser vista na Figura 27), distante $2d$ da primeira. Caso haja necessidade da utilização de armadura contra punção, surge uma superfície de controle extra, que também deve ser verificada.

Figura 27 - Modelo de análise



$$\theta - \text{Arctan}(1/2) = 26,6^\circ$$

A – Perímetro básico de controle

FONTE: Elaborada pelo autor

A altura útil utilizada no cálculo da punção é dada pela média das alturas uteis nas duas direções ortogonais d_x e d_y .

$$d = (d_x + d_y)/2 \quad (43)$$

Dessa forma, as seguintes verificações devem ser feitas:

4. No perímetro de controle sobre o pilar:

- $v_{Ed} \leq v_{Rd,MAX}$

Sendo:

v_{Ed} tensão solicitante;

$v_{Rd,MAX}$ tensão resistente máxima;

5. No perímetro básico de controle ($2d$ da face do pilar):

- $v_{Ed} \leq v_{Rd,C}$

Sendo:

v_{Ed} tensão solicitante;

$v_{Rd,C}$ tensão resistente da laje, sem armadura de punção;

Sendo assim, deve-se prever armadura de punção caso a verificação acima não seja atendida.

A seguir são apresentadas as informações necessárias para realização das verificações acima:

Cálculo da tensão resistente:

- Máxima tensão de cisalhamento:

$$v_{Rd,MAX} = 0,4v f_{cd} \quad (44)$$

Sendo:

$$v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right), f_{ck} \text{ em MPa;} \quad (45)$$

- Tensão resistente de cisalhamento para lajes sem armadura de punção (perímetro básico de controle):

$$v_{Rd,C} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,1\sigma_{cp} \geq (v_{min} + 0,1\sigma_{cp}) \quad (46)$$

Sendo:

- γ_c o fator de segurança do concreto;
- d a altura útil da laje em cm;
- ρ_l a taxa geométrica de armadura de flexão;
- f_{ck} a resistência característica do concreto a compressão em MPa;
- σ_{cp} tensão normal atuante no concreto devido a compressão;

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \rho_{lz}} \leq 0,02 \quad (47)$$

$$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz})/2 \quad (48)$$

$$v_{min} = 0,035k^{\frac{3}{2}}f_{ck} \quad (49)$$

$$k = \left(1 + \sqrt{20/d} \right) \leq 2 \quad (50)$$

A tensão normal causada pela protensão pode ser calculada através da relação entre a força longitudinal aplicada nas cordoalhas, após todas as perdas, e a seção de concreto, no plano transversal da laje.

$$\sigma_{cy} = \frac{N_{Ed,y}}{A_{cy}} \quad (51)$$

$$\sigma_{cz} = \frac{N_{Ed,z}}{A_{cz}} \quad (52)$$

- Tensão resistente de cisalhamento para lajes com armadura de punção:

$$v_{Rd,CS} = 0,75v_{Rd,C} + \frac{1,5A_{sw}f_{ywd,ef} \sin \alpha}{s_r u_1} \quad (53)$$

Sendo:

A_{sw} a área de aço de um perímetro de armadura;
 s_r o espaçamento radial dos perímetros;
 α o ângulo entre a armadura e a laje;

$$f_{ywd,ef} = \gamma_s(250 + 0,25d) \leq f_{ywd} \quad (54)$$

$$f_{ywd} = 0,8f_{yk} \quad (55)$$

Cálculo da tensão solicitante:

- Pilares internos com momento em uma direção:

Inicialmente calcula-se a tensão solicitante no perímetro de controle sobre o pilar pela formula abaixo:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_o d} \quad (56)$$

Sendo:

u_o perímetro de controle sobre o pilar;
 d altura útil da laje;
 V_{Ed} a força concentrada ou reação de apoio de cálculo

$$u_o = 2 \times (C_1 + C_2) \quad (57)$$

onde C_1 e C_2 são as dimensões do pilar, sendo C_1 a dimensão paralela a excentricidade

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1} \quad (58)$$

Sendo:

k Coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 , e pode ser obtido na Tabela 2.

Tabela 2 - Valores do coeficiente K

Valores de K				
C1/C2	0,5	1	2	3
K	0,45	0,6	0,7	0,8

Fonte: NBR 6118:2014

M_{Ed} o momento solicitante de cálculo;

$$u_1 = 2 \times (C_1 + C_2) + 4\pi d \quad (59)$$

$$W_1 = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad (60)$$

Em seguida é preciso verificar a necessidade da utilização de armadura de punção, por meio do cálculo da tensão solicitando no perímetro básico de controle, situado a $2d$ da face do pilar

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} \quad (61)$$

Sendo β e os demais fatores calculados com as equações dadas anteriormente.

- Pilares internos com momento em duas direções:

A verificação no pilar é feita de forma análoga a mostrada para pilares com momento em uma direção, alternado apenas o valor de β , que passa a ser calcula conforme a equação abaixo:

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \quad (62)$$

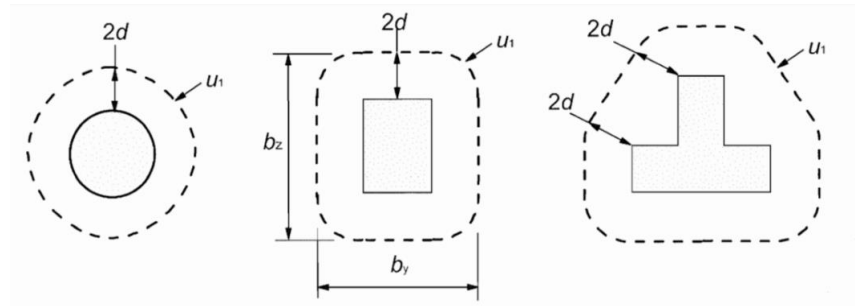
Sendo:

$$e_y = M_{Ed,y}/V_{Ed} \quad (63)$$

$$e_z = M_{Ed,z}/V_{Ed} \quad (64)$$

Os valores de b_z e b_y são obtidos conforme mostrado na Figura 28.

Figura 28 Perímetro básico de controle



Fonte: Eurocode 2 (2004)

Deve-se verificar a necessidade da armadura de punção por meio da equação abaixo

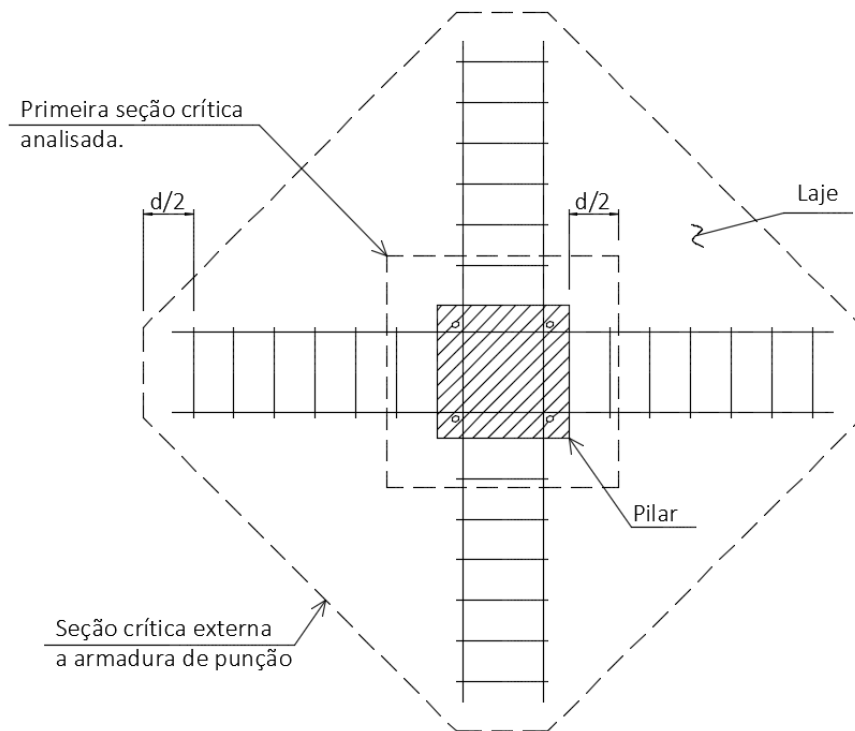
$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} \quad (65)$$

Sendo β e os demais fatores calculados com as equações dadas anteriormente.

2.6.3 American Concrete Institute (ACI 318-19)

Para este sistema normativo, a análise da superfície de ruptura, ou perímetro crítico, é feita de forma distinta das demais normas, estando posicionada a uma distância de $0,5d$ do apoio ou carga concentrada, e para os casos onde há a necessidade da armadura de punção, este perímetro é transferido para uma região distante $0,5d$ da última linha de estribos, como pode-se ver na Figura 29.

Figura 29 - Modelo de análise da norma americana.



Fonte: Adaptado de ACI 318 (2019)

Condições requeridas para a consideração da protensão:

Para que a laje seja considerada protendida, é necessário atender as seguintes especificações:

1. Nenhuma seção distante a menos de $4h$ da borda.
2. $f_{ck} \leq 34,5 MPa$
3. $0,86 \leq f_{pc} \leq 3,45 MPa$

Sendo:

f_{ck} a resistência de projeto a compressão do concreto;
 f_{pc} a tensão de compressão no plano transversal, causada pela protensão;
 h a altura da laje;

Onde as três condições são atendidas, deve-se então considerar os cabos que passam a menos de $d/2$ da face do pilar.

Cálculo da tensão resistente para lajes protendidas:

As duas equações a seguir devem ser verificadas, onde o menor valor obtido será considerado:

$$v_n = 0,29\lambda\sqrt{f_{ck}} + 0,3f_{pc} + \frac{V_p}{b_o d} \quad (66)$$

$$v_n = \beta_p \left(\frac{f_{ck}}{12} \right) + 0,3f_{pc} + \frac{V_p}{b_o d} \quad (67)$$

Sendo:

$$\beta_p = 1,5 + \alpha_s d / b_o \quad (68)$$

$\alpha_s = 40$ para pilar interno

$$b_o = 2(C_1 + d) + 2(C_2 + d) \quad (69)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (70)$$

- v_n a tensão resistente no concreto;
- V_p a componente vertical da força de protensão;
- b_o o perímetro crítico da seção;
- d a altura útil da laje;

Os valores de α_s e b_o são validos para pilares interno, escopo deste estudo para esta norma apresentada, para demais valores, consultar ACI 318/19.

Cálculo da tensão resistente para lajes não protendidas:

As três equações a seguir devem ser verificadas, onde o menor valor obtido será considerado:

$$v_n = \left(2 + \frac{4}{\beta}\right) \lambda_s \lambda \frac{\sqrt{f_{ck}}}{12} \quad (71)$$

$$v_n = \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_o}\right) \lambda_s \lambda \frac{\sqrt{f_{ck}}}{12} \quad (72)$$

$$v_n = \lambda_s \lambda \frac{\sqrt{f_{ck}}}{12} \quad (73)$$

Sendo:

$$\beta = \frac{l_1}{l_2} \quad (74)$$

l_1 a maior dimensão do pilar

l_2 a menor dimensão do pilar

Cálculo da tensão solicitante

- Pilares internos com momento em uma direção:

$$v_{u,AB} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u C_{AB}}{J_c} \quad (75)$$

Sendo:

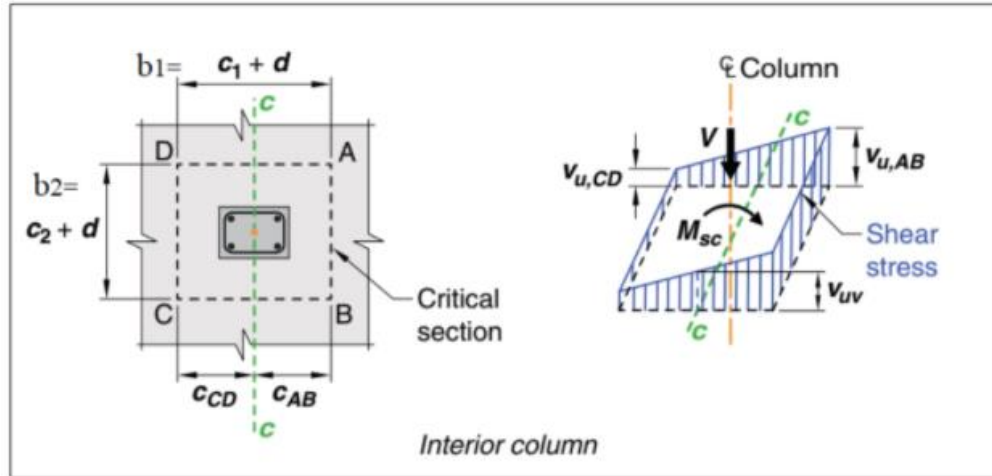
$$\gamma_v = (1 - \gamma_f) \quad (76)$$

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{b_1/b_2}} \quad (77)$$

$$A_c = b_o d \quad (78)$$

- V_u a força de reação do pilar ou carga concentrada de cálculo;
 A_c a área de concreto para o perímetro analisado;
 γ_v o fator que determina a parcela de momento gerado pelo cisalhamento na ligação pilar-laje;
 γ_f o fator que determina a parcela de momento transferido pela flexão da laje para a ligação;
 C_{AB} distância do eixo centroidal da seção do pilar ao perímetro crítico na direção de analisada;
 J_c propriedade análoga ao momento polar de inércia;
 M_u momento majorado;

Figura 30 - Propriedades do perímetro crítico



Adaptado de ACI 318 (2019)

$$J_c = \frac{d(C_1 + d)^3}{6} + \frac{(C_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(C_2 + d)(C_1 + d)^2}{2} \quad (79)$$

$$C_{AB} = \frac{C_1 + d}{2} \quad (80)$$

- Pilares internos com momento em duas direções:

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} M_{ux} y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} M_{uy} x}{J_y} \quad (81)$$

$$\gamma_{vx} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{I_y/I_x}} \quad (82)$$

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{I_x/I_y}} \quad (83)$$

- Cálculo da armadura:

As tensões solicitantes e resistentes são usadas para definir a necessidade ou não da utilização da armadura contra punção:

Se: $v_u \leq 0,75 v_n$ (69) $\rightarrow$ (Armadura não é necessária)

Caso contrário, pode-se calcular a área de aço segundo a formula abaixo:

$$A_v = \frac{(v_u/0,75 - v_n) b_o s}{f_{yt}} \quad (84)$$

3 PLANILHAS, APRESENTAÇÃO E VALIDAÇÃO

3.1 Planilha de detalhamento

Com o intuito de facilitar as verificações para o cálculo da punção, foram elaboradas rotinas de cálculo com o auxílio do Microsoft Excel, para as normas NBR 6118:2014, ACI 318-19 e EM 1992-1-1 2004, o que possibilitou a comparação entre os inúmeros valores de armadura obtidos. Todavia para a NBR 6118:2014 foi elaborada uma planilha que além de dimensionar a área de aço, fornece os dados necessários para o detalhamento da armadura, informando para o profissional que a utiliza, o número de linhas de armadura, assim como o número ramos para cada linha, auxiliando o engenheiro calculista em sua rotina de trabalho.

Para a utilização correta desta ferramenta, serão apresentadas a seguir as premissas a serem seguidas no fornecimento dos dados de entrada, assim como a correta interpretação dos dados de saída.

3.1.1 Dados de entrada

É importante fornecer os dados de forma correta para obter os valores esperados de armadura. Dessa forma a lista abaixo descreve cada elemento a ser preenchido orientado pela linha onde se encontra, a estrutura detalhada pode ser vista na Figura 31:

- **Linhas 1:** Menu para escolher o tipo de pilar (Interno, Borda ou Canto);
- **Linhas 2:** Resistência característica do concreto à compressão;
- **Linhas 3:** Altura da laje;
- **Linhas 4:** Resistência característica do aço;
- **Linhas 5:** Cobrimento da armadura longitudinal;
- **Linhas 6:** Valor característico do momento no eixo x;
- **Linhas 7:** Valor característico do momento no eixo y;
- **Linhas 8:** Força vertical característica;
- **Linhas 9:** Dimensão do pilar no eixo x;

- **Linhas 10:** Dimensão do pilar no eixo y;
- **Linhas 11:** Bitola e espaçamento da armadura de flexão tracionada no eixo x;
- **Linhas 12:** Bitola e espaçamento da armadura de flexão tracionada no eixo y;
- **Linhas 13:** Distância máxima do pilar até o primeiro estribo (Valor recomendado);
- **Linhas 14:** Distância máxima entre linhas de estribo (Valor recomendado);
- **Linhas 15:** Distância do pilar até o primeiro estribo (Valor adotado);
- **Linhas 16:** Distância entre linhas de estribo (Valor adotado);
- **Linhas 17:** Bitola dos estribos;

Figura 31 – Entrada de dados

SELECIONE O TIPO DE PILAR				
1	PILAR INTERNO			

ENTRADA DE DADOS				
2	fck [Mpa]	30		
3	H [cm]	20	OK	
4	Aço	CA-50		
5	c [cm]	2		
6	Mskx [KN.m]	0		
7	Msky [KN.m]	100		
8	Fsk,z [KN]	300		
9	C1 [cm]	30		
10	C2 [cm]	30		
11	As,x	φ	10	c/ [cm] 16
12	As,y	φ	10	c/ [cm] 16
13	1º espaç. [cm]	6	RECOMENDADO	
14	Sr max. [cm]	12		
15	1º espaç. [cm]	6	ADOTADO	
16	Sr [cm]	12		
17	Bitola do Estribo [mm]	0	INSIRA UMA BITOLA	

Fonte: Elaborada pelo autor

Pode-se notar que nesta etapa algumas verificações já são feitas, a primeira delas na **linha 3**, onde verifica-se o limite dimensional para lajes lisas, e a segunda delas na **linha 17**, onde verifica-se a bitola escolhida para o estribo.

Já os dados da protensão são detalhados na lista abaixo, sendo cada linha exposta na Figura 32:

- **Linha 18:** Número de cabos que passam a menos de $d/2$ da face do pilar na direção x e y somados;
- **Linha 19:** Ângulo de inclinação dos cabos no perímetro sobre o pilar;
- **Linha 20:** Ângulo de inclinação dos cabos no perímetro distante $2d$ do pilar;
- **Linha 21:** Ângulo de inclinação dos cabos no perímetro distante $2d$ da última linha de armadura;
- **Linha 22:** Força de protensão após todas as perdas;
- **Linha 23:** Somatório de todos os cabos na direção x da laje;
- **Linha 24:** Somatório de todos os cabos da direção y da laje;
- **Linha 25:** Comprimento total da laje na direção x;
- **Linha 26:** Comprimento total da laje na direção y;

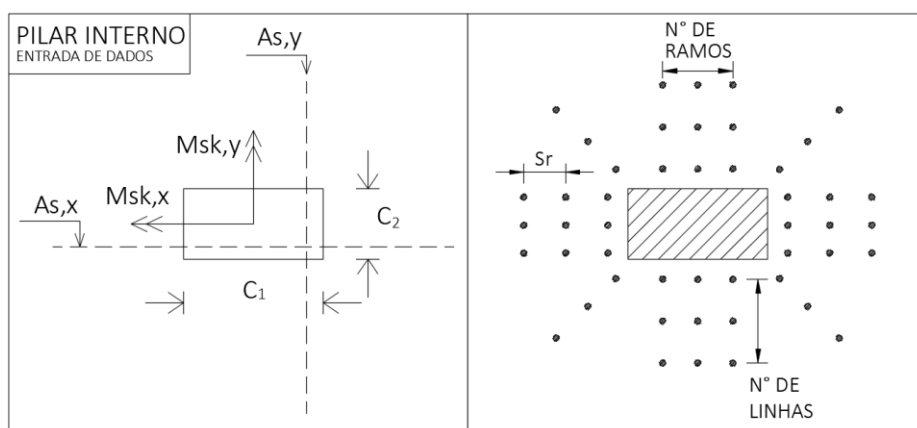
Figura 32 – Dados da protensão

DADOS DA PROTENSÃO		
18	Nº de cabos a menos de $d/2$ do pilar	5
19	Ângulo (°) C	0
20	Ângulo (°) C'	2,5
21	Ângulo (°) C''	2,5
22	Força (KN)	120
23	Total de cabos na direção x	40
24	Total de cabos na direção y	40
25	Comprimento da laje em x [cm]	2000
26	Comprimento da laje em y [cm]	2000

Fonte: Elaborada pelo Autor

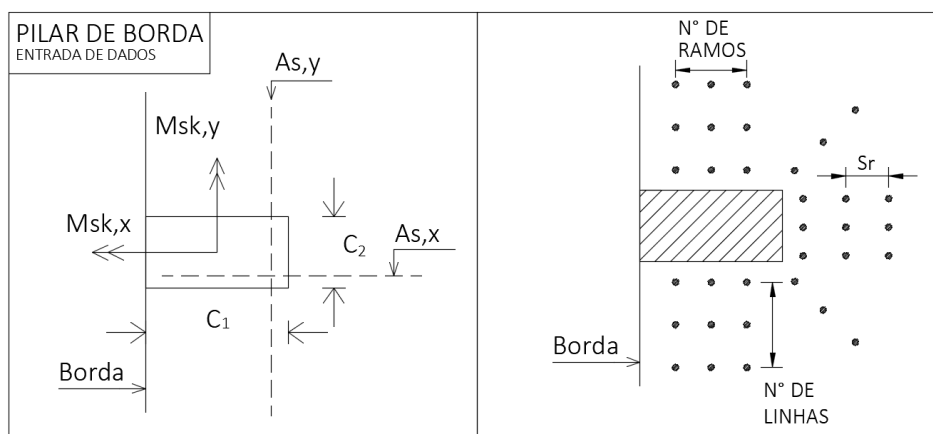
Outro fator importante na entrada de dados é a orientação da borda. Para ilustrar a convenção adotada deve-se utilizar das Figuras 33 a 35.

Figura 33 - Convenção para pilar interno



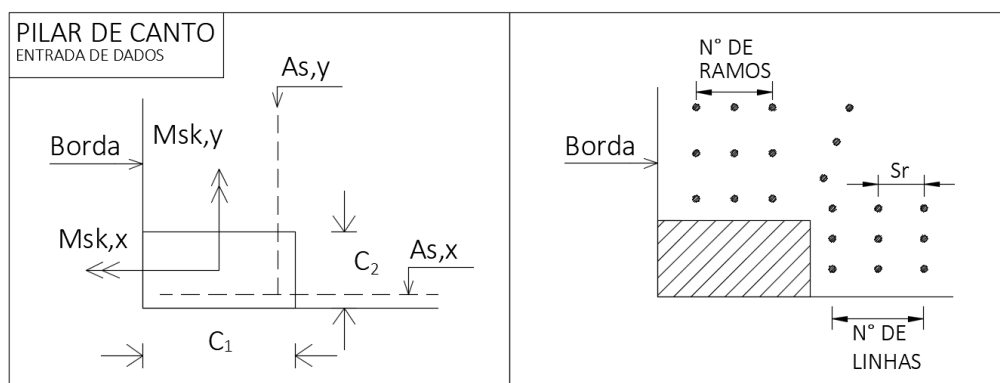
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 34 - Convenção para pilar de borda.



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 35 - Convenção para pilares de borda.



Fonte: Elaborada pelo autor

3.1.2 Dados de saída

As verificações são feitas pela Figura 36, apresentada abaixo.

Figura 36 - Verificações de tensão

VERIFICAÇÕES - PUNÇÃO					
PILAR INTERNO					
VERIFICAÇÕES					
Superfície Crítica C				Verificação	
Tsd [KN/m²]	2058,824	Trd2 [KN/m²]	5091,43	Tsd/Trd2	0,40
Superfície Crítica C'				Verificação	
Tsd' [KN/m²]	1088,68	Trd1 [KN/m²]	600,27	Tsd'/Trd1	ARMAR
				Asw	5,40
Superfície Crítica C''				Verificação	
Tsd'' [KN/m²]	593,2	Trd1'' [KN/cm²]	600,27	Tsd''/Trd1''	0,99

Fonte: Elaborada pelo autor

Os resultados de área de aço, mostrados na figura 37, são apresentados em cm² e representa a área de aço contida em cada linha de armadura, enquanto o número de ramos

Figura 37 - Resultado do dimensionamento

RESULTADO	
Punção com estribos (CA-50)	
Bitola do estribo	10
Asw	2,38
Nº de Linhas	7
Nº de Ramos	4

Fonte: Elaborada pelo autor

3.2 Validação das planilhas

Para validação das planilhas, os resultados foram comparados com o exercício resolvido contido no livro “Comentários e Exemplos de Aplicação – ABNT NBR 6118:2014” escrito pelo IBRACON, assim como a dissertação apresentada por Isadora Potiguara Gotardo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Engenharia Civil, na área de Estruturas, em 2020.

Para a comparação com a dissertação de Gotardo (2020) foi preciso verificar os esforços solicitantes, visto que o software utilizado para a obtenção dos mesmos foi o STRAP, enquanto que para esta pesquisa utilizou-se o TQS.

Seguindo o mesmo modelo estrutural adotado por Gotardo, com sobrecarga de 2kN/m^2 , os seguintes valores foram encontrados para os esforços solicitantes sem majoração (valores característicos).

- **Pilar interno com momento em uma direção**

- a) STRAP:

- I. Força vertical: 320,0 kN
 - II. Momento em x: 57,71 kN.m

- b) TQS:

- I. Força vertical: 323,2 kN
 - II. Momento em x: 21,9 kN.m

- **Pilar interno com momento em duas direções**

- c) STRAP:

- III. Força vertical: 205,7 kN
 - IV. Momento em x: 47,6 kN.m
 - V. Momento em y: 47,6 kN.m

- d) TQS:

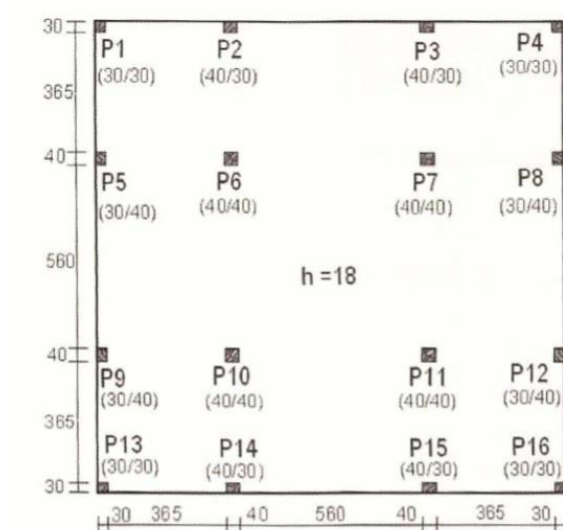
- III. Força vertical: 195,1 kN
 - IV. Momento em x: 16,7 kN.m
 - V. Momento em y: 16,7 kN.m

Pode-se concluir, ao analisar os resultados, que houve uma pequena diferença na força vertical, chegando a valores bem próximos dos utilizados por Gotardo (2020), entretendo nota-se que com o TQS os valores obtidos de momento são menores que os obtidos com o STRAP, chegando a valores 62,05% menores. Uma possível causa para esta diferença é o espaçamento das barras da grelha, visto que Gotardo (2020) utilizou espaçamento de 10cm, e neste trabalho a laje foi discretizada com barras a cada 15cm.

NBR 6118:2014

- **Comparação com o exemplo do livro “Comentários e Exemplos de Aplicação – ABNT NBR 6118:2014” página 415.**

Figura 38 - Estrutura analisada no exemplo



Fonte: Comentários e Exemplos de Aplicação – ABNT NBR 6118:2014

Dados de entrada

- Altura da laje: 18 cm;
- f_{ck} : 30 Mpa;
- Dimensão do pilar: 40x40 cm;
- Força vertical: 252,7 kN;
- Momento em x: 42,38 kN.m;
- Momento em y: 42,38 kN.m;
- Cobrimento: 2,0 cm;
- Taxa de armadura passiva: 0,5747%;

- Armadura negativa: 10mm;
- Pavimento não possui protensão.

Resultado do livro:

- Contorno crítico C

$$\tau_{Rd2} = 5,09 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Sd} = 1,47 \text{ MPa}$$

- Contorno crítico C'

$$\tau_{Rd1} = 0,67 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Sd} = 1,07 \text{ MPa}$$

Resultados obtidos com a planilha elaborada.

VERIFICAÇÕES E RESULTADO - PILARES INTERNOS					
VERIFICAÇÕES					
Superfície Crítica C					
Tsd [KN/m²]	1474,083	Trd2 [KN/m²]	5091,43	Verificação	OK
Superfície Crítica C'					
Tsd' [KN/m²]	1066,80	Trd1 [KN/m²]	671,68	Verificação	ARMAR
				Asw	4,60

Nota-se que os resultados convergiram para todos os valores de tensão. A área de aço não pode ser verificada, visto no exemplo, é elaborada uma proposta de armadura, e a tensão resistente é verificada, já a planilha determina a armadura de forma que a tensão resistente se iguale a solicitante.

- **Comparação com os resultados da dissertação de Gotardo (2020)**

Dados de entrada

- Atura da laje: 18 cm;
- Fck: 30 Mpa;
- Dimensão do pilar: 30x30 cm;
- Força vertical: 320 kN;
- Momento em x: 57,7 kN.m;

- Cobrimento: 2,5 cm;
- Taxa de armadura passiva: 0,6%;
- Armadura negativa: 8 mm;
- Tensão de compressão: 1333,33 kN/m²
- Número de cabos a menos de d/2 do pilar: 4
- Número de cabos sobre o pila: 4
- Força de protensão: 120 kN
- Ângulo dos cabos: 1,43°

Figura 39 - Resultados de Gotardo (2020), segundo NBR 6118:2014

Seção (cm)	fck (MPa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	p=0,6%	4,05	6,15	8,27	10,40	12,49	-	-	-	-
		p=1,5%	2,68	4,78	6,90	9,02	11,12	-	-	-	-
	C35	p=0,6%	3,85	5,95	8,07	10,19	12,29	14,41	-	-	-
		p=1,5%	2,40	4,50	6,63	8,75	10,84	12,97	-	-	-
	C40	p=0,6%	3,67	5,76	7,89	10,01	12,10	14,23	16,35	-	-
		p=1,5%	2,15	4,25	6,38	8,50	10,59	12,72	14,84	-	-
Pilar 40x40	C30	p=0,6%	3,69	5,85	8,04	10,20	12,36	14,56	16,73	18,88	-
		p=1,5%	2,13	4,30	6,48	8,65	10,81	13,00	15,18	17,33	-
	C35	p=0,6%	3,46	5,62	7,81	9,97	12,13	14,33	16,50	18,65	20,82
		p=1,5%	0,00	3,99	6,17	8,33	10,50	12,69	14,87	17,02	19,19
	C40	p=0,6%	3,25	5,41	7,60	9,76	11,92	14,12	16,29	18,44	20,62
		p=1,5%	0,00	3,70	5,89	8,05	10,21	12,41	14,58	16,73	18,91
Pilar 50x50	C30	p=0,6%	2,59	4,76	6,90	9,05	11,23	13,34	15,50	17,68	19,79
		p=1,5%	0,00	3,03	5,17	7,31	9,50	11,61	13,76	15,95	18,06
	C35	p=0,6%	2,34	4,51	6,65	8,79	10,98	13,09	15,24	17,43	19,54
		p=1,5%	0,00	2,68	4,82	6,96	9,15	11,26	13,42	15,60	17,71
	C40	p=0,6%	2,10	4,27	6,41	8,56	10,74	12,85	15,01	17,20	19,31
		p=1,5%	0,00	2,36	4,51	6,65	8,84	10,94	13,10	15,29	17,40

Fonte: Gotardo (2020)

Figura 40 - Resultados obtidos neste trabalho segundo NBR 6118:2014

VERIFICAÇÕES E RESULTADO - PILARES INTERNOS					
VERIFICAÇÕES					
Superfície Crítica C					
Tsd [KN/m ²]	2403,870	Trd2 [KN/m ²]	5091,43	Verificação	OK
Superfície Crítica C'					
Tsd' [KN/m ²]	1299,65	Trd1 [KN/m ²]	871,43	Verificação	ARMAR
				Asw	4,70

Fonte: Elaborada pelo autor

Os resultados se mostraram bem próximos, onde houve um grau de conservadorismo por parte deste trabalho quando comparado com o trabalho de

Gotardo (2020). Pode-se atribuir esta diferença a adoção de valores diferentes de resistência do aço CA-50 (f_{ywd}). Para este trabalho foram adotadas as recomendações do item 19.4.2 da NBR 6118:2014, onde recomenda-se realizar interpolação para encontrar o valor de f_{ywd} .

ACI 318:19

- Comparação com os resultados da dissertação de Gotardo (2020)**

Os dados usados nesta comparação são exatamente os mesmos da norma brasileira, segue abaixo os resultados encontrados.

Figura 41 - Resultados de Gotardo (2020), segundo ACI 318:19

Seção (cm)	fek (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	7,54	12,11	16,72	21,33	25,89	30,52	35,13	39,73	44,30
		ρ=1,5%	7,54	12,11	16,72	21,33	25,89	30,52	35,13	39,73	44,30
	C35	ρ=0,6%	8,18	12,75	17,36	21,98	26,53	31,16	35,77	40,38	44,94
		ρ=1,5%	8,18	12,75	17,36	21,98	26,53	31,16	35,77	40,38	44,94
	C40	ρ=0,6%	7,37	11,94	16,55	21,16	25,72	30,35	34,96	39,56	44,13
		ρ=1,5%	7,37	11,94	16,55	21,16	25,72	30,35	34,96	39,56	44,13
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	5,08	9,71	14,38	19,00	23,62	28,31	32,96	37,54	42,19
		ρ=1,5%	5,08	9,71	14,38	19,00	23,62	28,31	32,96	37,54	42,19
	C35	ρ=0,6%	5,75	10,37	15,04	19,66	24,28	28,98	33,62	38,20	42,85
		ρ=1,5%	5,75	10,37	15,04	19,66	24,28	28,98	33,62	38,20	42,85
	C40	ρ=0,6%	4,75	9,38	14,04	18,67	23,29	27,98	32,63	37,21	41,86
		ρ=1,5%	4,75	9,38	14,04	18,67	23,29	27,98	32,63	37,21	41,86
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	1,27	5,81	10,30	14,79	19,38	23,79	28,31	32,90	37,31
		ρ=1,5%	1,27	5,81	10,30	14,79	19,38	23,79	28,31	32,90	37,31
	C35	ρ=0,6%	2,50	7,04	11,53	16,02	20,61	25,02	29,54	34,12	38,54
		ρ=1,5%	2,50	7,04	11,53	16,02	20,61	25,02	29,54	34,12	38,54
	C40	ρ=0,6%	1,33	5,87	10,36	14,85	19,43	23,84	28,37	32,95	37,36
		ρ=1,5%	1,33	5,87	10,36	14,85	19,43	23,84	28,37	32,95	37,36

Fonte: Gotardo (2020)

Figura 42 - Resultado obtido neste trabalho, segundo ACI 318:19

Tensão resist. de cálculo - considerando a protensão			
vn1	2,08	vn2	2,09
vn [Mpa]		2,079	
Verificação		ARMAR	
Av		7,54	

Fonte: Elaborada pelo autor

Pode-se notar que os resultados são idênticos, logo também são validados.

EM 1992-1-1 2004

- **Comparação com os resultados da dissertação de Gotardo (2020)**

Para esta comparação, os mesmos dados de entrada também foram empregados, contudo, o número de cabos foi atualizado, pois como já foi dito, a norma europeia considera os cabos de protensão que estão a distância máxima de $2d$ da face do pilar, enquanto que nas demais normas essa distância se reduz para $d/2$, dessa forma:

- Número de cabos a menos de $2d$ do pilar: 8
- Número de cabos sobre o pila: 4

Figura 43 - Resultado de Gotardo (2020), segundo EN 1992-1-1 2004

Seção (cm)	f _{ck} (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	$\rho=0,6\%$	4,78	6,97	-	-	-	-	-	-	-
		$\rho=1,5\%$	3,58	5,78	-	-	-	-	-	-	-
	C35	$\rho=0,6\%$	4,60	6,80	-	-	-	-	-	-	-
		$\rho=1,5\%$	3,35	5,54	-	-	-	-	-	-	-
	C40	$\rho=0,6\%$	4,44	6,64	8,86	-	-	-	-	-	-
		$\rho=1,5\%$	3,13	5,32	7,54	-	-	-	-	-	-
Pilar 40x40	C30	$\rho=0,6\%$	4,52	6,78	9,07	-	-	-	-	-	-
		$\rho=1,5\%$	3,17	5,43	7,72	-	-	-	-	-	-
	C35	$\rho=0,6\%$	4,32	6,58	8,87	11,13	-	-	-	-	-
		$\rho=1,5\%$	2,90	5,16	7,45	9,71	-	-	-	-	-
	C40	$\rho=0,6\%$	4,14	6,40	8,69	10,95	13,21	-	-	-	-
		$\rho=1,5\%$	2,65	4,91	7,20	9,46	11,72	-	-	-	-
Pilar 50x50	C30	$\rho=0,6\%$	3,11	5,38	7,62	9,86	12,15	-	-	-	-
		$\rho=1,5\%$	0,00	3,87	6,11	8,36	10,64	-	-	-	-
	C35	$\rho=0,6\%$	2,89	5,16	7,40	9,64	11,93	14,13	-	-	-
		$\rho=1,5\%$	0,00	3,57	5,81	8,05	10,34	12,55	-	-	-
	C40	$\rho=0,6\%$	2,69	4,96	7,20	9,44	11,73	13,93	16,19	-	-
		$\rho=1,5\%$	0,00	3,30	5,54	7,78	10,07	12,27	14,53	-	-

Fonte: Gotardo (2020)

Figura 44 - Resultado obtido neste trabalho segundo EN 1992-1-1 2004

VERIFICAÇÕES E RESULTADOS - PILARES INTERNOS					
VERIFICAÇÕES					
Superfície Crítica C					
V _{Ed} [KN/m ²]	3300,303	V _{Rd,max} [KN/m ²]	4224,00	Verificação	OK
Superfície Crítica C'					
V _{Ed} [KN/m ²]	1246,166	V _{Rd,c} [KN/m ²]	762,311	Verificação	ARMAR
				Asw	4,78

Fonte: Elaborada pelo autor

Como pode-se ver, os mesmos resultados foram obtidos por ambos os trabalhos, o que valida as planilhas usadas nesta pesquisa.

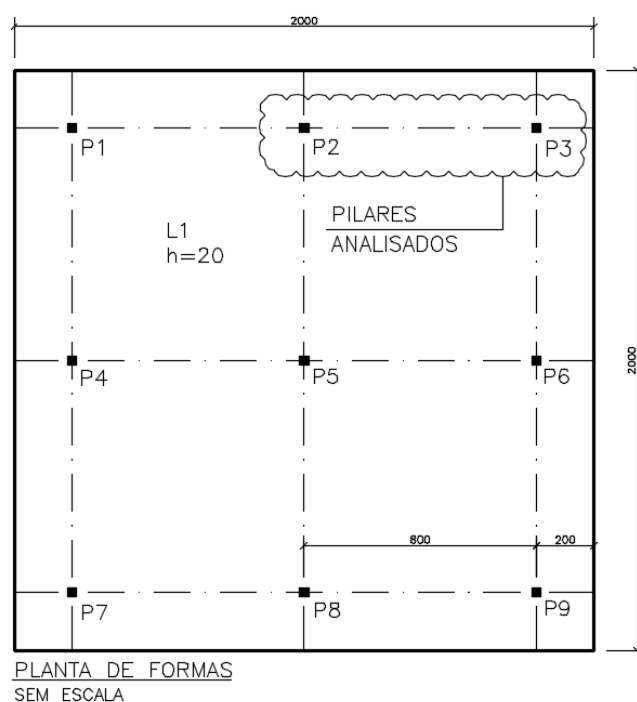
4 DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES PARAMÉTRICAS

4.1 Considerações iniciais

A seguir serão apresentados os parâmetros e a estrutura utilizada na análise feita por meio da NBR 6118:2014, ACI 318-19 e EN 1992-1-1 2004, evidenciando os valores que foram escolhidos como parâmetros fixos, e também os valores que são variados a fim de se entender a sua influência no resultado final.

O modelo utilizado para a análise é baseado no estudo realizado por Gotardo (2020), mostrado na Figura 45, onde os pilares estudados são indicados.

Figura 45 - Modelo utilizado para análise



Fonte: Elaborada pelo autor

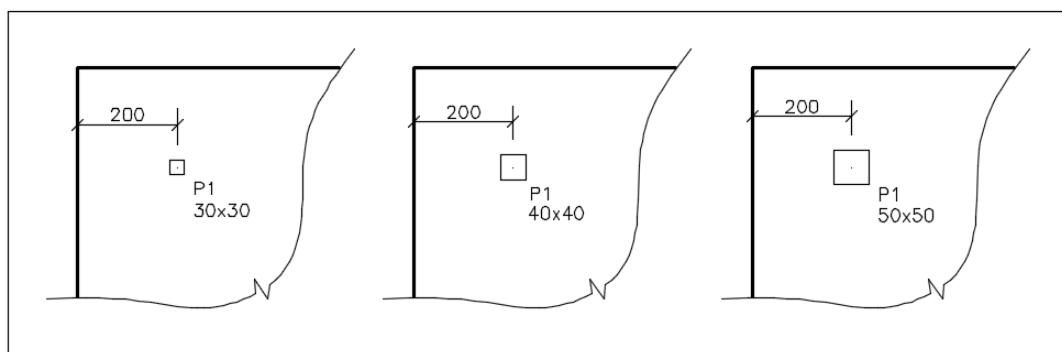
Os pilares foram distribuídos de forma simétrica, com vão padrão de 800cm e balanços de 200cm, com medidas tomadas de eixo a eixo e eixo a bordo livre respectivamente. A altura da laje é de 20 cm para todas as análises com cobrimento adotado de 2,5cm.

Os pilares P2 e P3 são objeto da análise, visto que são solicitados por momentos em uma e duas direções respectivamente, sendo ambos internos a estrutura.

4.2 Variáveis Analisadas

Os pilares adotados possuem seção quadrada, com 30x30, 40x40 e 50x50cm de aresta, como pode-se observar na Figura 46, sendo que em cada modelo estudado, todos os pilares possuem mesma seção.

Figura 46 – Dimensão dos Pilares



Fonte: Elaborada pelo autor

As demais variáveis de cada modelo foram: Sobrecargas de utilização, resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}), taxa geométrica de armadura passiva e disposição dos cabos de protensão. Os parâmetros foram variados da seguinte maneira:

- Sobrecargas de utilização: 3 KN/m², 4,5 KN/m², 6 KN/m², 7,5 KN/m² e 9 KN/m².
- Classe do concreto (f_{ck}): 30Mpa, 35Mpa e 40Mpa;
- Taxa de armadura passiva: 0,6% e 1,5%.

Dados da protensão: As cordoalhas usadas são de aço CP190-RB, com diâmetro de 12,7mm e força de protensão adotada de 150kN. Considerou-se perdas totais de 20% e ângulo de inclinação da cordoalha na região do pilar de 2,5 graus. Adotou-se 2 e 3 cabos/m. Para melhor compreensão, a disposição dos cabos será melhor detalhada na tabela 3.

Tabela 3 – Resumo das variáveis utilizadas

VARIÁVEIS UTILIZADAS	
Seção dos Pilares [cm]	30
	40
	50
Sobrecarga [kN/m ²]	3,0
	4,5
	6,0
	7,5
	9,0
Classe do Concreto [MPa]	30
	35
	40
Taxa de Armadura [%]	0,6
	1,5
Distribuição das Cordoalhas [cabos/m]	2
	3

Fonte: Elaborada pelo autor

4.3 Esforços solicitantes considerados

Com o modelo mostrado na Figura 35 e adotando as variáveis descritas neste capítulo, foi possível obter os valores de esforços solicitantes (carga vertical e momentos). Os valores estão mostrados nas tabelas 4 a tabela 12.

Tabela 4 - Esforços solicitantes para pilares 30x30 e sobrecarga 3,0kN e 4,5kN.

Pilar 30x30				Pilar 30x30			
SOBRECARGA 3kN/m ²				SOBRECARGA 4,5kN/m ²			
Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z	Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z
P1	1.59	1.59	23.73	P1	1.91	1.91	28.47
P2	2.09	0.00	39.63	P2	2.51	-0.00	47.55
P3	1.59	-1.59	23.73	P3	1.91	-1.91	28.47
P4	0.00	2.09	39.63	P4	0.00	2.51	47.55
P5	-0.00	0.00	65.45	P5	-0.00	0.00	78.54
P6	-0.00	-2.09	39.63	P6	0.00	-2.51	47.55
P7	-1.59	1.59	23.73	P7	-1.91	1.91	28.47
P8	-2.09	-0.00	39.63	P8	-2.51	0.00	47.55
P9	-1.59	-1.59	23.73	P9	-1.91	-1.91	28.47
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
Total	-0.00	-0.00	318.88	Total	0.00	-0.00	382.65

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 5 - Esforços solicitantes para pilares 30x30 e sobrecarga 6,0kN e 7,5kN.

Pilar 30x30				Pilar 30x30			
SOBRECARGA 6kN/m ²				SOBRECARGA 7,5kN/m ²			
Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z	Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z
P1	2.20	2.20	32.82	P1	2.50	2.50	37.17
P2	2.89	0.00	54.82	P2	3.28	0.00	62.08
P3	2.20	-2.20	32.82	P3	2.50	-2.50	37.17
P4	-0.00	2.89	54.82	P4	-0.00	3.28	62.08
P5	0.00	0.00	90.54	P5	-0.00	0.00	102.54
P6	-0.00	-2.89	54.82	P6	-0.00	-3.28	62.08
P7	-2.20	2.20	32.82	P7	-2.50	2.50	37.17
P8	-2.89	0.00	54.82	P8	-3.28	-0.00	62.08
P9	-2.20	-2.20	32.82	P9	-2.50	-2.50	37.17
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
Total	0.00	-0.00	441.11	Total	-0.00	0.00	499.57

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 6 - Esforços solicitantes para pilares 30x30 e sobrecarga 9,0KN.

Pilar 30x30			
SOBRECARGA 9kN/m ²			
Pilar	Momento	Momento Y	Forca Z
P1	2.79	2.79	41.52
P2	3.66	0.00	69.35
P3	2.79	-2.79	41.52
P4	-0.00	3.66	69.35
P5	-0.00	0.00	114.54
P6	-0.00	-3.66	69.35
P7	-2.79	2.79	41.52
P8	-3.66	0.00	69.35
P9	-2.79	-2.79	41.52
-----	-----	-----	-----
Total	-0.00	0.00	558.03

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 7 - Esforços solicitantes para pilares 40x40 e sobrecarga 3,0KN e 4,5KN.

Pilar 40x40				Pilar 40x40			
SOBRECARGA 3kN/m ²				SOBRECARGA 4,5kN/m ²			
Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z	Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z
P1	3.94	3.94	24.53	P1	4.72	4.72	29.43
P2	5.39	-0.00	39.34	P2	6.46	-0.00	47.21
P3	3.94	-3.94	24.53	P3	4.72	-4.72	29.43
P4	-0.00	5.39	39.34	P4	-0.00	6.46	47.21
P5	0.00	-0.00	63.29	P5	-0.00	0.00	75.94
P6	0.00	-5.39	39.34	P6	0.00	-6.46	47.21
P7	-3.94	3.94	24.53	P7	-4.72	4.72	29.43
P8	-5.39	0.00	39.34	P8	-6.46	-0.00	47.21
P9	-3.94	-3.94	24.53	P9	-4.72	-4.72	29.43
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
Total	-0.00	-0.00	318.77	Total	0.00	-0.00	382.52

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 8 - Esforços solicitantes para pilares 40x40 e sobrecarga 6,0kN e 7,5kN.

Pilar 40x40				Pilar 40x40			
SOBRECARGA 6kN/m ²				SOBRECARGA 7,5kN/m ²			
Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z	Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z
P1	5.45	5.45	33.93	P1	6.17	6.17	38.43
P2	7.45	0.00	54.42	P2	8.44	-0.00	61.64
P3	5.45	-5.45	33.93	P3	6.17	-6.17	38.43
P4	0.00	7.45	54.42	P4	-0.00	8.44	61.64
P5	-0.00	0.00	87.55	P5	-0.00	-0.00	99.15
P6	-0.00	-7.45	54.42	P6	0.00	-8.44	61.64
P7	-5.45	5.45	33.93	P7	-6.17	6.17	38.43
P8	-7.45	-0.00	54.42	P8	-8.44	0.00	61.64
P9	-5.45	-5.45	33.93	P9	-6.17	-6.17	38.43
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
Total	-0.00	0.00	440.96	Total	-0.00	0.00	499.40

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 9 - Esforços solicitantes para pilares 40x40 e sobrecarga 9,0kN.

Pilar 40x40			
SOBRECARGA 9kN/m ²			
Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z
P1	6.89	6.89	42.92
P2	9.42	-0.00	68.85
P3	6.89	-6.89	42.92
P4	0.00	9.42	68.85
P5	-0.00	0.00	110.75
P6	0.00	-9.42	68.85
P7	-6.89	6.89	42.92
P8	-9.42	0.00	68.85
P9	-6.89	-6.89	42.92
-----	-----	-----	-----
Total	-0.00	0.00	557.84

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 10 - Esforços solicitantes para pilares 50x50 e sobrecarga 3,0kN e 4,5kN.

Pilar 50x50				Pilar 50x50			
SOBRECARGA 3kN/m ²				SOBRECARGA 4,5kN/m ²			
Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z	Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z
P1	6.39	6.39	25.41	P1	7.67	7.67	30.49
P2	8.51	0.00	38.99	P2	10.21	0.00	46.79
P3	6.39	-6.39	25.41	P3	7.67	-7.67	30.49
P4	0.00	8.51	38.99	P4	0.00	10.21	46.79
P5	-0.00	0.00	61.06	P5	0.00	-0.00	73.28
P6	-0.00	-8.51	38.99	P6	0.00	-10.21	46.79
P7	-6.39	6.39	25.41	P7	-7.67	7.67	30.49
P8	-8.51	-0.00	38.99	P8	-10.21	-0.00	46.79
P9	-6.39	-6.39	25.41	P9	-7.67	-7.67	30.49
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
Total	-0.00	0.00	318.66	Total	0.00	-0.00	382.39

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 11 - Esforços solicitantes para pilares 50x50 e sobrecarga 6,0kN e 7,5kN.

Pilar 50x50				Pilar 50x50			
SOBRECARGA 6kN/m ²				SOBRECARGA 7,5kN/m ²			
Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z	Pilar	Momento X	Momento Y	Forca Z
P1	8.84	8.84	35.15	P1	10.01	10.01	39.81
P2	11.77	-0.00	53.93	P2	13.33	-0.00	61.08
P3	8.84	-8.84	35.15	P3	10.01	-10.01	39.81
P4	-0.00	11.77	53.93	P4	0.00	13.33	61.08
P5	-0.00	0.00	84.47	P5	-0.00	0.00	95.67
P6	0.00	-11.77	53.93	P6	-0.00	-13.33	61.08
P7	-8.84	8.84	35.15	P7	-10.01	10.01	39.81
P8	-11.77	-0.00	53.93	P8	-13.33	-0.00	61.08
P9	-8.84	-8.84	35.15	P9	-10.01	-10.01	39.81
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
Total	0.00	-0.00	440.81	Total	0.00	0.00	499.23

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 12 - Esforços solicitantes para pilares 50x50 e sobrecarga 9,0kN.

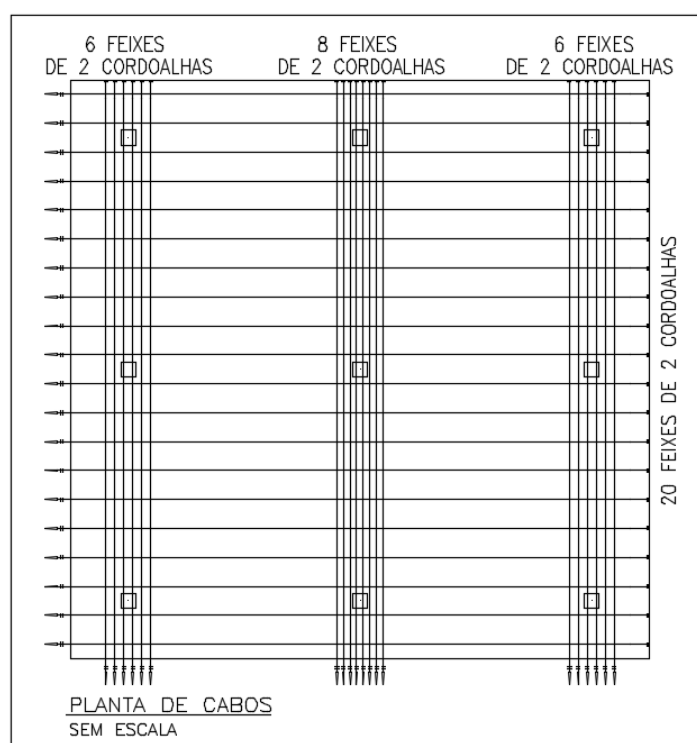
Pilar 50x50			
SOBRECARGA 9kN/m ²			
Pilar	Momento	Momento Y	Força Z
P1	11.18	11.18	44.47
P2	14.89	-0.00	68.23
P3	11.18	-11.18	44.47
P4	0.00	14.89	68.23
P5	0.00	-0.00	106.86
P6	0.00	-14.89	68.23
P7	-11.18	11.18	44.47
P8	-14.89	-0.00	68.23
P9	-11.18	-11.18	44.47
-----	-----	-----	-----
Total	0.00	-0.00	557.66

Fonte: Elaborada pelo autor

4.4 Disposição das cordoalhas

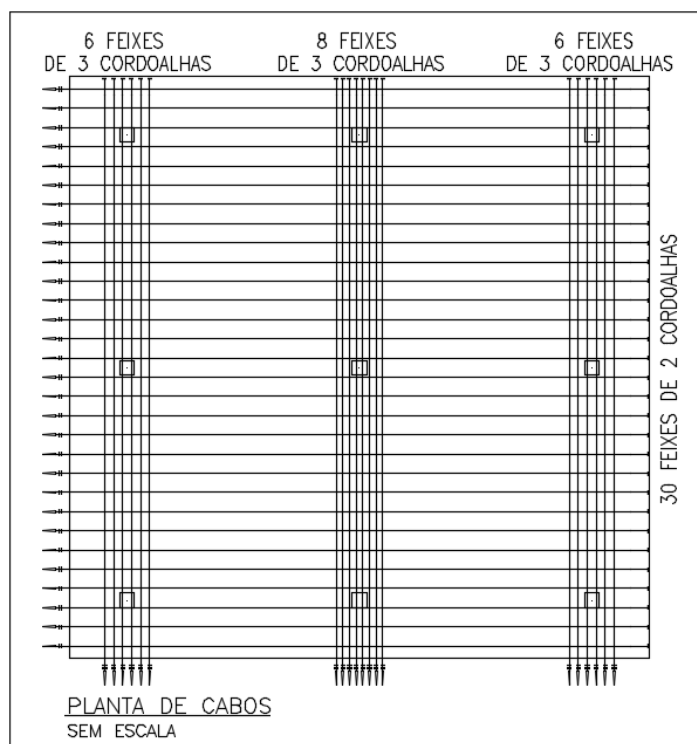
Para evidenciar a influência da protensão na armadura de punção, utiliza-se dois modelos diferentes de distribuição dos cabos na laje, que são mostrados nas Figuras 47 e 48. O modelo 1 é composto por 2 cabos/m enquanto que o modelo 2 é composto por 3 cabos/m.

Figura 47 - Modelo 1



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 48 - Modelo 2



Fonte: Elaborada pelo autor.

A tensão de protensão para cada modelo é determinada pela seguinte equação:

$$\sigma_{cp} = \frac{N^{\circ}_{cabos}(N_{sd} - perdas)}{Ac}$$

Para o modelo 1, tem-se:

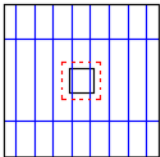
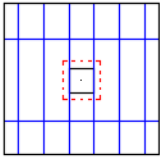
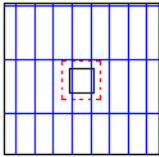
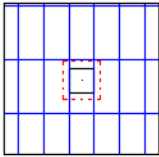
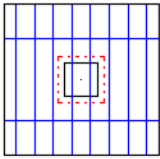
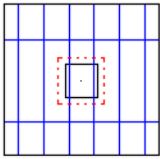
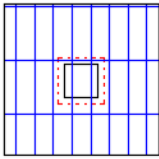
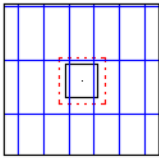
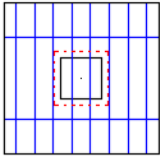
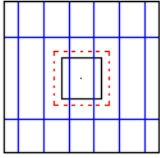
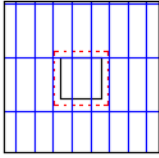
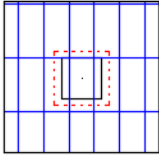
$$\sigma_{cp} = \frac{2(150 - 150 \times 0,2)}{0,2 \times 1} = 1200 \frac{kN}{m^2} = 1,2MPa$$

Já para o modelo 2:

$$\sigma_{cp} = \frac{3(150 - 150 \times 0,2)}{0,2 \times 1} = 1800 \frac{kN}{m^2} = 1,8MPa$$

Para o cálculo do alívio gerado pela inclinação dos cabos que cruzam o perímetro crítico uma análise deve ser feita para cada norma separadamente, visto que segundo a NBR 6118:2014 e ACI 318-19 deve-se considerar as cordoalhas que passam a no máximo 0,5d da face do pilar, enquanto que para a EN 1998-1-1 2004 são considerados os cabos que estão distantes no máximo 2d da face do pilar. Dessa forma será apresentado um esquema ampliado dos cabos que cruzam essa região nas Figuras 49, para melhor compreensão dos valores adotados.

Figura 49 - Cabos a menos de $d/2$ da face do pilar

NBR 6118 E ACI/318					
	Modelo 1		Modelo 2		
	P2	P3	P2	P3	
30x30					
40x40					
50x50					

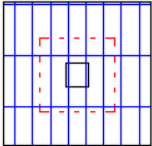
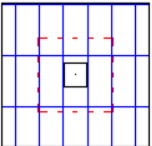
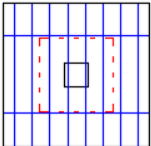
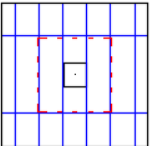
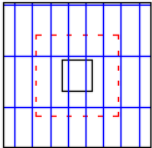
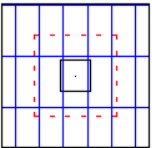
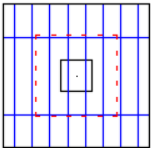
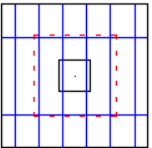
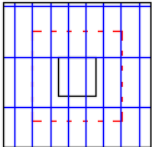
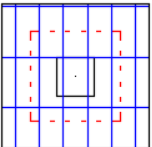
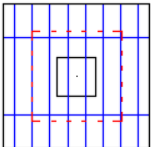
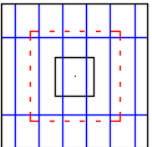
Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 13 - Resumo dos cabos a menos de $d/2$ do pilar

NBR 6118:2014 E ACI318				
	Modelo 1		Modelo 2	
	P2	P3	P2	P3
30x30	2	2	2	2
40x40	2	2	3	3
50x50	2	2	3	3

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 50 - Cabos a menos de 2d da face do pilar

EC2				
	Modelo 1		Modelo 2	
	P2	P3	P2	P3
30x30				
40x40				
50x50				

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 14 - Resumo dos cabos a menos de 2d do pilar

	EC2			
	Modelo 1		Modelo 2	
	P2	P3	P2	P3
30x30	4	4	6	6
40x40	6	6	6	6
50x50	8	6	8	6

Fonte: Elaborada pelo autor

4.5 Software Utilizado

A determinação dos esforços solicitantes foi feita com o programa computacional TQS, em sua versão 22, da empresa TQS Informática (São Paulo – Brasil). A análise do comportamento estrutural foi realizada através de modelos de grelha, com espaçamentos uniformes entre barras de 15 x 15 cm.

6. 5 RESULTADOS

Os resultados obtidos para cada caso estão apresentados nas Tabelas de 15 a 26. Para os casos onde a armadura de punção não é necessária a célula foi preenchida com valor zero (0,00), já para os casos onde houve ruptura na seção crítica C, sobre o pilar, a célula foi preenchida com hífen (-).

5.1 Pilar interno com momento em uma direção (P2)

Tabela 15 - Resultados NBR 6118:2014 com 2 cabos por metro

NBR 6118 - 2 Cabos - Momentos em uma direção							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m ²				
			3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	4,13	6,15	8,00	9,86	11,71
		$\rho = 1,5\%$	2,49	4,51	6,36	8,22	10,07
	C35	$\rho = 0,6\%$	3,88	5,91	7,76	9,62	11,47
		$\rho = 1,5\%$	2,16	4,18	6,03	7,89	9,74
	C40	$\rho = 0,6\%$	3,66	5,69	7,54	9,40	11,25
		$\rho = 1,5\%$	0,00	3,88	5,74	7,59	9,45
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	4,53	6,77	8,82	10,88	12,93
		$\rho = 1,5\%$	2,69	4,93	6,98	9,04	11,09
	C35	$\rho = 0,6\%$	4,26	6,50	8,55	10,61	12,66
		$\rho = 1,5\%$	2,32	4,56	6,61	8,67	10,72
	C40	$\rho = 0,6\%$	4,01	6,25	8,30	10,36	12,41
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,22	6,28	8,34	10,39
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	4,63	7,03	9,23	11,44	13,64
		$\rho = 1,5\%$	2,59	4,99	7,19	9,39	11,60
	C35	$\rho = 0,6\%$	4,33	6,73	8,93	11,14	13,34
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,58	6,78	8,98	11,19
	C40	$\rho = 0,6\%$	4,06	6,46	8,66	10,86	13,06
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,21	6,41	8,61	10,81

Fonte: Elaborada pelo Autor

Tabela 16 - Resultados NBR 6118:2014 com 3 cabos por metro

NBR 6118 - 3 Cabos - Momentos em uma direção							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m²				
			3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	3,60	5,62	7,48	9,33	11,19
		$\rho = 1,5\%$	1,96	3,98	5,84	6,58	9,55
	C35	$\rho = 0,6\%$	3,36	5,38	7,23	9,09	10,94
		$\rho = 1,5\%$	0,00	3,66	5,51	7,36	9,22
	C40	$\rho = 0,6\%$	3,14	5,16	7,01	8,87	10,72
		$\rho = 1,5\%$	0,00	3,36	5,21	5,88	8,92
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	3,76	6,00	8,06	10,12	12,17
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,16	6,22	8,28	10,33
	C35	$\rho = 0,6\%$	3,49	5,73	7,79	9,85	11,90
		$\rho = 1,5\%$	0,00	3,79	5,85	7,95	9,96
	C40	$\rho = 0,6\%$	3,25	5,49	7,54	9,60	11,65
		$\rho = 1,5\%$	0,00	3,46	5,51	7,57	9,62
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	3,80	6,21	8,41	10,61	12,81
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,16	6,36	8,56	10,77
	C35	$\rho = 0,6\%$	3,50	5,90	8,10	10,31	12,51
		$\rho = 1,5\%$	0,00	3,75	5,95	8,16	10,36
	C40	$\rho = 0,6\%$	3,23	5,63	7,83	10,03	12,23
		$\rho = 1,5\%$	0,00	3,38	5,58	7,78	9,99

Fonte: Elaborada pelo Autor

Tabela 17 - Resultados EUROCODE com 2 cabos por metro

EUROCODE - 2 Cabos - Momentos em uma direção							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m²				
			3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	4,56	6,61	-	-	-
		$\rho = 1,5\%$	3,07	5,12	-	-	-
	C35	$\rho = 0,6\%$	4,34	6,39	8,27	-	-
		$\rho = 1,5\%$	2,77	4,82	6,70	-	-
	C40	$\rho = 0,6\%$	4,14	6,19	8,07	9,95	-
		$\rho = 1,5\%$	2,49	4,54	6,42	8,31	-
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	4,71	6,98	9,06	11,15	-
		$\rho = 1,5\%$	3,03	5,3	7,38	9,47	-
	C35	$\rho = 0,6\%$	4,46	6,73	8,81	10,9	12,98
		$\rho = 1,5\%$	2,69	4,96	7,05	9,13	11,21
	C40	$\rho = 0,6\%$	4,23	6,51	8,59	10,68	12,76
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,66	6,74	8,83	10,91
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	4,55	6,99	9,22	11,45	13,68
		$\rho = 1,5\%$	0,00	5,12	7,35	9,59	11,82
	C35	$\rho = 0,6\%$	4,28	6,71	8,94	11,18	13,41
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,75	6,98	9,21	11,45
	C40	$\rho = 0,6\%$	4,03	6,46	8,69	10,93	13,16
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,41	6,64	8,87	11,11

Fonte: Elaborada pelo Autor

Tabela 18 - Resultados EUROCODE com 3 cabos por metro

EUROCODE - 3 Cabos - Momentos em uma direção							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m²				
			3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	3,81	5,86	-	-	-
		$\rho = 1,5\%$	2,31	4,36	-	-	-
	C35	$\rho = 0,6\%$	3,59	5,64	7,52	-	-
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,06	5,94	-	-
	C40	$\rho = 0,6\%$	3,39	5,44	7,32	9,2	-
		$\rho = 1,5\%$	0,00	3,79	5,367	7,55	-
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	4,26	6,53	8,61	10,7	-
		$\rho = 1,5\%$	2,58	4,85	6,93	9,02	-
	C35	$\rho = 0,6\%$	4,01	6,28	8,37	10,45	12,53
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,51	6,6	8,65	10,76
	C40	$\rho = 0,6\%$	3,79	6,06	8,14	10,23	12,31
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,21	6,29	8,38	10,46
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	4,05	6,49	8,72	10,95	13,19
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,62	6,85	9,09	11,32
	C35	$\rho = 0,6\%$	3,78	6,21	8,44	10,68	12,91
		$\rho = 1,5\%$	0,00	4,25	6,48	8,71	10,95
	C40	$\rho = 0,6\%$	3,53	5,96	8,19	10,43	12,66
		$\rho = 1,5\%$	0,00	3,91	6,14	8,37	10,61

Fonte: Elaborada pelo Autor

Tabela 19 - Resultados ACI com 2 cabos por metro

ACI - 2 Cabos - Momentos em uma direção							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m²				
			3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	5,69	9,82	13,6	17,38	21,16
		$\rho = 1,5\%$	5,69	9,82	13,6	17,38	21,16
	C35	$\rho = 0,6\%$	7,89	12,01	15,79	19,58	23,36
		$\rho = 1,5\%$	7,89	12,01	15,79	19,58	23,36
	C40	$\rho = 0,6\%$	7,01	11,13	14,91	18,7	22,48
		$\rho = 1,5\%$	7,01	11,13	14,91	18,7	22,48
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	5,20	9,84	14,11	18,38	22,63
		$\rho = 1,5\%$	5,20	9,84	14,11	18,38	22,63
	C35	$\rho = 0,6\%$	7,76	12,40	16,67	20,93	25,19
		$\rho = 1,5\%$	7,76	12,40	16,67	20,93	25,19
	C40	$\rho = 0,6\%$	6,69	11,33	15,60	19,87	24,12
		$\rho = 1,5\%$	6,69	11,33	15,60	19,87	24,12
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	3,72	8,70	13,26	17,83	22,39
		$\rho = 1,5\%$	3,72	8,70	13,26	17,83	22,39
	C35	$\rho = 0,6\%$	6,65	11,62	16,18	20,75	25,31
		$\rho = 1,5\%$	6,65	11,62	16,18	20,75	25,31
	C40	$\rho = 0,6\%$	5,39	10,37	14,93	19,49	24,05
		$\rho = 1,5\%$	5,39	10,37	14,93	19,49	24,05

Fonte: Elaborada pelo Autor

Tabela 20 - Resultados ACI com 3 cabos por metro

ACI - 3 Cabos - Momentos em uma direção							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m ²				
			3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	4,36	8,49	12,27	16,05	24,31
		$\rho = 1,5\%$	4,36	8,49	12,27	16,05	24,31
	C35	$\rho = 0,6\%$	7,89	12,01	15,79	19,58	23,36
		$\rho = 1,5\%$	7,89	12,01	15,79	19,58	23,36
	C40	$\rho = 0,6\%$	7,01	11,13	14,91	18,70	22,48
		$\rho = 1,5\%$	7,01	11,13	14,91	18,70	22,48
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	3,32	7,97	12,23	16,76	20,75
		$\rho = 1,5\%$	3,32	7,97	12,23	16,76	20,75
	C35	$\rho = 0,6\%$	7,76	12,40	16,67	20,93	25,19
		$\rho = 1,5\%$	7,76	12,40	16,67	20,93	25,19
	C40	$\rho = 0,6\%$	6,69	11,33	15,60	19,87	24,12
		$\rho = 1,5\%$	6,69	11,33	15,60	19,87	24,12
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	1,56	6,54	11,10	15,66	20,23
		$\rho = 1,5\%$	1,56	6,54	11,10	15,66	20,23
	C35	$\rho = 0,6\%$	6,65	11,62	16,18	20,75	25,31
		$\rho = 1,5\%$	6,65	11,62	16,18	20,75	25,31
	C40	$\rho = 0,6\%$	5,39	10,37	14,93	19,49	24,05
		$\rho = 1,5\%$	5,39	10,37	14,93	19,49	24,05

Fonte: Elaborada pelo Autor

5.2 Pilar interno com momento em duas direções (P3)

Tabela 21 - Resultados NBR 6118 com 2 cabos por metro

NBR 6118 - 2 Cabos - Momentos em duas direções							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m ²				
			3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,27	3,53	4,80	6,06
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	1,89	3,16	4,42
	C35	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,03	3,29	4,56	5,82
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	2,83	4,09
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,00	1,81	3,07	4,34	5,60
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	2,53	3,79
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	2,03	3,77	5,37	6,97	7,12
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	3,53	5,13	6,72
	C35	$\rho = 0,6\%$	1,76	3,50	5,10	6,70	8,29
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	3,16	4,76	6,36
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,00	3,25	4,68	6,45	8,05
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	2,83	4,43	6,02
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	2,95	5,01	6,91	8,80	10,69
		$\rho = 1,5\%$	0,00	2,97	4,86	6,76	8,65
	C35	$\rho = 0,6\%$	2,65	4,71	6,61	8,50	10,39
		$\rho = 1,5\%$	0,00	2,56	4,45	6,35	8,24
	C40	$\rho = 0,6\%$	2,37	4,44	6,33	8,22	10,12
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	4,08	5,98	7,87

Fonte: Elaborada pelo Autor

Tabela 22 - Resultados NBR 6118 com 3 cabos por metro

NBR 6118 - 3 Cabos - Momentos em duas direções							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m²				
			3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	1,74	3,00	4,27	5,53
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	2,63	3,89
	C35	$\rho = 0,6\%$	0,00	1,50	2,76	4,03	5,29
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	2,30	3,56
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,00	0,00	2,54	3,81	5,07
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	0,00	3,27
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	3,01	4,61	6,21	7,80
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	2,77	4,37	5,96
	C35	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,73	4,34	5,94	7,53
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	2,40	4,17	5,59
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,49	4,09	5,69	7,28
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	3,66	5,26
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	2,12	4,19	6,08	7,97	9,86
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	4,03	5,93	7,82
	C35	$\rho = 0,6\%$	1,82	3,88	5,78	7,67	9,56
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	3,63	5,52	7,41
	C40	$\rho = 0,6\%$	1,54	3,61	5,50	7,40	9,29
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	3,25	5,15	7,04

Fonte: Elaborada pelo Autor

Tabela 23 - Resultados EUROCODE com 2 cabos por metro

EUROCODE - 2 Cabos - Momentos em duas direções							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m²				
			3,00	4,5	6,00	7,5	9,00
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,23	3,44	4,66	5,87
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	3,16	4,37
	C35	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,01	3,22	4,44	5,65
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	2,86	4,07
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,00	1,81	3,02	4,24	5,44
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	2,59	3,80
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,98	4,46	5,93	7,41
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	2,78	4,25	5,72
	C35	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,73	4,21	5,69	7,16
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	3,92	5,39
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,51	3,99	5,46	6,93
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	3,61	5,08
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	3,92	5,63	7,34	9,05
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	3,77	5,48	7,19
	C35	$\rho = 0,6\%$	0,00	3,65	5,36	7,07	8,78
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	3,39	5,10	7,52
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,00	3,40	5,11	6,82	8,53
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	3,05	4,76	6,47

Fonte: Elaborada pelo Autor

Tabela 24 - Resultados EUROCODE com 3 cabos por metro

EUROCODE - 3 Cabos - Momentos em duas direções							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m ²				
			3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	0,00	2,69	3,90	5,11
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	2,41	3,62
	C35	$\rho = 0,6\%$	0,00	0,00	2,47	3,68	4,89
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	0,00	3,32
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,00	0,00	2,27	3,48	4,69
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	0,00	3,05
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,53	4,01	5,49	6,96
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	3,67	5,28
	C35	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,28	3,76	5,24	6,71
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	3,32	4,94
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,06	3,54	5,01	6,48
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	3,01	4,63
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	3,42	5,13	6,84	8,55
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	3,27	4,98	6,69
	C35	$\rho = 0,6\%$	0,00	3,15	4,86	6,57	8,28
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	4,61	6,32
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,90	4,61	6,32	8,03
		$\rho = 1,5\%$	0,00	0,00	0,00	4,27	5,98

Fonte: Elaborada pelo Autor

Tabela 25 - Resultados ACI com 2 cabos por metro

ACI - 2 Cabos - Momentos em duas direções							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m ²				
			3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,57	5,24	7,93	10,60
		$\rho = 1,5\%$	0,00	2,57	5,24	7,93	10,60
	C35	$\rho = 0,6\%$	1,45	4,37	7,04	9,73	12,40
		$\rho = 1,5\%$	1,45	4,37	7,04	9,73	12,40
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,54	3,46	6,13	8,82	11,49
		$\rho = 1,5\%$	0,54	3,46	6,13	8,82	11,49
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	0,79	4,28	8,01	11,20	14,90
		$\rho = 1,5\%$	0,79	4,28	8,01	11,20	14,90
	C35	$\rho = 0,6\%$	2,86	6,61	10,08	13,53	16,98
		$\rho = 1,5\%$	2,86	6,61	10,08	13,53	16,98
	C40	$\rho = 0,6\%$	1,76	5,51	8,98	12,43	15,88
		$\rho = 1,5\%$	1,76	5,51	8,98	12,43	15,88
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	0,99	5,16	9,48	13,28	17,60
		$\rho = 1,5\%$	0,99	5,16	9,48	13,28	17,60
	C35	$\rho = 0,6\%$	3,34	7,77	11,83	15,89	19,95
		$\rho = 1,5\%$	3,34	7,77	11,83	15,89	19,95
	C40	$\rho = 0,6\%$	2,04	6,48	10,54	14,60	18,66
		$\rho = 1,5\%$	2,04	6,48	10,54	14,60	18,66

Fonte: Elaborada pelo Autor

Tabela 26 - Resultados ACI com 3 cabos por metro

ACI - 3 Cabos - Momentos em duas direções							
Seção	Fck (MPa)	Taxa de Armadura	Sobrecarga kN/m²				
			3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Pilar 30x30	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	1,23	3,90	6,60	9,27
		$\rho = 1,5\%$	0,00	1,23	3,90	6,60	9,27
	C35	$\rho = 0,6\%$	1,45	4,37	7,04	9,73	12,40
		$\rho = 1,5\%$	1,45	4,37	7,04	9,73	12,40
	C40	$\rho = 0,6\%$	0,54	3,46	6,13	8,82	11,49
		$\rho = 1,5\%$	0,54	3,46	6,13	8,82	11,49
Pilar 40x40	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	2,66	6,13	9,58	13,02
		$\rho = 1,5\%$	0,00	2,66	6,13	9,58	13,02
	C35	$\rho = 0,6\%$	2,86	6,61	10,08	13,53	16,98
		$\rho = 1,5\%$	2,86	6,61	10,08	13,53	16,98
	C40	$\rho = 0,6\%$	1,76	5,51	8,98	12,43	15,88
		$\rho = 1,5\%$	1,76	5,51	8,98	12,43	15,88
Pilar 50x50	C30	$\rho = 0,6\%$	0,00	3,25	7,31	11,37	15,43
		$\rho = 1,5\%$	0,00	3,25	7,31	11,37	15,43
	C35	$\rho = 0,6\%$	3,34	7,77	11,83	15,89	19,95
		$\rho = 1,5\%$	3,34	7,77	11,83	15,89	19,95
	C40	$\rho = 0,6\%$	2,04	6,48	10,54	14,60	18,66
		$\rho = 1,5\%$	2,04	6,48	10,54	14,60	18,66

Fonte: Elaborada pelo Autor

7. 6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise dos resultados foi feita por meio da comparação entre os procedimentos normativos. Para isso, foram elaborados gráficos com o percentual de redução da armadura de punção ao substituir o procedimento com maior área pelo procedimento com a menor área de aço.

Em todas as análises é informado qual procedimento se mostrou mais econômico, assim como as exceções, que foram omitidas dos gráficos para evitar valores de economia negativos, porém todos os resultados estão expostos no capítulo anterior, caso haja necessidade de consulta.

É importante observar que para alguns valores de sobrecarga não há marcação dos resultados no gráfico, isso pode ocorrer por dois motivos, um deles se apresenta quando não há a necessidade de armadura de punção em um dos procedimentos, o outro ocorre quando a verificação do perímetro crítico C, sobre o pilar, não passou.

Tendo em vista que não há uma variação significativa na área de aço ao alterar o valor do f_{ck} , as comparações foram feitas para o $f_{ck} = 35MPa$, que é o valor médio utilizado.

Para cada comparação existem dois gráficos, um com a taxa de armadura passiva de 0,6% e outro de 1,5%.

6.1 Pilares internos com momento em uma direção

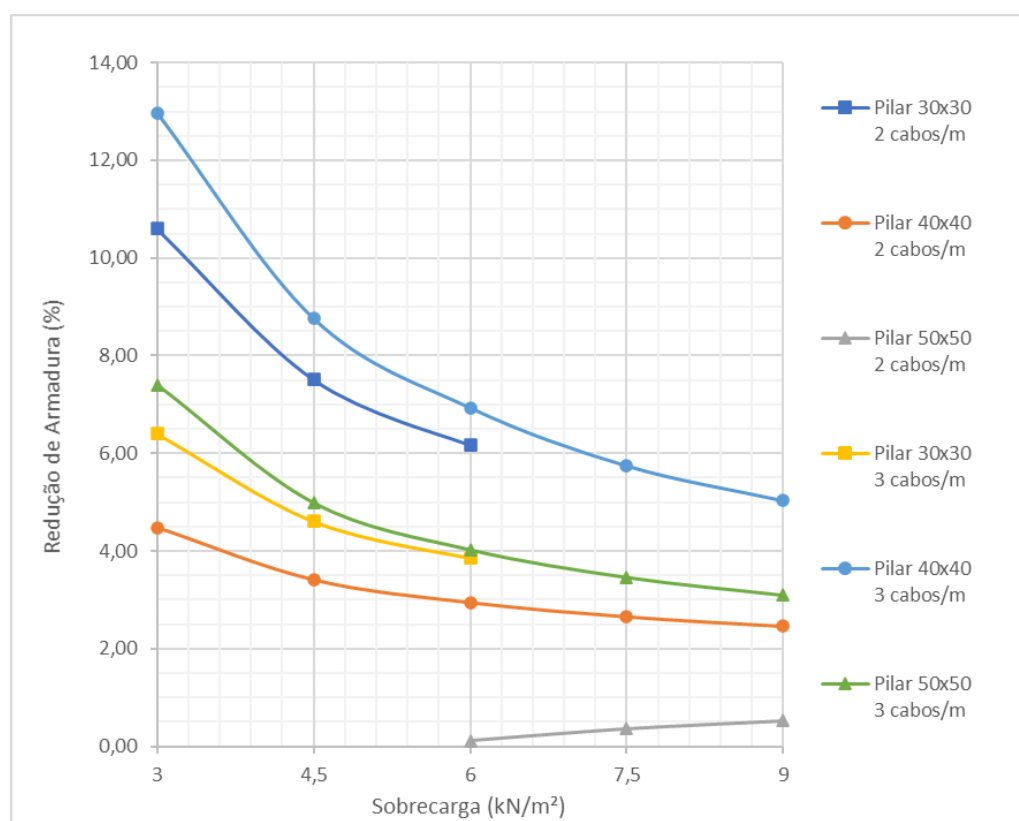
6.1.1 Comparação entre a NBR 6118:2014 e o EN 1992-1-1 2004

Nota-se que para quase todos os resultados a NBR 6118:2014 se mostrou mais econômica que o EN 1992-1-1 2004, com valores de economia chegando a 22,02%. A exceção ocorre para o pilar de 50x50 com 2 cabos por metro, e taxa de armadura de 0,6%, onde o EN 1992-1-1 2004 se mostrou mais econômico para valores de sobrecarga abaixo de 6 kN/m².

Observando a Figura 51 nota-se que para valores mais baixos de sobrecarga, a economia atingiu 13%, já para valores mais altos os dois procedimentos tendem a se igualar, chegando a 0,5% de economia, para o pilar de 50x50 com dois cabos por metro.

Para o valor mais baixo de tensão de compressão, representado pela distribuição com dois cabos por metro, percebe-se que ao aumentar a seção dos pilares, há uma diminuição da economia gerada, o que nos sugere que para valores de seção maiores que os estudados, pode-se chegar a uma inversão dos resultados obtido. Já para a distribuição de três cabos por metro não houve um comportamento padrão ao variar a seção dos pilares.

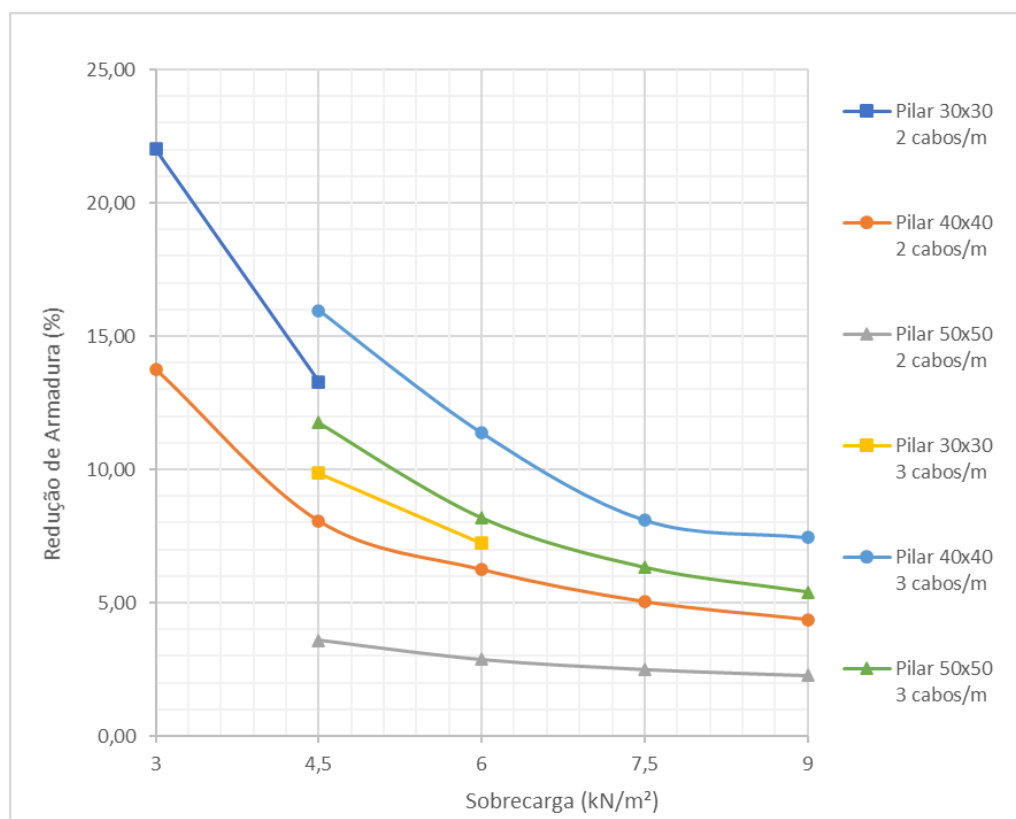
Figura 51 – Comparação entre NBR x EN com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 0,6%



Fonte: Elaborada pelo Autor

Já na Figura 52 pode-se observar a comparação das duas normas com taxa geométrica de armadura de flexão de 1,5%, onde constata-se um aumento geral na economia, chegando ao valor máximo de 22,02% para valores baixos de sobrecarga. Aumentando progressivamente a sobrecarga há uma redução da economia chegando ao mínimo de 2,27%, contudo, de forma geral, o padrão de comportamento do gráfico se manteve o mesmo da Figura 44.

Figura 52 - Comparação entre NBR x EN com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 1,5%



Fonte: Elaborada pelo Autor

6.1.2 Comparação entre a NBR 6118:2014 e ACI 318-2019

Para estes dois procedimentos a NBR 6118:2014 se mostrou mais econômica que a ACI 318-2019 em todos os casos apresentados.

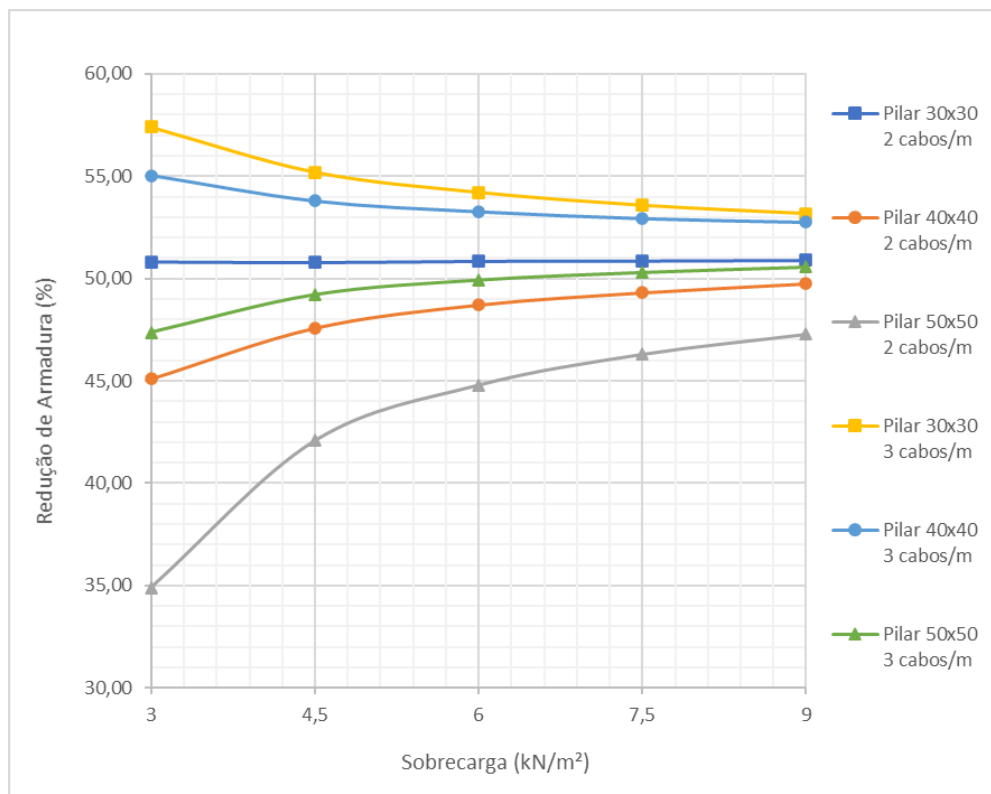
A Figura 53 contém a comparação para a taxa de armadura passiva de 0,6%, onde pode-se notar uma economia máxima de 57,41% e mínima de 34,89%, pode-se atribuir essa alta diferença entre os procedimentos ao fato da norma americana não considerara a protensão para valores de f_{ck} maiores que 34,5 MPa, isso é aplicado a todas as comparações.

Para tensão de compressão mais baixa, ao aumentar a seção dos pilares há uma queda na economia, além disso nota-se que as linhas se aproximam ao aumentar a sobrecarga, de forma que para valores mais baixos há uma diferença entre a seção de 30x30 e a de 50x50 de 15,94% e 3,61% para valores mais altos de sobrecarga.

Este mesmo comportamento se repete para a tensão de compressão mais alta, contudo a diferença entre a economia é menor, passando de 10,05% para sobrecargas menores até chegar em 2,59% para sobrecargas maiores.

Ao fixar as dimensões do pilar e variar apenas a tensão de compressão pode-se observar uma maior economia com três cabos por metro, em todas as seções estudadas.

Figura 53 - Comparação entre NBR x ACI com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 0,6%



Fonte: Elaborada pelo Autor

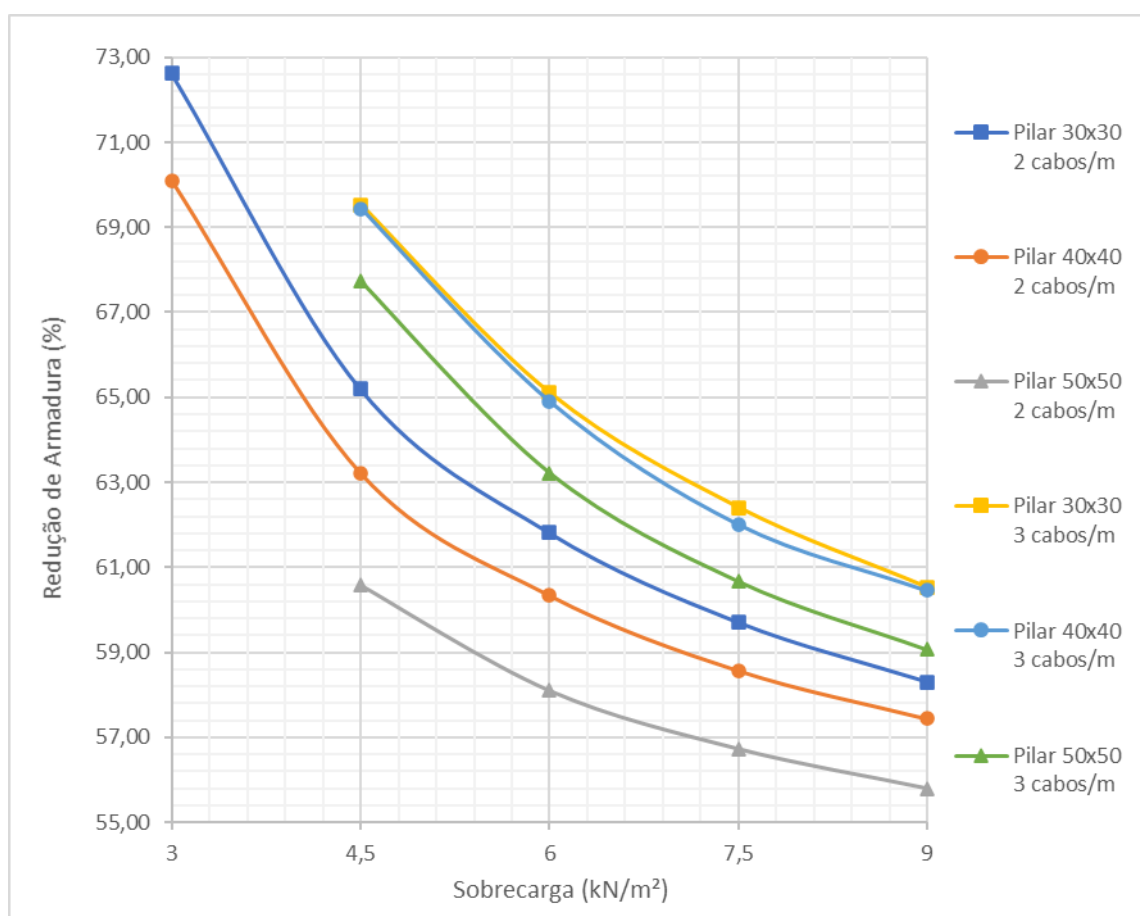
A Figura 54 ilustra a comparação entre os dois procedimentos normativos com taxa de armadura passiva de 1,5%, onde a economia girou em torno de 73% e 54%, o que evidencia um aumento da economia com a utilização de mais armadura passiva (CA-50).

Para este gráfico, assim como no anterior, ao fixar a tensão de compressão, variando a dimensão dos pilares, nota-se uma redução na economia.

Além disso, pode-se constatar que todas as linhas são decrescentes, ou seja, a economia cai ao aumentar a sobrecarga de utilização da estrutura, diferente do visto na Figura 53, onde alguns pilares apresentam comportamento crescente, e outros decrescentes, todos tendendo a um valor médio de 50%.

Ao fixar a seção dos pilares nota-se um aumento da economia para a maior tensão de compressão causada pela protensão.

Figura 54 - Comparação entre NBR x ACI com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 1,5%



Fonte: Elaborada pelo Autor

6.1.3 Comparação entre o EN 1992-1-1 2004 e a ACI 318-2019

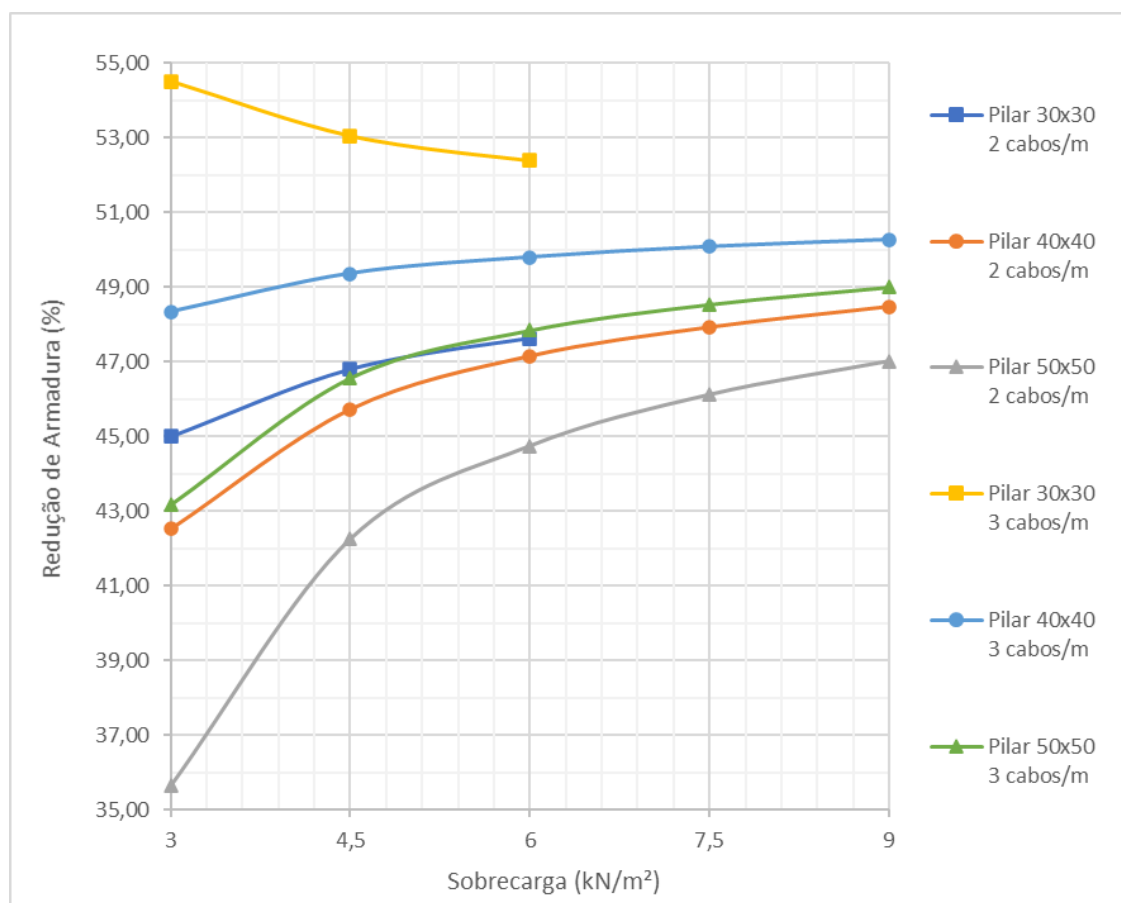
As comparações entre estes dois procedimentos normativos são apresentadas nas Figuras 55 e 56. Onde a norma europeia se apresentou mais econômica que a norma americana, nos resultados expostos.

Na Figura 55, onde a taxa de armadura passiva é de 0,6%, nota-se uma economia máxima de 54% e mínima de 35%. Nota-se que os valores de economia tendem a uma reta, situada aproximadamente a uma taxa de 50%.

Ao fixar a tensão de compressão, variando a dimensão dos pilares, nota-se uma redução na economia. Com 2 cabos por metro a diferença de economia cai de 9,35 para 1,45%, já para três cabos por metro a variação na economia varia de 11,34 para 1,27% com o aumento da sobrecarga.

Pode-se observar que houve um aumento na economia ao aumentar a sobrecarga, exceto para o pilar de 30x30 com três cabos por metro, que apresentou redução na economia ao aumentar a sobrecarga.

Figura 55 - Comparação entre EN x ACI com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 0,6%



Fonte: Elaborada pelo Autor

Na Figura 56, onde a taxa de armadura passiva é de 1,5%, os valores de economia giram em torno de 66,19 e 54,76%. Nota-se que para todos os pilares estudados, uma redução da economia para sobrecargas maiores é vista, ou seja,

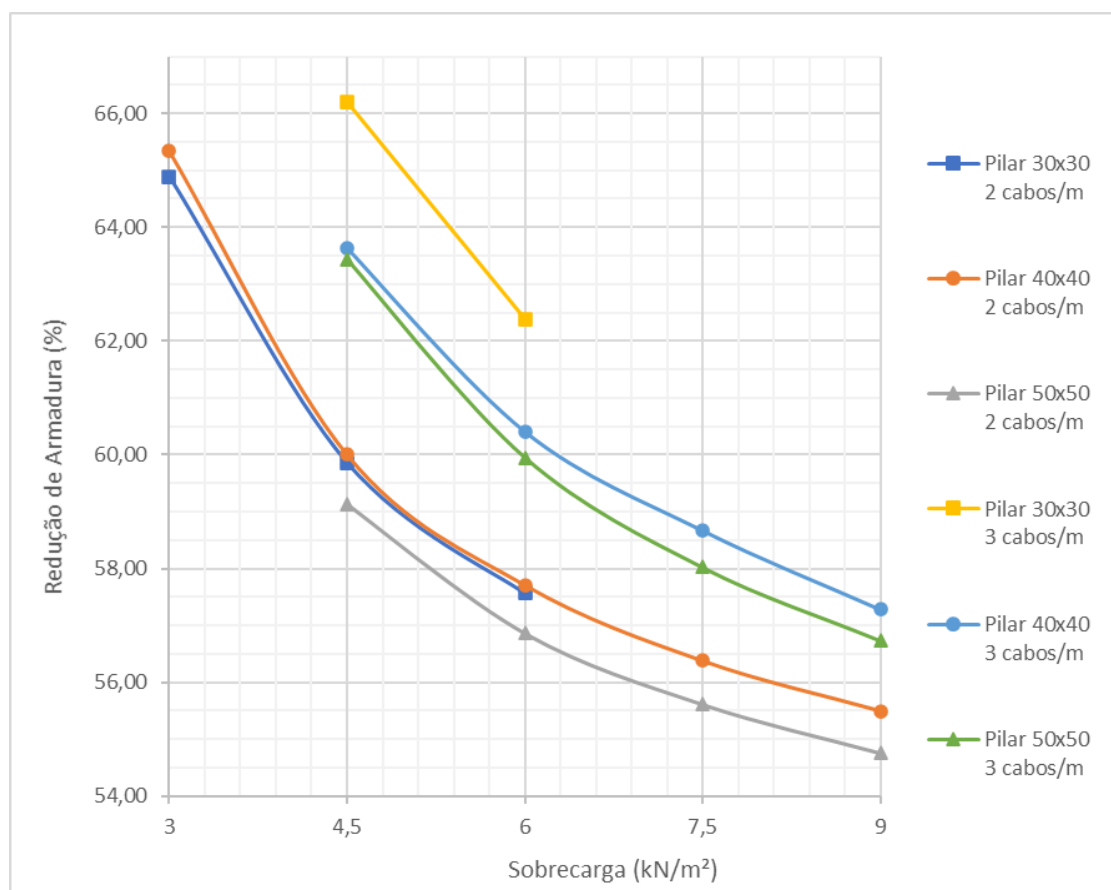
os procedimentos tendem a gerar resultados mais próximos quando a estrutura é solicitada por cargas elevadas. Além disso valor ressaltar um aumento da economia para maior taxa de armadura passiva.

Pode-se observar que para a tensão de compressão mais baixa, os valores de economia estão bem próximos, havendo uma leve redução para o pilar de 50x50 para os demais.

Para a tensão de compressão mais elevada nota-se que ao aumentar a seção dos pilares há uma redução da economia.

Além disso, ao fixar a seção dos pilares nota-se uma maior economia para a tensão de compressão mais alta, obtida com a distribuição de 3 cabos por metro.

Figura 56 - Comparação entre EN x ACI com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 1,5%



Fonte: Elaborada pelo Autor

6.2 Pilares internos com momento em duas direções

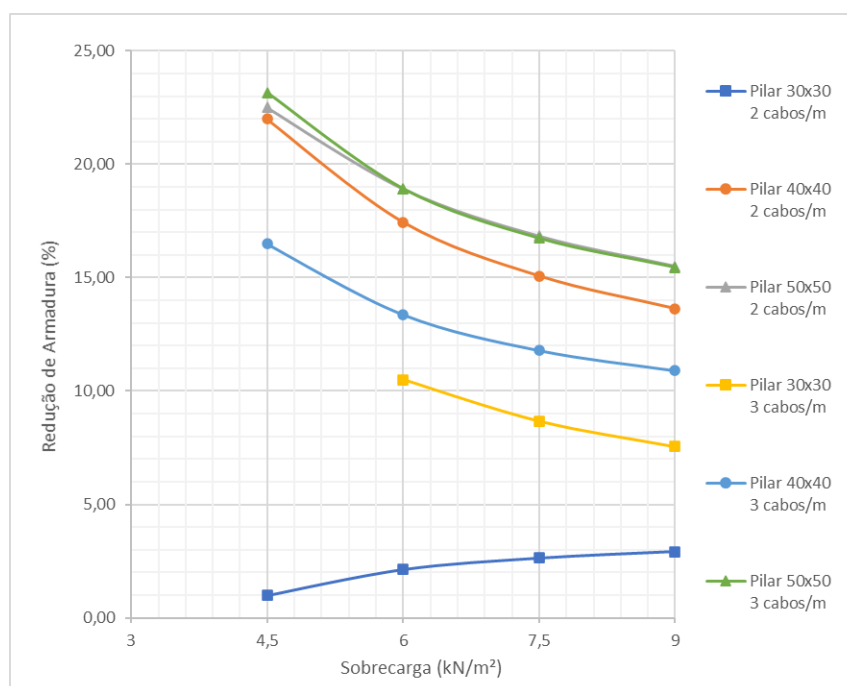
6.2.1 Comparação entre a NBR 6118:2014 e o EN 1992-1-1 2004

As comparações entre estes dois procedimentos são apresentadas nas Figuras 57 e 58. O procedimento mais econômico foi o EN 1992-1-1 2004, havendo uma inversão dos resultados obtidos para pilares internos solicitados por momentos em apenas uma direção.

A Figura 57 apresenta os resultados obtidos para a taxa de armadura passiva de 0,6%. Os resultados de economia são decrescentes à medida que se aumenta a sobrecarga, exceto para o pilar de 30x30 com dois cabos por metro. Nota-se uma economia máxima de 23,17% e mínima de 0,99%.

Pode-se citar também que ao aumentar a dimensão dos pilares, mantendo a tensão de compressão fixa, nota-se um aumento na economia entre os procedimentos.

Figura 57 - Comparação entre NBR x EN com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 0,6%

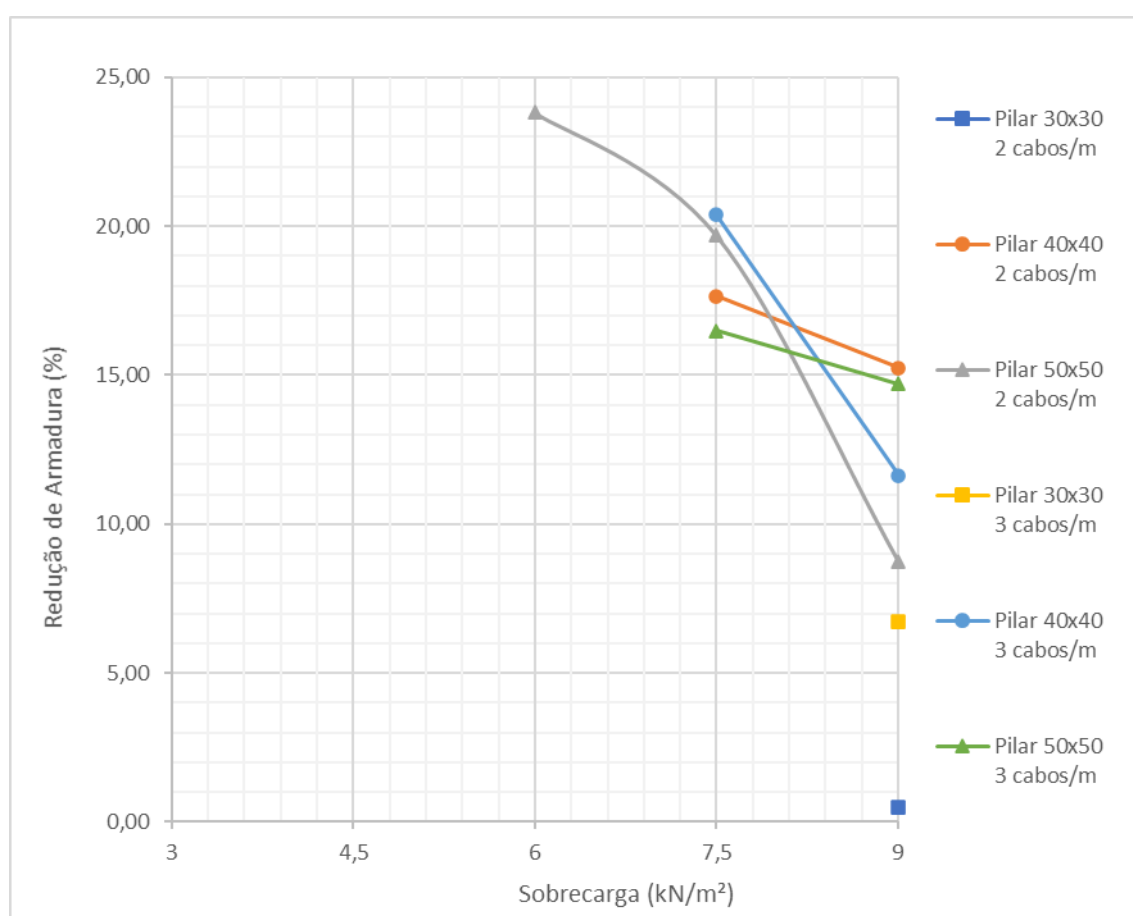


Fonte: Elaborada pelo Autor

Já na Figura 58, onde a taxa de armadura passiva é de 1,5%, nota-se que existem muitos pontos sem marcação de resultado, isso ocorre pois para inúmeros casos não houve a necessidade da armadura de punção em ambos os procedimentos normativos. Todavia, para os resultados expressos, pode-se concluir que todos apresentam resultados decrescentes, ao aumentar a sobrecarga de utilização da laje, ou seja, os resultados obtidos se aproximam para carregamentos mais elevados.

A economia máxima obtida foi de 23,82% e mínima de 0,49%.

Figura 58 - Comparação entre NBR x EN com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 1,5%



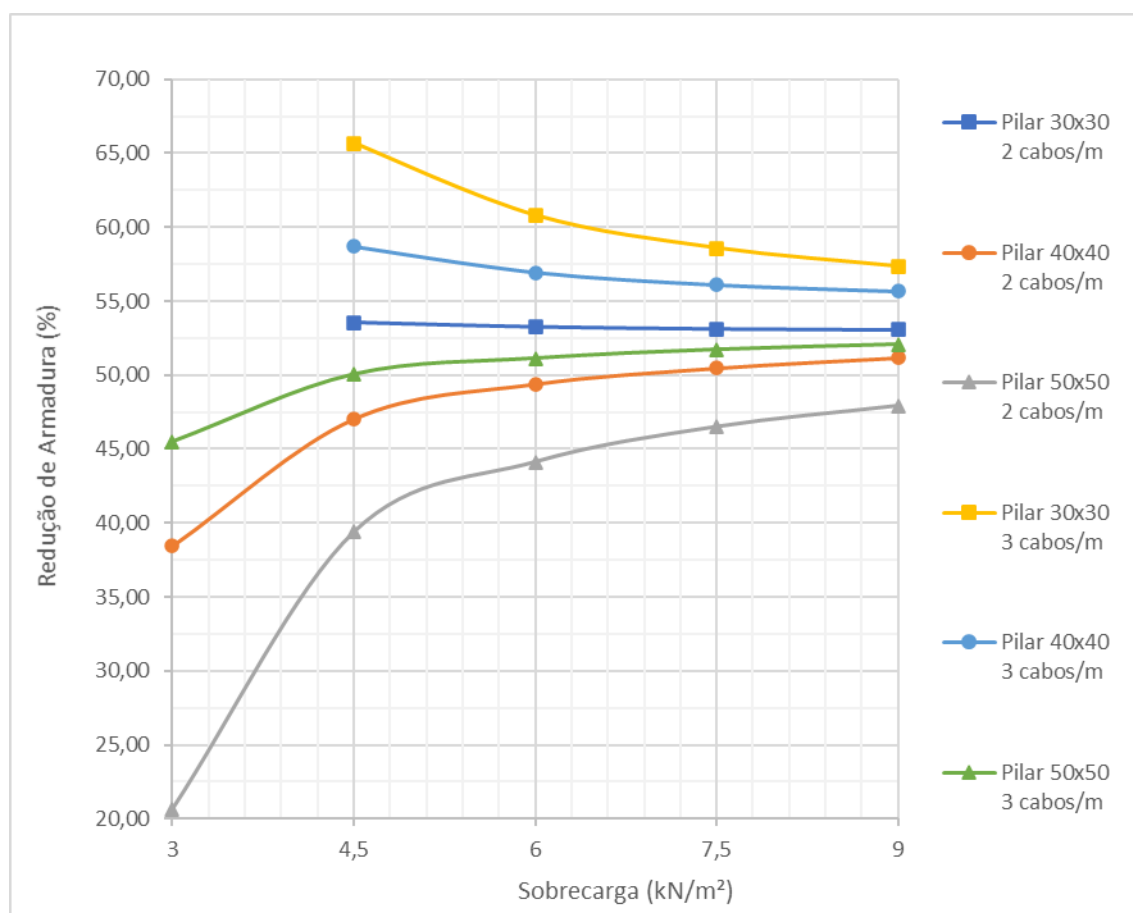
Fonte: Elaborada pelo Autor

6.2.2 Comparação entre a NBR 6118:2014 e ACI 318-2019

A comparação entre estes dois procedimentos normativos é feita por meio das Figuras 59 e 60. Pode-se afirmar que a NBR 6118:2014 é mais econômica que a ACI 318-2019.

A Figura 59 realiza a comparação entre os procedimentos, com uma taxa geométrica de armadura passiva de 0,6%. Pode-se observar que a economia atingiu valor máximo de 65,68% e mínimo de 20,66%. Além disso pode-se observar também que todas as curvas obtidas tendem a um valor de aproximadamente 51% de economia, de forma que duas curvas são decrescentes uma se mostra basicamente constante, e as três últimas tem comportamento crescente ao aumentar a sobrecarga de utilização, e este comportamento é bem similar ao encontrado na comparação das duas normas, para pilares com momento em apenas uma direção.

Figura 59 - Comparação entre NBR x ACI com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 0,6%



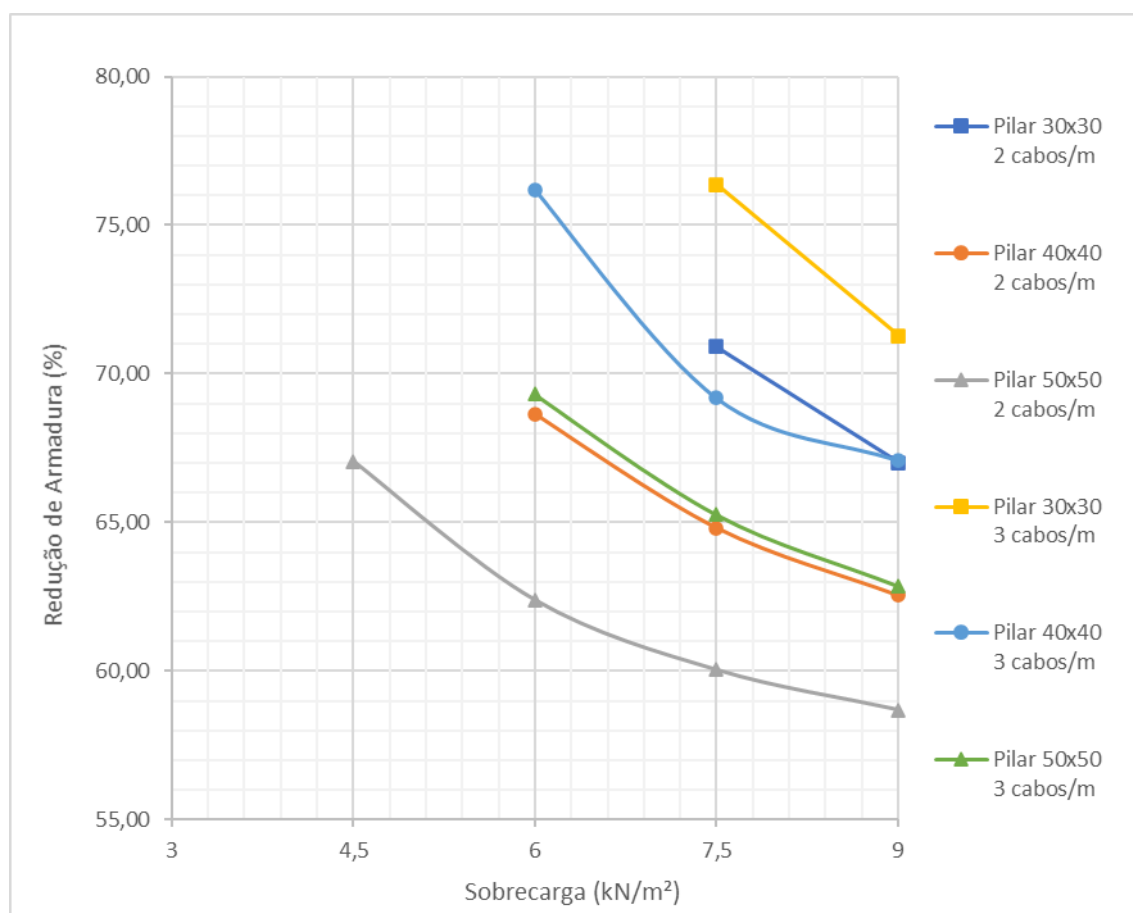
Fonte: Elaborada pelo Autor

Nota-se também que variando as dimensões dos pilares, enquanto a tensão de compressão se mantém fixa, uma redução da economia é notada. A outra análise pode ser feita fixando as dimensões dos pilares e variando a tensão

de compressão, onde conclui-se que para a disposição de três cabos por metro há uma economia maior da armadura de punção.

Já a comparação realizada por meio da Figura 60, onde a taxa de armadura passiva é de 1,5%, a economia máxima é de 76,36% e mínima de 58,70%, mostrando mais uma vez a norma americana sendo mais conservadora que os demais procedimentos.

Figura 60 - Comparação entre NBR x ACI com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 1,5%



Fonte: Elaborada pelo Autor

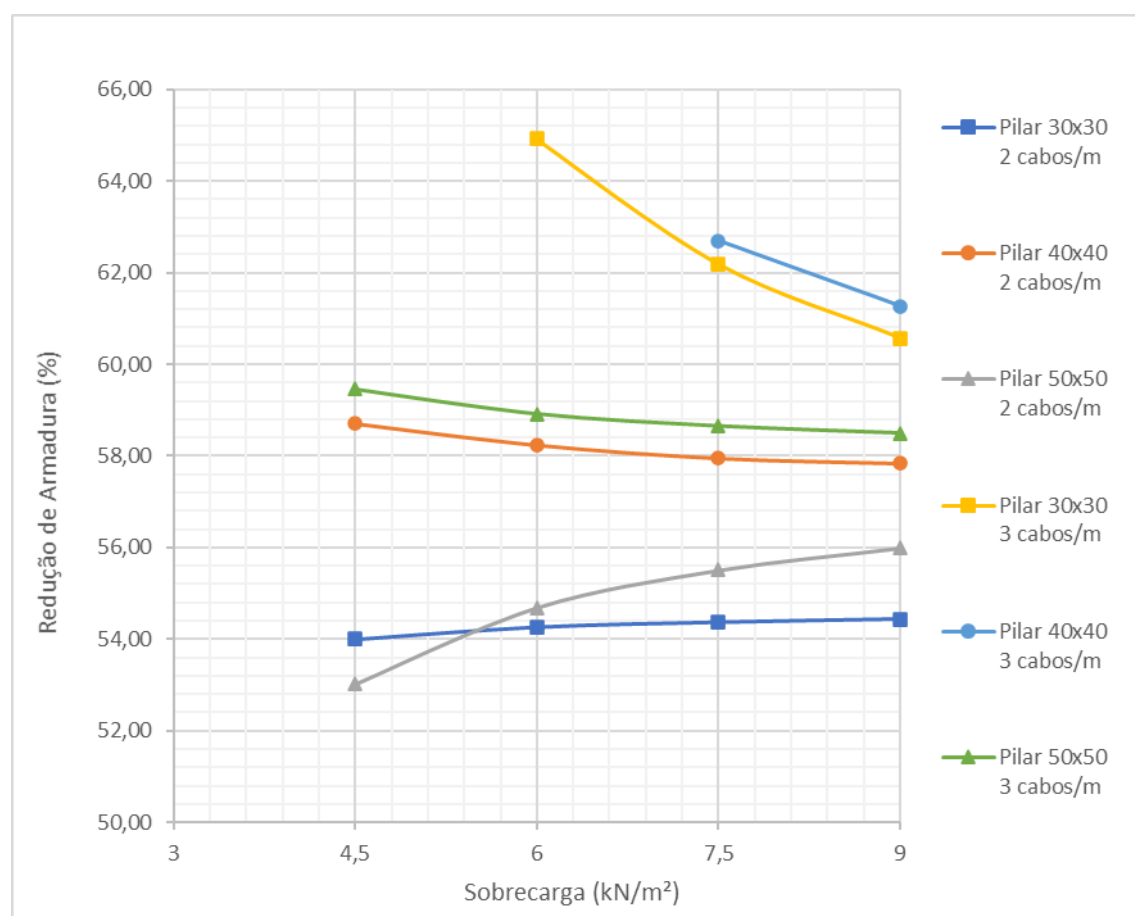
6.2.3 Comparação entre o EN 1992-1-1 2004 e a ACI 318-2019

As comparações entre estes dois procedimentos são apresentadas nas Figuras 61 e 62, onde o EN 1992-1-1 2004 se mostrou majoritariamente mais econômico.

Na Figura 61 são expostos os valores de economia para a taxa de armadura passiva mais baixa, de 0,6%. A máxima economia atingida foi de 64,91% e a mínima foi de 53,02%.

Para a maioria das seções analisadas pode-se observar um decréscimo da economia como o aumento gradual da sobrecarga, com exceção do pilar de 50x50 com dois cabos por metro, e pilar de 30x30 com dois cabos por metro que apresentou leve aumento na economia com a evolução da sobrecarga.

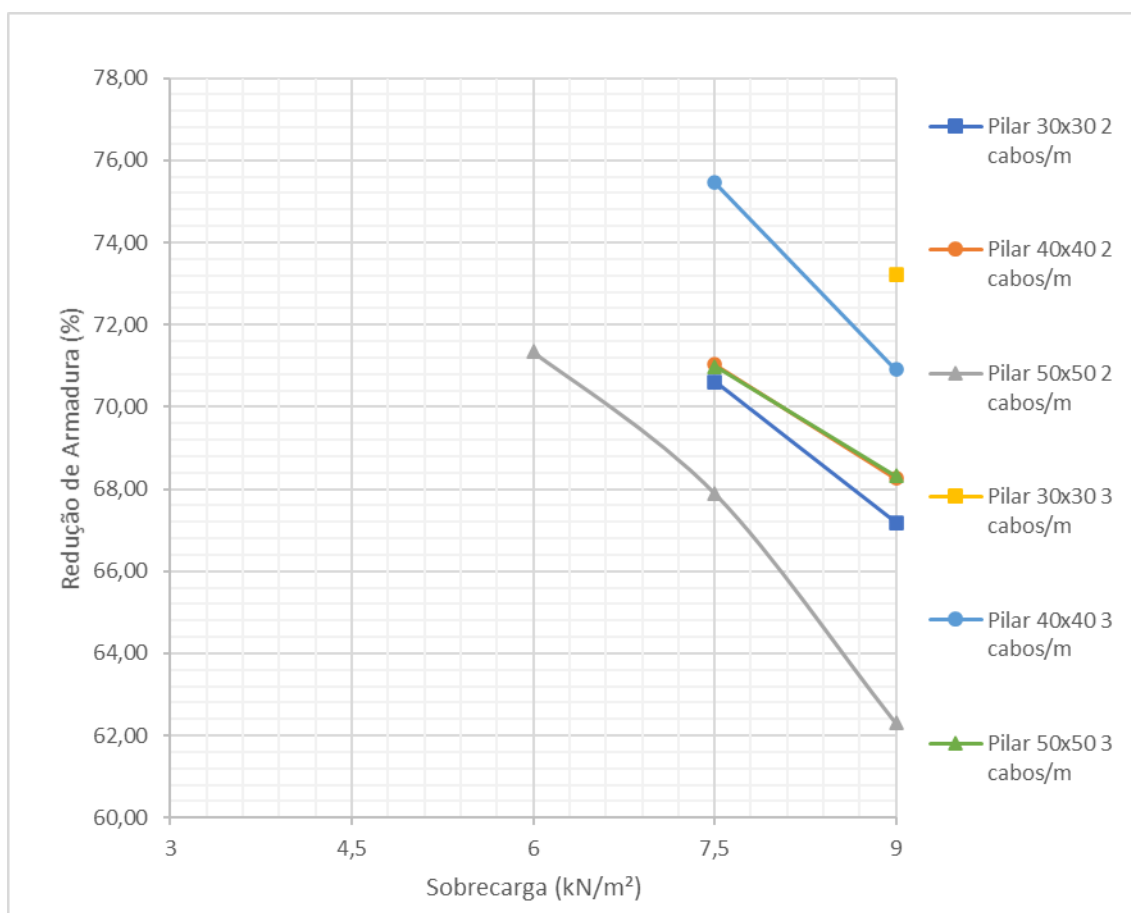
Figura 61 - Comparação entre EN x ACI com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 0,6%



Fonte: Elaborada pelo Autor

Ao variar a seção dos pilares como a tensão se compressão causada pela protensão constante, não houve padrão de comportamento, tanto para a disposição de 2 cabos por metro quanto para a disposição de três cabos por metro.

Figura 62 - Comparação entre EN x ACI com 2 e 3 cabos/m e taxa de armadura passiva de 1,5%



Fonte: Elaborada pelo Autor

Na Figura 62 a comparação é feita para taxa de armadura passiva de 1,5%. Para este gráfico, nota-se a falta de marcação de alguns resultados para sobrecargas mais baixas, isso é atribuído a falta de necessidade da armadura de punção para estes carregamentos.

O valor máximo de economia é de 75,46% para o pilar de 40x40 com três cabos por metro, e a porcentagem mínima de economia é de 62,31% para o pilar de 50x50 com dois cabos por metro.

Nota-se que há um decréscimo da economia com o aumento da sobrecarga, com exceção do pilar de 30x30 com três cabos por metro que apresenta apenas um ponto marcado no gráfico, impossibilitando este tipo de análise.

7 CONCLUSÃO

Os dados obtidos no capítulo 5, assim como as análises dos resultados contidas no capítulo 6 são as bases para a elaboração das conclusões apresentadas neste capítulo.

Vale recordar que o modelo analisado neste trabalho é composto por uma laje lisa, apoiada em pilares quadrados que formam entre si vãos simétricos, além disso foi previsto trechos de laje em balanço para gerar momento nos pilares periféricos. As variáveis avaliadas foram: resistência característica do concreto a compressão (f_{ck}), sobrecarga de utilização, taxa geométrica de armadura, quantidade de cabos na laje e dimensão dos pilares.

Neste trabalho foram analisados apenas os pilares internos, solicitados por momento em uma e duas direções, por meio da análise paramétrica segundo diretrizes da NBR 6118:2014, do EN 1992-1-1 2004 e da ACI 318-19.

7.1 Conclusões a respeito dos parâmetros analisados

Através das tabelas de resultado, contidas no capítulo 5, serão concluídas neste tópico a influência exercida por cada parâmetro no resultado final.

A respeito da resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}), conclui-se que a alteração do seu valor pouco refletiu no resultado final de área de aço, dessa forma, pode-se dizer que é pouco eficiente recorrer a um aumento desta propriedade para combater o efeito da punção. Para as normas brasileira e europeia nota-se uma redução média de 0,22 cm² ao realizar um incremento na resistência de 5 MPa, já na norma americana esse valor é um pouco maior, girando em torno de 1,30 cm², para incrementos iguais a 5 Mpa.

Ao avaliar a sobrecarga de utilização, pode-se concluir que o seu aumento gerou um acréscimo na armadura de punção em todos os três procedimentos, ou seja, as duas variáveis são diretamente proporcionais, como era de se esperar.

Quanto a taxa geométrica de armadura passiva, nota-se que não há influência da sua variação no resultado final segundo a norma americana, isso ocorre devido ao fato deste procedimento não considerar a armadura de flexão na análise paramétrica, diferente das demais normas, que apresentaram redução

considerável da armadura de punção ao substituir a taxa de 0,6 para 1,5%, mantendo as demais propriedades constantes.

Outra variável é a quantidade de cabos na laje, e como já foi dito, foram utilizados dois modelos de distribuição, com 2 e 3 cabos por metro de laje. A respeito da norma americana é importante frisar que o efeito da protensão só foi considerado para o valor $f_{ck} = 30$ MPa, por motivos de restrições contidas no procedimento, todavia para a norma brasileira e europeia, o efeito da protensão foi considerado para todos os casos estudados. De forma geral, pode-se constatar considerável redução na área de aço de punção, ao aumentar a taxa de cabos da laje.

Ao avaliar a seção dos pilares, conclui-se que existe uma relação diretamente proporcional entre sua dimensão e a área de aço de punção, de maneira que na grande maioria dos casos há um leve aumento na área de aço, ao aumentar a seção dos pilares, isso pode ser explicado pelo fato de pilares maiores possuírem mais rigidez, logo a ligação fica sujeita a maiores concentrações de momento fletor.

7.2 Conclusões das análises comparativas entre procedimentos

7.2.1 Pilar interno, com momentos em uma direção

Para este modelo de pilar, conclui-se que a norma brasileira é a mais econômica dentre os três procedimentos, seguida pelo Eurocódigo e por fim, a norma americana. Para traduzir em valores, a norma brasileira apresentou economia máxima de 22% em relação a norma europeia, e 73% em relação a norma americana.

Quanto a tensão de compressão gerada pela protensão, conclui-se que na grande maioria das comparações feitas a economia é maior para a distribuição com 3 cabos por metro.

Ao analisar a sobrecarga, é possível concluir que a norma brasileira tem maior economia para sobrecargas menores, na maioria dos casos vistos em relação as normas europeia e americana, com exceção da comparação feita entre a norma brasileira e americana para a taxa de armadura passiva de 0,6%, onde pode-se notar curvas com comportamento crescente.

No caso da dimensão dos pilares, quando a norma brasileira foi comparada com a europeia, não houve um padrão de comportamento ao variar a dimensão dos pilares, entretanto ao comparar a norma brasileira com a americana nota-se que há uma queda da economia ao aumentar a seção dos pilares.

Por fim, quanto a taxa de armadura, constata-se um acréscimo de economia da norma brasileira em relação as demais, ao substituir a taxa de 0,6% para 1,5%.

7.2.2 Pilar interno, com momentos em duas direções

Para este modelo analisado, os resultados demonstraram que a norma europeia é a mais econômica dentre os três procedimentos estudados, apresentando valor máximo de economia de 23% em relação a norma brasileira e 75% em relação a norma americana. Novamente, a norma americana se mostrou a menos econômica, dentre as três normas analisadas.

Ao analisar a sobrecarga pode-se notar que não houve um padrão de comportamento das linhas de economia, de forma que se pode ver tanto linhas crescentes em alguns casos quanto linhas decrescentes em outros.

Quanto a seção dos pilares o comportamento padrão foi de redução da economia ao aumentar a seção dos pilares, entretanto pode-se ver exceções, como por exemplo na comparação da norma europeia com a brasileira, onde o comportamento se inverteu.

Pode-se concluir a respeito da tensão de compressão que a distribuição com 3 cabos por metro se mostrou mais econômica na grande maioria dos casos.

Analisando os casos em que a taxa da armadura de flexão foi alterada, nota-se que ao passar de 0,6% para 1,5% uma maior diferença entre os procedimentos normativos é obtida, onde a norma europeia apresentou maior economia em relação a norma brasileira e a norma brasileira apresentou maior economia em relação à norma americana. É importante lembrar que o procedimento da norma americana não leva em conta a taxa de armadura de flexão, assim não houve mudança nos resultados dessa norma quando incrementa-se a taxa de armadura passiva, passando de 0,6% para 1,5%.

7.2.3 Sugestão para trabalhos futuros

O trabalho apresentado teve como intuito analisar a influencia da mudança da seção dos pilares no resultado final da resistência à punção. Porém a mudança de seção foi feita ainda no modelador estrutural, resultando em um aumento de inercia dos pilares, fazendo com que os mesmos apresentem esforços solicitantes maiores do que os esforços apresentados nos pilares com seções menores. Esse aumento dos esforços solicitantes fez com que os pilares com maior seção apresentassem menores valores de resistência à punção, mesmo aumentando a área de contato.

Uma sugestão para sequencia deste trabalho é buscar o melhor entendimento entre o aumento de esforços solicitantes causados pelo ganho de inercia e a diminuição dos valor de resistência à punção da ligação laje-pilar, buscando responder se o aumento de seção realmente não é uma boa solução para resolver problemas de punção e até onde vai essa limitação.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, Elaine Jaricuna Pereira de. **Punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento e pilar de canto reentrante**. 2015. xxxix, 340 f., il. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil). Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI318: **Building Code Requirements for Structural Concrete**. Farmington Hills, Michigan, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de Estruturas de concreto Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

BIJAN, O. A. **Pos-Tensioned Buildings Design and Construction**. San Francisco. 2014.

COMITÊ TÉCNICO CONJUNTO ABECE/IBRACON. ABNT NBR 6118:2014 – **Comentários e Exemplos de Aplicação**. São Paulo, 2015.

CORLEY, W. G.; HAWKINS, N. M. (1968). **Shearhead reinforcement for slabs**. ACI Journal, v65, n.10, p.811-824.

CORRÊA, G.S., MELO, G.G., MARTINS P. C. **Puncionamento em lajes cogumelo protendidas com cabos aderentes**. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 4., São Paulo, EPUSP, 21-25 agosto 2000. 16p

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EUROCÓDIGO 2: **Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building**. Bruxelas, 2004.

FERREIRA, M. P.. **Punção em lajes lisas de concreto armado com armadura de cisalhamento e momentos desbalanceados**. 2010. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade de Brasília, 2010.

FIGUEIREDO FILHO, J.R. (1981). **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em casos característicos de cantos de lajes-cogumelo**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

GASPARINNI D. A., **Contributions of C. A. P. Turner to development of reinforced concrete flat slabs** 1905–1999. Journal of Structural Engineering, 2002, 128, No. 10, 1243–1252.

GODYCKI, T.; KOZICKI, J. (1984) **Eccentrically loaded interior slab column connections with shearhead reinforcement**. Materiaux et Constructions, v.17, n.98, p.145-148 apud LIBÓRIO, J. B. L. (1985) **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas com pilares de seção retangular**. São Carlos. Dissertação (mestrado), EESC-USP

GOMES, R. B. **Punching resistance of reinforced concrete flat slab with shear reinforcement**. London. PhD Thesis, The Polytechnic of Central London. 1991.

GOTARDO, Isadora Potiguara. **Análise paramétrica da resistência à punção de lajes lisas protendidas com cordoalhas não aderentes e transferência de momento nos apoios**. 2020. 183 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2020.

GRAF, O.. Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Eisenbetonplatten unter konzentrierter Last nahe einem Auflager. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 73, Berlin, 1933, 16 pp.

GUARDA, M. C., LIMA, J. S., PINHEIRO, L. M. **Novas diretrizes para a análise da punção no projeto de lajes lisas**. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 4., São Paulo, EPUSP, 21-25 agosto 2000. 20p

HALLGREN, M., **Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs**. PhD-Thesis, KTH Stockholm, TRITA-BKN. Bulletin No. 23, 1996, 150p.

HAWKINS, N.M., CRISWELL, M.E., and ROLL, F., **Shear Strength of Slabs Without Shear Reinforcement**. ACI Publication, Shear in Reinforced Concrete, V. SP 42, No. 30, 1974, pp. 677-720.

HAWKINS, N. M., FALSSSEN, H. B., HINOJOSA, R. C. **Influence of column rectangularity on the behaviour of flat plate structures**. Detroit: American Concrete Institute, 1971.

KINNUNEN, S., NYLANDER, H., **Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement**. Transactions of the Royal Institute of Technology, No. 158, Stockholm, Sweden, 1960, 112 pp.

LEITE JÚNIOR, José Carlos Cirino. **Dimensionamento à punção em apoios internos de lajes protendidas sem aderência**. 2015. 173 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2015.

LEONHARDT, F.; MÖNIG, E. **Construções de concreto: casos especiais de dimensionamento de estruturas de concreto armado**. Interciência, v.2. Rio de Janeiro, 1979.

LEONHARDT, F. MÖNNIG, E.. **Construções de Concreto**. Volume 2. Rio de Janeiro, Interciência, 2007.

LIMA NETO, A. F. et al. **Análise experimental e numérica de lajes cogumelo de concreto armado**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 270-306, abr. 2013.

LOUREIRO, G. (2006). **Projeto de Lajes Protendidas com Cordoalhas Engraxadas**. VI Simpósio EPUSP. Fortaleza - CE. Abril – 2006 - 22 p.

LONG, A. E., **A Two-Phase Approach to the Prediction of Punching Strength of Slabs**. *Journal of the American Concrete Institute*, Proceedings, V. 72, No. 2, Fev. 1975, pp. 37-45.

MARTINELLI, M. **Modelagem de Situação de Punção em Lajes de Concreto Armado Através do Método dos Elementos Finitos**. Dissertação de Mestrado – CPGE/UFRGS. Porto Alegre, 2003.

MARZOUK, H.; HUSSEIN, A., **Experimental Investigation on the Behavior of High-Strength Concrete Slabs**. *ACI Structural Journal*, V. 88, No. 6, Nov.-Dec. 1991, pp. 701-713.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. 1995. Dissertação (Mestrado em Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995. doi:10.11606/D.18.2018.tde-25042018-115908. Acesso em: 2021-05-23.

MELGES, João Luiz Pinheiro. **Análise experimental na punção em lajes de concreto armado e protendido**. São Carlos, 2001. 414 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MELO, Guilherme Sales. **Puncionamento, pós puncionamento e colapso progressivo em lajes cogumelo**. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 4., São Paulo, EPUSP, 21-25 agosto 2000. 17p

MOE, J., **Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads**. Development Department Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, Apr. 1961, 129p.

OLIVEIRA, M. H. et al. **Resistência à punção de ligações laje-pilar interno com conectores de cisalhamento**. Rev. IBRACON Estrut. Mater. 2013, vol.6, n.5, pp.681-714. ISSN 1983-4195.

OLIVEIRA, D. R. C.; REGAN, P. E.; MELO, G. S. S., **Punching Resistance of RC Slabs with Rectangular Columns**. Magazine of Concrete Research, Vol. 56, No. 3, London, 2004, pp. 123-138.

REGAN, P. E., **Symmetric Punching of Reinforced Concrete Slabs**. Magazine of Concrete Research, V. 38, No. 136, Sep. 1986, pp 115-128.

REGAN, P. E., **Behavior of reinforced concrete flat slabs**. Report 89, Construction Industry Research and Information Association (CIRIA); London, Feb. 1981, p 89.

REGAN, P. E.; BRÆSTRUP, M. W., **Punching Shear in Reinforced Concrete**. Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information, No. 168, Jan. 1985, 232 pp.

SACRAMENTO, P. V. P.; FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, D. R. C.; MELO, G. S. S. A.. **Punção em lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento**. Rev. IBRACON Estrut. Mater. 2012, vol.5, n.5, pp.659-691. ISSN 1983-4195.

SILVA, G. R.; CAMPOS FILHO, A.; REAL, M. V.. **Reliability of internal column-slab connection under punching according to NBR 6118:2014**. Rev. IBRACON Estrut. Mater., São Paulo, v. 11, n. 5, p. 931-948, Oct. 2018

TAKEYA, T. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de laje - cogumelo**. 1981. Dissertação – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1981.

VANDERBILT, M. D.,**Shear Strength of Continuous Plates. Journal of Structural Division**, Proceedings, ASCE, V. 98, No. ST5, May 1972, pp. 961-973.