

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

FAGNER DOS SANTOS E HURIK VELTEN PINTO

**ANÁLISE COMPARATIVA DOS MOMENTOS FLETORES EM LAJES DE
CONCRETO ARMADO UTILIZANDO A ANALOGIA DE
GRELHAS E AS TABELAS DE CZERNY: ESTUDO DE CASO**

Vitória

2022

FAGNER DOS SANTOS E HURIK VELTEN PINTO

**ANÁLISE COMPARATIVA DOS MOMENTOS FLETORES EM LAJES DE
CONCRETO ARMADO UTILIZANDO A ANALOGIA DE
GRELHAS E AS TABELAS DE CZERNY: ESTUDO DE CASO**

Trabalho Conclusão do Curso de Graduação em
Engenharia Civil do Centro tecnológico da Universidade
Federal do Espírito Santo como requisito para a obtenção
do título de Bacharel em Engenharia Civil

Orientador: Prof. Dr. Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi

Vitória

2022

Fagner dos Santos e Hurik Velten Pinto

**ANÁLISE COMPARATIVA DOS ESFORÇOS EM LAJES DE
CONCRETO ARMADO UTILIZANDO A ANALOGIA DE
GRELHAS E AS TABELAS DE CZERNY: ESTUDO DE CASO**

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Engenheiro Civil e aprovado em sua forma final pelo Curso

Vitória, 26 de agosto de 2022.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi
Orientador
Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Me. Fernando Musso Junior
Avaliador
Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Marcos Antônio Campos Rodrigues
Avaliador
Universidade Federal do Espírito Santo

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente à Deus e aos meus pais, Dilceia e Vando, por estarem sempre ao meu lado nas horas mais difíceis e felizes da minha vida, vocês são minha maior fonte de inspiração.

Ao meu irmão, Victor, à minha noiva, Jamilly, e a todos os meus familiares que sempre me apoiaram e estiveram juntos, especialmente, em memória do meu primo Jonathan, que partiu durante essa trajetória, mas deixou um carinho e admiração que serão eternos.

Agradeço, por fim, à Universidade Federal do Espírito Santo, e a todos que nela fizeram parte da minha formação acadêmica, em especial, ao Fagner pela parceria no desenvolvimento desse projeto, e aos professores Lorenzo e Elisabeth pela orientação.

Hurik Velten Pinto

Agradeço primeiramente à minha mãe, Maria Lúcia e ao meu falecido pai, Sebastião, de quem recebi apoio integral durante toda a graduação. Sem eles, eu certamente não estaria aqui.

À minha irmã, Natália, que nunca me deixou desistir.

A todos os familiares que, de alguma forma, foram positivos ao meu sucesso.

Agradeço a Universidade Federal do Espírito Santo e a todos os docentes que contribuíram para a formação do meu caráter profissional.

Agradeço aos meus colegas de estágio pelos vários ensinamentos extracurriculares.

Por fim, agradeço ao meu parceiro Hurik, pelo auxílio e empenho para a conclusão deste trabalho e aos meus orientadores Lorenzo e Elisabeth pelo acompanhamento a nós fornecido.

Fagner dos Santos Pinto

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise comparativa no cálculo de lajes, entre o método de analogia de grelha, por meio do software CAD/TQS, e o cálculo simplificado, utilizando as tabelas de Czerny. Utilizou-se para a comparação uma edificação residencial de cinco pavimentos tipo. A partir das comparações feitas, foi possível observar picos de esforços na modelagem do TQS, localizados em regiões próximas a pilares, cruzamentos de vigas e trechos da laje descontinuados. Dessa forma, foi sucedido o tratamento desses esforços destoantes por meio da imposição de plastificações e de artifícios de modelagem, como a escolha do modelo de apoio elástico independente, que obteve os melhores resultados. O método da analogia de grelhas após o tratamento dos esforços se mostrou menos conservador que o processo manual, representando uma economia de aço em relação ao método de Czerny e uma economia de se comparado ao quantitativo de aço calculado antes do tratamento, considerando-se apenas as armaduras das lajes da edificação. Além disso, após o tratamento, observou-se uma melhor resposta dos diagramas de momentos fletores esperados para a estrutura.

Palavras-chave: Concreto armado. Lajes. CAD/TQS. Analogia de grelhas. Modelagem.

ABSTRACT

This work performs a slab design comparative analysis between grillage analogy method using the software CAD/TQS and the simplified manual process based on Czerny tables. For the comparisons the target model used was a five identical floors building. From the comparisons it was possible to detect located regions of distortions of bending moment along the plant. Most common regions where these peaks were detected was at column faces, intersections of beams and discontinuous faces of the slabs. These distorted bending moment regions were treated by applying plastifications and some modeling resources like modifying the type of the grid supports to the independent elastic model from which it reached the best results. The grillage analogy method showed it to be the less conservative method although both of the methods are theoretically validated. After the plastification of the slabs bending moment peaks grillage analysis resulted an amount of steel that it's lower compared to the manual method. Compared to the model without the plastifications the total amount of steel decreased. Additionally, the bending moment showed a better response and a more consistent behavior after plastifications according to was expected at the beginning of this work.

Keywords: Reinforced concrete. Slabs. CAD/TQS. Grid analogy. Modeling

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Placas e suas principais ações	17
Figura 2- Laje maciça	18
Figura 3- Laje nervurada	18
Figura 5- Lajes armadas em uma ou duas direções	19
Figura 6- Esquema de Laje armada em uma direção (unidirecional)	20
Figura 7- Esquema de Laje armada em duas direções (cruz)	20
Figura 8- Viga de borda com apoio simples para laje	21
Figura 9- Laje em balanço engastada na viga de apoio	21
Figura 11- Diagrama de momentos antes e após a compatibilização	22
Figura 12- Domínios de deformações no estado-limite último de uma seção transversal	23
Figura 13- Métodos aproximados e vigas contínuas	25
Figura 14- Edificação objeto de estudo	31
Figura 15- Planta de formas do pavimento tipo.....	32
Figura 16- Vãos efetivos L_x e L_y das lajes	34
Figura 17- Vinculações impostas às lajes.....	35
Figura 18- Valores característicos de momentos, negativos não compatibilizados (kN.m/m)	37
Figura 19- Valores característicos de momentos, negativos compatibilizados (kN.m/m)	38
Figura 20- Janela da seção edifício do software TQS (aba “Modelo”)	40
Figura 21- Janela da seção edifício do software TQS (aba “Cobrimentos”).....	41
Figura 22- Janela da seção edifício do software TQS (aba “Materiais”).	41
Figura 23- Modelador estrutural do software TQS.....	42
Figura 24- Janela de dados gerais de viga do software TQS.....	43
Figura 25- Janela do visualizador de grelha TQS - Deslocamentos das vigas	43
Figura 26- Continuidade das barras de grelha	44
Figura 27- Entrada gráfica de grelhas do TQS - Esquema do apoio elástico contínuo	46
Figura 28- Entrada gráfica de grelhas do TQS - Esquema do apoio articulado independente.....	47

Figura 29- Entrada gráfica de grelhas do TQS – Esquema do apoio elástico independente	48
.....	48
Figura 30- Esforços da Edição Rápida de Armaduras em Lajes – TQS.....	49
Figura 31- Demarcação das zonas críticas de picos de esforços	51
Figura 32- Pico de esforço negativo sobre o pilar	52
Figura 33- Pico de momento negativo em descontinuidade de trecho.	53
Figura 34- Pico de momento positivo próximo ao pilar P11	58
Figura 35- Janela de critérios TQS - Plastificação dos apoios sobre vigas	62
Figura 36- Esquema de barras curtas sobre vigas.....	62
Figura 37- Barra curta plastificada gerada na face do pilar.....	63
Figura 38- Momento positivo máximo fora do centro da laje	64
Figura 39- Momento fletor plastificado fora do centro da laje.....	65
Figura 40- Detalhamento da armadura negativa horizontal das lajes – Processo manual	81
.....	81
Figura 41- Armadura negativa vertical das lajes – Processo manual	82
Figura 42- Armadura positiva horizontal das lajes – Processo manual.....	83
Figura 43- Armadura positiva vertical – Processo manual.....	83
Figura 44- Det. armadura positiva horizontal - Apoio elástico contínuo	85
Figura 45- Det. armadura positiva vertical - Apoio elástico contínuo.....	86
Figura 46- Det. armadura negativa vertical - Apoio elástico contínuo.....	87
Figura 47- Det. armadura positiva vertical - Apoio elástico contínuo.....	88
Figura 48- Det. armadura positiva horizontal- Apoio articulado independente	89
Figura 49 - Det. armadura positiva vertical - Apoio articulado independente	90
Figura 50- Det. armadura negativa horizontal - Apoio articulado independente	91
Figura 51- Det. armadura negativa vertical - Apoio articulado independente.....	92
Figura 52- Armadura positiva horizontal - Detalhamento final	93
Figura 53- Armadura positiva vertical - Detalhamento final.....	94
Figura 54- Armadura negativa horizontal - Detalhamento final.....	95
Figura 55- Armadura negativa vertical - Detalhamento final.....	96

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Listagem da relação entre os vãos da laje.....	35
Tabela 2- Coeficientes para cálculo dos momentos máximos.....	36
Tabela 3- Valores dos momentos positivos e negativos máximos.	36
Tabela 4- Tabela comparativa de momentos positivos máximos Grelha TQS x Tabelas de Czerny.....	50
Tabela 5- Tabela comparativa de momentos negativos máximos.	50
Tabela 6- Momentos positivo máximos com e sem barras rígidas - Articulado independente.....	54
Tabela 7- Momento negativos máximos com e sem barras rígidas - Articulado independente.....	55
Tabela 8- Momentos positivos máximos com e sem barras rígidas - Elástico independente.....	56
Tabela 9- Momentos negativos máximos com e sem barras rígidas - Elástico independente.....	56
Tabela 10- Momentos positivos máximos após tratamento dos esforços.....	65
Tabela 11- Momentos negativos máximos após tratamento dos esforços.....	66
Tabela 12- Pesos de aço por pavimento para o método manual e TQS com e sem correções.....	67
Tabela 13- Variações percentuais do peso de aço	67
Tabela 14- Cálculo da área de aço da laje L1.....	73
Tabela 15- Cálculo da área de aço da laje L2.....	74
Tabela 16- Cálculo da área de aço da laje L3.....	75
Tabela 17- Cálculo da área de aço da laje L4.....	76
Tabela 18- Cálculo da área de aço da laje L5.....	77
Tabela 19- Cálculo da área de aço da laje L6.....	77
Tabela 20- Cálculo da área de aço da laje L7.....	78
Tabela 21- Cálculo da área de aço da laje L8.....	79
Tabela 22- Cálculo da área de aço da laje L9.....	80
Tabela 23- Cálculo da área de aço demais encontros de lajes.....	80

LISTA DE SIMBOLOS

l_x	Menor vão da laje;
l_y	Maior vão da laje;
m_x	Momento fletor positivo na direção x;
m_y	Momento fletor positivo na direção na y;
n_x	Momento fletor negativo na direção x;
n_y	Momento fletor negativo na direção y;
ν	Coefficiente de Poisson;
h	Espessura da laje;
E_c	Módulo de elasticidade do concreto;
E_{ci}	Módulo de elasticidade tangente inicial do concreto;
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante do concreto;
G	Módulo de elasticidade transversal do concreto;
ϵ_c	Deformação específica do concreto;
ϵ_{cu}	Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura;
ϵ_s	Deformação específica do aço da armadura passiva;
M'_x	Momento fletor compatibilizado;
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto;
f_{cd}	Resistência de cálculo à compressão do concreto;
A_s	Armadura longitudinal;
ρ	Taxa geométrica de armadura longitudinal de tração;
M_d	Momento fletor de cálculo;
λ	Índice de esbeltez;
X_x	Valor máximos dos momentos negativos na direção x;

X_y Valor máximos dos momentos negativos na direção y;

TQS Tecnologia Qualidade de Sistemas;

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Justificativa do projeto.....	14
1.2	Objetivo geral.....	15
1.3	Objetivos específicos.....	15
1.4	Estrutura do trabalho	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1	Classificação das lajes.....	17
2.1.1	Lajes maciças	17
2.1.2	Lajes Nervuradas.....	18
2.1.3	Lajes pré-fabricadas	18
2.2	Comportamento das lajes.....	18
2.3	Armadura das lajes.....	19
2.3.1	Armadura unidirecional	19
2.3.2	Armadura bidirecional (ou armada em cruz).....	20
2.4	Condições de apoio	21
2.4.1	Bordas simplesmente apoiadas.....	21
2.4.2	Bordas engastadas	21
2.5	Compatibilização de momentos fletores negativos em lajes	22
2.6	Comportamento do concreto armado.....	23
2.6.1	Domínio de deformações	23
2.7	Métodos de análise estrutural de lajes.....	25
2.7.1	Métodos aproximados utilizando tabelas	25
2.7.2	Método de Marcus	26
2.7.3	Método de Czerny.....	26
2.7.4	Método de analogia de grelhas	27
2.7.5	Método dos Elementos Finitos (MEF)	27
2.7.6	Aplicação dos diferentes métodos disponíveis.....	27
2.8	Análise de estruturas em concreto armado	28
2.8.1	Análise Linear	28
2.8.2	Análise não linear física	29

2.8.3	Análise através de modelos físicos.....	29
3	METODOLOGIA.....	30
3.1	Ferramentas computacionais.....	30
3.2	Edificação a ser estudada.....	30
3.3	Premissas de projeto.....	32
3.4	Combinações de ações, estado limite último e estado limite de serviço	33
3.5	Processo de cálculo manual de lajes.....	33
3.5.1	Vinculações impostas nas lajes em estudo	33
3.6	Análise de lajes pelo método computacional.....	39
3.6.1	Software TQS para realização do estudo	39
3.6.2	Configurações básicas do programa	39
3.6.3	Configurações do modelador estrutural.....	42
3.6.4	Configurações da grelha de lajes.....	44
3.7	Critérios de cálculo pela analogia de grelha.....	45
3.8	Critério de modelo dos apoios	45
3.8.1	Apoio elástico contínuo	45
3.8.2	Apoio articulado independente.....	46
3.8.3	Apoio elástico independente	47
4	ANÁLISE DOS ESFORÇOS E DETALHAMENTO PELA GRELHA	49
4.1	Análise de esforços apoio elástico contínuo.....	49
4.2	Análise de esforços apoio articulado independente.....	53
4.3	Análise de esforços apoio elástico independente.....	55
4.4	Análise e comparação dos resultados de detalhamento	58
4.4.1	Análise e comparação dos resultados de detalhamento apoio elástico contínuo	59
4.4.2	Análise e comparação dos resultados de detalhamento apoio articulado independente	59
4.4.3	Análise e comparação dos resultados de detalhamento apoio elástico independente	59
4.5	Observações gerais e específicas sobre os detalhamentos.....	59
4.5.1	Observações gerais.....	59
4.5.2	Observações específicas.....	60

4.6	Tratamento de esforços e ajuste de critérios.....	61
5	Resultados da imposição de plastificações adicionais.....	64
5.1	Resultados do tratamento dos esforços.....	64
5.2	Resultados do dimensionamento e detalhamento	66
6	discussão dos resultados.....	69
7	CONCLUSÃO.....	70
	REFERÊNCIAS.....	71
	APÊNDICE A – Cálculo da área de aço pelo método manual com o auxílio do Excel.....	73
	APÊNDICE B – Plantas de detalhamento das armaduras- Processo manual.....	81
	APÊNDICE C – Plantas de detalhamento das armaduras - TQS.....	85
	APÊNDICE D – Plantas de detalhamento das armaduras com esforços tratados- TQS.....	93
	ANEXO A – TABELAS DE LAJES de Czerny Beton-Kalender (1976) Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim.....	97

1 INTRODUÇÃO

Segundo Richartz (2014), o elemento laje é um dos, senão o elemento que mais consome concreto e aço numa estrutura, o que mobiliza o engenheiro para uma análise mais cuidadosa dos esforços obtidos a partir dos softwares.

Nos últimos anos, nos deparamos com a evolução vertiginosa da tecnologia de sistemas computacionais no âmbito do cálculo Estrutural. Antes desse avanço, o dimensionamento de lajes era feito através de tabelas, de forma manual. Segundo Silva (2002), no início da década de 90 já existiam softwares de cálculo mais avançados que calculavam os esforços solicitantes e detalhavam as armaduras de lajes e outros elementos. Simultaneamente a esta revolução, surge a necessidade de o engenheiro avaliar de forma consciente os resultados mostrados na tela do computador.

1.1 Justificativa do projeto

Para Richartz (2014), o avanço tecnológico contribui para que o engenheiro esteja suscetível a perda da sensibilidade da ordem de grandeza dos esforços. Em se tratando de lajes convencionais, é preciso avaliar se os esforços calculados computacionalmente se aproximam ou não dos métodos de cálculo manual, como por exemplo o método de tabelas que, segundo Pinheiro (2013), permite uma análise simplificada de lajes retangulares com carga uniforme e extremidades apoiadas ou engastadas, sendo uma metodologia eficaz e correta, desde que a rigidez das vigas de contorno e a deformação das lajes circunvizinhas não sejam relevantes.

O modelo de analogia de grelhas tem certas limitações: regiões como cruzamentos de vigas e faces de pilares tendem a gerar concentração de esforços, principalmente momentos fletores, que fogem da ordem de grandeza dos demais esforços em outras regiões. Este trabalho visa observar e constatar a veracidade ou não destes esforços em contraste com o cálculo manual e propor possíveis soluções de ajuste ao modelo, visando amenizar picos irreais e demais inconsistências. O software TQS será utilizado para tal fim. Além disso, também serão avaliados os consumos de um projeto, considerando esses picos de esforços que tendem a surgir a partir deste modelo.

1.2 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo geral identificar e comparar a análise estrutural por meio dos métodos da analogia de grelhas e de Czerny, considerando os esforços de momento fletor a que está submetida uma laje maciça de concreto armado de uma edificação. Além disso, o projeto visa o dimensionando das lajes em estudo, afim de obter uma comparação mais fidedigna à realidade, comparando as armaduras adotadas, uma vez que a simples comparação dos esforços pode resultar em grandes discrepâncias entre os métodos adotados.

1.3 Objetivos específicos

Apresentam-se como objetivos específicos:

- Validar a modelagem obtida pelo TQS a partir dos resultados teóricos do método de cálculo manual;
- Detalhar as armaduras das lajes;
- Identificar e tratar os possíveis picos de esforços.

1.4 Estrutura do trabalho

A fim de alcançar os objetivos propostos, será realizada uma revisão de literatura com base em publicações científicas e normas regulamentadoras disponíveis sobre lajes maciças de concreto armado apoiadas sobre vigas com enfoque no cálculo manual e na extensão da análise para a analogia de grelhas. Uma vez feita a revisão, será feito, inicialmente, o cálculo manual, realizado através de planilhas no software Microsoft Excel. Em sequência, dar-se-á início à modelagem da laje em estudo e seu posterior detalhamento de armaduras. Através da ferramenta computacional CAD/TQS, será modelado um pavimento com tipologia simples, composto de vigas, pilares e lajes maciças, todos em concreto armado. Após a realização das etapas de cálculo manual e modelagem computacional, a próxima etapa será a de processamento do pavimento de estudo.

Serão minuciosamente comparados os esforços de momento fletor do modelo com os obtidos a partir das planilhas. Os resultados desta comparação serão demonstrados em forma de tabelas. Após a análise comparativa, os picos de esforços que forem identificados e que fujam da ordem de grandeza dos esforços nas imediações da região serão tratados com a imposição de plastificações, calibragem de critérios de projeto e artifícios de modelagem. O detalhamento da laje utilizando o software CAD/TQS será dado a partir da geração e homogeneização das faixas de esforços que são geradas para cada barra discretizada da grelha. Uma vez homogeneizadas, estas faixas são processadas e o detalhamento de armaduras será gerado para cada região delimitada pelas faixas em planta.

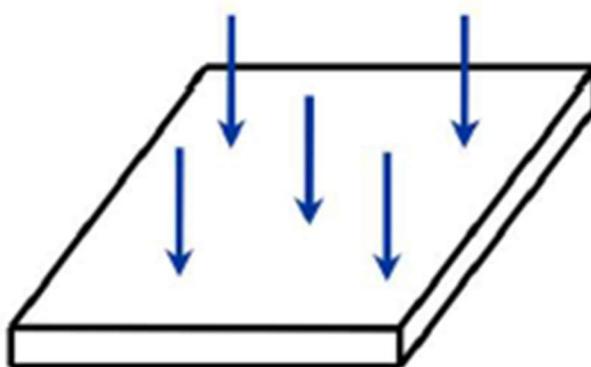
De posse dos resultados referentes a cada método de dimensionamento utilizado, será contabilizado o quantitativo dos materiais e os custos do pavimento com armaduras, conforme os preços médios adotados para o insumo em questão, na região da grande vitória. Esta estimativa será comparada aos custos da situação onde não haveriam picos, ou seja, logo após o tratamento dos esforços nas regiões críticas, como citado acima.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Classificação das lajes

As estruturas de concreto armado podem ser divididas em elementos lineares, onde seu comprimento é superior a três vezes a sua seção, e em elementos de superfície, ou bidimensionais, que possuem espessura muito menor que sua largura e comprimento, onde encontra-se o elemento placa, classificação dada às lajes, visto que as suas principais ações agem perpendicularmente ao plano, conforme mostra a figura 1.

Figura 1- Placas e suas principais ações



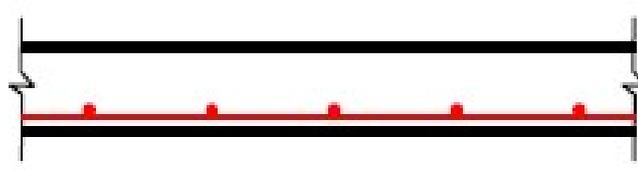
Fonte: Machado e Marino (2016)

Dessa forma, as lajes são elementos responsáveis por receber a maioria das cargas aplicadas em edificações, sejam elas devido a permanência de pessoas, móveis, equipamentos, alvenarias de vedação, dentre outras, e transmiti-las para as vigas de apoio, que por sua vez, transmitem esses esforços até que cheguem a fundação das edificações.

2.1.1 Lajes maciças

Aquelas onde a espessura do elemento, constante, é composta por concreto, contendo armaduras longitudinais e ocasionalmente armaduras transversais. Geralmente possuem espessuras que variam de 7 cm a 15 cm sendo projetadas para os mais diversos tipos de construção, conforme exemplifica a figura 2.

Figura 2- Laje maciça

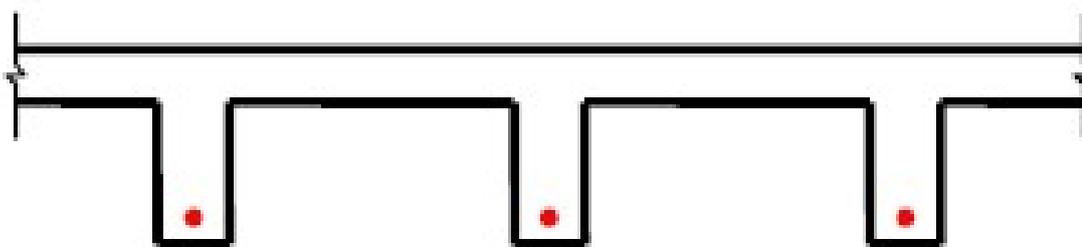


Fonte: Machado e Marino (2016)

2.1.2 Lajes Nervuradas

As lajes nervuradas, são as lajes que possuem nervuras na sua zona tracionada, sendo que as nervuras não têm função estrutural e podem ser preenchidas por materiais inertes, como por exemplo o poliestireno expansível (isopor), que proporciona, dentre outras vantagens, redução do peso da laje e bom desempenho térmico e acústico, conforme a figura 3.

Figura 3- Laje nervurada



Fonte: Machado e Marino (2016)

2.1.3 Lajes pré-fabricadas

As lajes pré-fabricadas, são produzidas industrialmente, com um controle de qualidade mais rígido se comparado aos elementos moldados in loco. Dessa forma, os elementos constituintes da laje já chegam prontos na obra, dispensando o uso de formas.

2.2 Comportamento das lajes

A criação de um modelo estrutural que simula o comportamento da estrutura o mais próximo do real, é imprescindível. Esse modelo, é formulado por expressões matemáticas que viabilizam as verificações de esforços e deslocamentos, bem como seus efeitos sobre a estrutura, possibilitando as verificações de ELU e ELS da mesma.

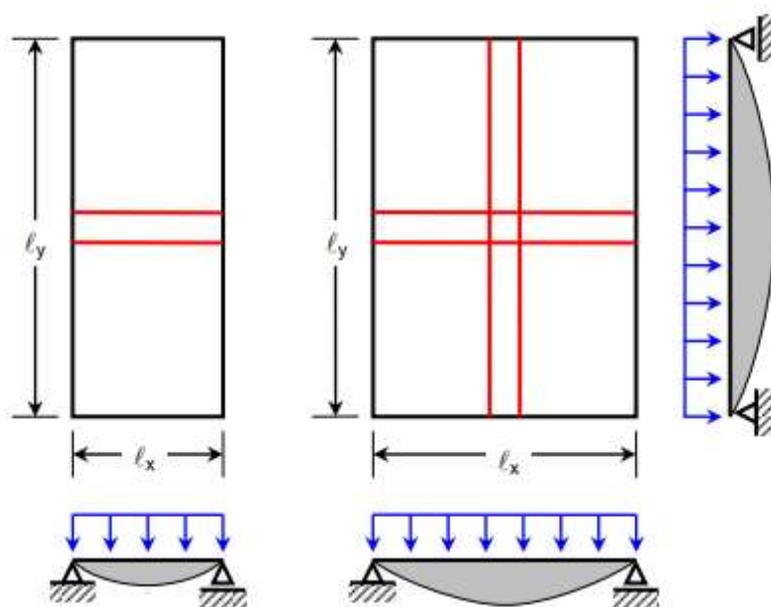
Para a elaboração do modelo, é importante compreender o comportamento da estrutura trabalhando em conjunto, embora a análise de alguns elementos seja realizada isoladamente. O comportamento da laje está diretamente ligado ao carregamento ao qual ela está submetida. Para pequenos carregamentos, há uma relação linear entre carga e deslocamento, caracterizada

pelo regime elástico, onde o concreto resiste à tração. Quando o carregamento aumenta e a resistência do concreto à tração é ultrapassada pelo esforço de sollicitação, a armadura passa a resistir à tração, caracterizando o regime elástico-linear da armadura, enquanto o concreto ainda se encontra no regime elástico. Nesse estágio, os momentos fletores crescem rapidamente e inicia-se a fase de fissuração, que diminui a rigidez do concreto, alterando seu comportamento. Logo após esta fase, inicia-se o escoamento do aço, caracterizada pela fase plástica, onde as deformações crescem sob cargas aproximadamente constantes.

2.3 Armadura das lajes

As armaduras das lajes, como também de vigas e pilares, geralmente constam de barras de aço CA-50 ou CA-60, possuem a função de combater os esforços normais de tração provenientes dos momentos fletores atuantes, uma vez que a estes esforços o concreto possui baixa resistência. Também podem ser dimensionadas para combater os esforços de cisalhamento. Previnem ou controlam a formação de fissuras no elemento. A relação entre os vãos maior e menor define em quantas direções a laje será armada, como podemos ver na figura 5.

Figura 4- Lajes armadas em uma ou duas direções



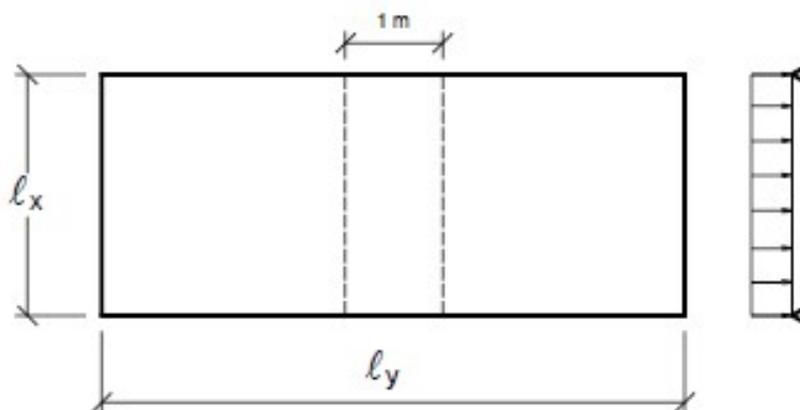
Fonte: Machado e Marino (2016)

2.3.1 Armadura unidirecional

As lajes com armadura unidirecional, ou armadas em uma só direção são aquelas em que a relação entre os vãos, maior e menor, é superior a 2. Nesses casos, o momento fletor na

direção do vão maior é pequeno e pode ser desprezado, bastando adotar uma armadura de distribuição segundo essa direção.

Figura 5- Esquema de Laje armada em uma direção (unidirecional)

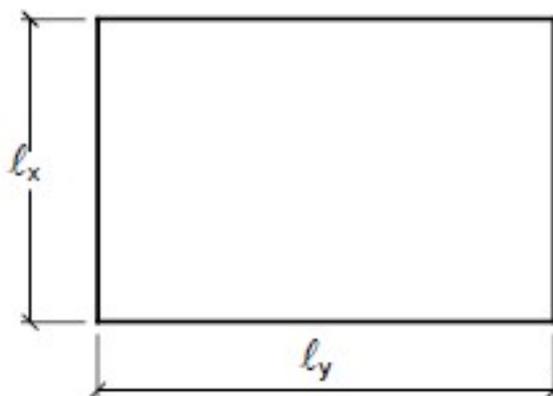


Fonte: Bastos (2021)

2.3.2 Armadura bidirecional (ou armada em cruz)

As lajes com armadura bidirecional, são aquelas em que a relação entre os vãos, maior e menor, é inferior a 2. Nesses casos, o momento fletor na direção do vão maior não pode ser desprezado, devendo-se calcular os momentos nas duas direções da laje.

Figura 6- Esquema de Laje armada em duas direções (cruz)



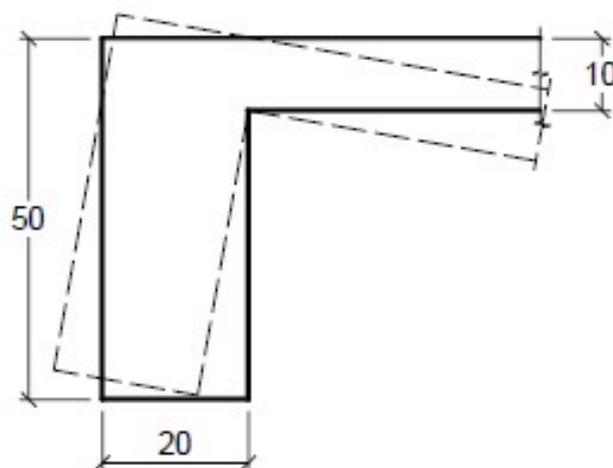
Fonte: Bastos (2021)

2.4 Condições de apoio

2.4.1 Bordas simplesmente apoiadas

Ocorre nas regiões em que não há continuidade da laje com as outras vizinhas. Geralmente, as lajes simplesmente apoiadas estão sobre vigas de concreto com reduzida rigidez à torção, ou seja, apenas reações verticais são transferidas para o apoio, desprezando a resistência a torção do elemento.

Figura 7- Viga de borda com apoio simples para laje

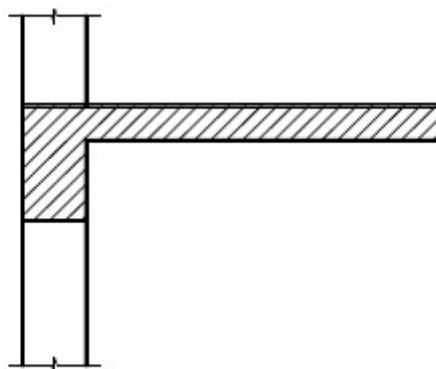


Fonte: Bastos (2021)

2.4.2 Bordas engastadas

Ocorre em lajes em balanço, com um engaste em vigas ou lajes adjacentes e a outra borda livre. A diferença principal em relação às lajes simplesmente apoiadas, é que nas engastadas, além dos esforços verticais, também são transferidos os esforços de torção para o apoio.

Figura 8- Laje em balanço engastada na viga de apoio



Fonte: Bastos (2021)

2.5 Compatibilização de momentos fletores negativos em lajes

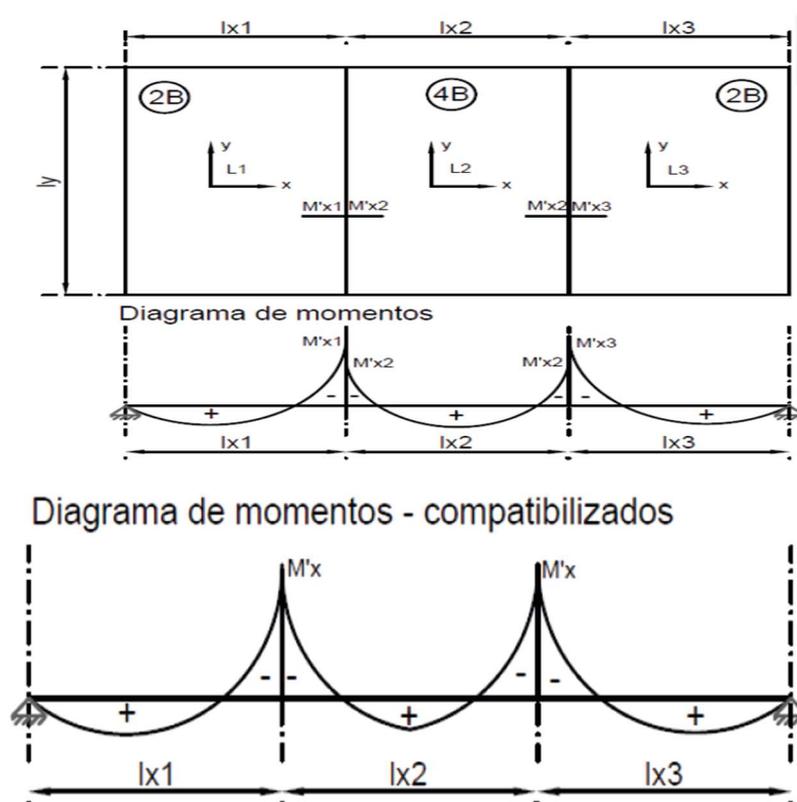
O cálculo isolado de duas lajes vizinhas, resulta em dois valores de momentos negativos, que devem ser considerados em caso de continuidade entre as duas lajes. Dessa forma, é possível que este caso seja tratado de duas maneiras: A primeira é adotando-se o maior valor de momento negativo, onde há predominância de cargas permanentes. A segunda maneira comumente utilizada é realizar a compatibilização dos momentos negativos.

Seja $M'_{x1} \geq M'_{x2}$, o momento compatibilizado M'_x , será o de maior valor entre os das as equações (1) e (2):

$$M'_x = 0,8 * M'_{x1} \quad (1)$$

$$M'_x = \frac{M'_{x1} + M'_{x2}}{2} \quad (2)$$

Figura 9- Diagrama de momentos antes e após a compatibilização



Fonte: Custódio (2018)

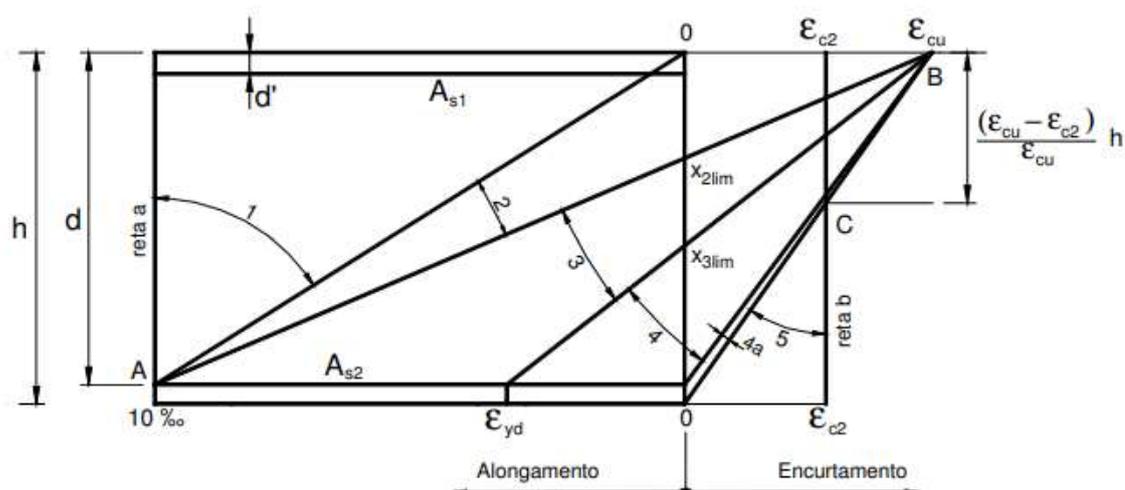
2.6 Comportamento do concreto armado

2.6.1 Domínio de deformações

A exaustão da capacidade resistente da estrutura de concreto armada, considerada no dimensionamento pelo método dos Estados Limites últimos (ELU), pode ocorrer de duas maneiras: Pela ruptura do concreto comprimido ϵ_{cu} ou pela deformação excessiva da armadura tracionada, que ocorre para deformações específicas do aço de $\epsilon(s)=10\%$.

No segundo caso, a ruptura por deformação de alongamento excessivo é alcançada na “reta a”, que representa a tração uniforme, e nos domínios 1 e 2. Enquanto a ruptura por deformação de encurtamento do concreto comprimido ocorre nos domínios 3, 4, 4a, 5 e na “reta b”, que representa a compressão uniforme, conforme a figura 12.

Figura 10- Domínios de deformações no estado-limite último de uma seção transversal



Fonte: Bastos (2021)

Na região de deformação correspondente ao domínio 1, a posição da linha neutra (x) fica fora da seção transversal, que se encontra completamente tracionada, solicitando apenas a resistência do aço, uma vez que o concreto não possui resistência a tração considerável, conforme as equações (3), (4) e (5):

$$\epsilon(s) = 10\% \quad (3)$$

$$10\% \leq \epsilon(c) \leq 0\% \quad (4)$$

$$x = (-\epsilon(c) \times d) / (\epsilon(s) - \epsilon(c)) \quad (5)$$

No domínio 2, a linha neutra corta a seção transversal, que se encontra em flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto, conforme as equações (6), (7) e (8):

$$\varepsilon(s) = 10\% \quad (6)$$

$$0\% \leq \varepsilon(c) \leq -3,5\% \quad (7)$$

$$x = (-\varepsilon(c) \times d)/(10\% - \varepsilon(c)) \quad (8)$$

No domínio 3, a linha neutra também corta a seção transversal, ocorrendo flexão simples ou composta, contudo, há o rompimento do concreto junto com o escoamento do aço. Tal situação é desejável para os projetos, uma vez que ambos os materiais, o aço e o concreto, são aproveitados ao máximo, conferindo maior economicidade, fato que caracteriza as peças como sub armadas, conforme as equações (9), (10) e (11):

$$\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s \leq \varepsilon(s) \leq 10\% \quad (9)$$

$$\varepsilon(c) = -3,5\% \quad (10)$$

$$x = (3,5 \times d)/(\varepsilon(s) - 3,5\%) \quad (11)$$

No domínio 4, também ocorre flexão simples ou composta, entretanto a peça é tida como super armada, caracterizada pela ruptura frágil, onde o concreto rompe sem nenhum aviso prévio do aço, situação indesejável para qualquer projeto, conforme as equações (12), (13) e (14):

$$0\% \leq \varepsilon(s) \leq \varepsilon_{yd} \quad (12)$$

$$\varepsilon(c) = -3,5\% \quad (13)$$

$$x = (3,5 \times d)/(\varepsilon(s) + 3,5\%) \quad (14)$$

No domínio 4a, a linha neutra corta a seção no cobrimento da armadura menos comprimida, ocorrendo flexão composta, conforme as equações (15), (16) e (17):

$$\varepsilon(s) \leq 0\% \quad (15)$$

$$\varepsilon(s) \leq 0\% \quad (16)$$

$$x = (3,5 \times d)/(\varepsilon(s) + 3,5\%) \quad (17)$$

Por fim, no domínio 5, a linha neutra não corta a seção, que se encontra totalmente comprimida. Sendo assim, segue-se as equações (18), (19) e (20):

$$-2\% \leq \varepsilon(s) \leq 0\% \quad (18)$$

$$-3,5\% \leq \varepsilon(c) \leq -2,0\% \quad (19)$$

$$h \leq x \quad (20)$$

2.7 Métodos de análise estrutural de lajes

Existem diversos métodos de análise de lajes disponíveis na bibliografia, dentre eles, destacam-se os métodos clássicos, utilizando tabelas e cálculos manuais e os métodos computacionais, que utilizam programas baseados nas analogias, ambos objetos de estudo deste trabalho. Ademais, existem ainda os métodos numéricos, que possibilitam a análise de problemas de maior complexidade.

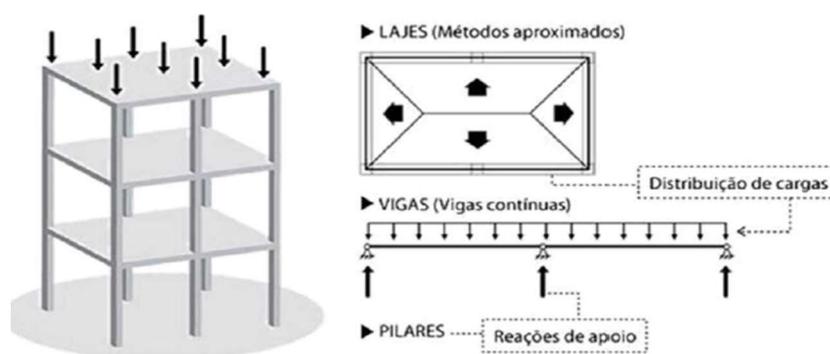
2.7.1 Métodos aproximados utilizando tabelas

Os métodos simplificados oferecem valores próximos aos obtidos com a analogia de grelha para lajes retangulares maciças com apoios muito rígidos, contudo, a presença de lajes nervuradas ou apoios em vigas de seção usual podem fornecer resultados bem diferentes da realidade.

Por se tratar de uma aproximação, possuem limitações que impossibilitam o seu emprego em estruturas mais complexas. Dentre elas, destacam-se:

- Geometria das lajes limitada às abordados pelo método;
- Não consideram efeitos horizontais, como por exemplo o vento e o empuxo;
- Não transfere momento entre vigas e pilares;
- Não considera o trabalho conjunto da estrutura, lajes, pilares e vigas.

Figura 11- Métodos aproximados e vigas contínuas



Fonte: Kimura (2007).

2.7.2 Método de Marcus

O Método de Marcus, elaborado por Marcus, baseado na aplicação da teoria da elasticidade e na teoria das grelhas, é um método simplificado, que avalia lajes totalmente isoladas, logo, considera as vigas de bordo indeformáveis, sem interferência de um pano de laje sobre o outro. Tais características, podem abranger parte das edificações usualmente construídas.

Estudos realizados por SERPA et al (2017), analisaram os resultados de momento fletor em uma laje dividida em dois panos, obtidos através do método de Marcus e da analogia de grelhas para dois casos de rigidez da viga intermediária: Elevada rigidez (20x80) e baixa rigidez (20x30).

Pode-se concluir do estudo em questão, que os métodos têm comportamento semelhante para o caso de elevada rigidez, uma vez que satisfaz as premissas do método de Marcus. Já para o caso de baixa rigidez os panos de laje interagem como se fossem um só, gerando um momento positivo máximo no encontro entre elas, enquanto o método de Marcus resultaria em um momento negativo nesse encontro, e positivo máximo no centro de cada pano de laje, e conseqüentemente, um dimensionamento equivocado de armaduras.

Um terceiro caso ainda, considerou um terceiro pano de laje em balanço de 1,2m, mantendo-se as demais características, gerando um efeito alavanca sobre a estrutura, também não considerado pelo método de Marcus, apresentando riscos de fissura e colapso à estrutura.

2.7.3 Método de Czerny

Czerny, durante seus estudos, elaborou tabelas para o cálculo de momentos fletores, fundamentado na teoria da elasticidade e adotando um coeficiente de Poisson (ν) igual a zero, lajes retangulares, apoiadas em todas as suas bordas e carregamento uniformemente distribuído. Tais tabelas simplificaram os cálculos de lajes, classificando a distribuição das cargas pelo cociente do maior vão da laje (l_y) sobre o menor vão da laje (l_x) e as condições de apoios da laje, classificando-as em seis casos diferentes.

Posteriormente, em 1976, as tabelas de Czerny foram adaptadas por Burke, para um coeficiente de Poisson (ν) relativo às deformações elásticas igual a 0,2, valor admitido pela NBR 6118 para o concreto.

Em seus estudos, ao fazer uma análise comparativa entre os métodos de Czerny, Marcus e grelha, para o cálculo de lajes macias, Leite et al. (2017), verificaram que a diferença entre os métodos de Czerny e Marcus são mínimas (aproximadamente 5%), se comparados entre si.

2.7.4 Método de analogia de grelhas

A analogia de grelhas discretiza a laje em faixas de determinada largura, substituindo as mesmas por barras, resultando em grelhas de barras planas. As grelhas, por sua vez, são um conjunto de vigas individuais interconectadas nos seus nós.

"A ideia de se interpretar uma laje através de uma grelha equivalente, não é nova, tendo sido feita inicialmente por Marcus em 1932, que na época, não possuía computadores e tinha que se valer de processos aproximados para resolver grelhas" (PINHEIRO, 2013).

Um dos fatores mais relevantes no cálculo das grelhas é a rigidez à torção, que dependendo do valor adotado, pode-se aproximar dos valores obtidos pela teoria da elasticidade.

Além disso, seguindo as recomendações da NBR 6118:2014, pode-se determinar outros fatores de cálculo:

- E_c : (Módulo de deformação longitudinal à compressão do concreto),
- G_c : (módulo de deformação transversal do concreto)
- ν : (coeficiente de Poisson).

2.7.5 Método dos Elementos Finitos (MEF)

Método refinado que consiste na subdivisão de um elemento estrutural em várias partes que são denominadas sólidos, placas ou cascas.

É um modelo no qual os resultados tendem a ser mais detalhados do que nos outros métodos

2.7.6 Aplicação dos diferentes métodos disponíveis

Para que haja uma comparação coerente entre os métodos, algumas premissas devem ser atendidas, respeitando a limitação de cada método, como sugere Serpa et al (2017), ao comparar o método de Marcus com a analogia de grelhas, onde a análise pelo método de Marcus resultou em momentos negativos entre vigas intermediárias e lajes, solicitando uma armadura negativa, que talvez não fosse necessária na analogia de grelhas com uso de vigas com baixa rigidez.

De forma análoga, a análise prática feita pelo método da analogia de grelhas comumente resulta em picos de tensões que ocorrem em cantos reentrantes e próximos a pilares na continuidade de duas lajes, que talvez não ocorreriam pelo método de Marcus. algumas soluções para os picos de esforços podem ser adotadas segundo o suporte de atendimento do

Eberick, como por exemplo diminuir o multiplicador de flexão e mudar os vínculos das lajes para semirrígidos, a fim de diminuir os picos de esforços e distribuí-los nas barras adjacentes. Dessa forma, fica evidente a importância da correta interpretação dos resultados, bem como a agregação de base teórica para a tomada de decisão por meio da análise da estrutura por diferentes métodos, e não apenas um.

Na literatura, é possível encontrar algumas referências aos métodos de análise utilizando as tabelas de Czerny, e poucas utilizando as tabelas de Marcus, todavia, a partir de comparações numéricas entre os dois métodos, realizadas por Leite et al. (2017), observou-se uma variação de momentos na ordem de 5% comparados entre si. Ademais, quando comparados os métodos de tabelas com a analogia de grelhas, utilizando o software Eberick, as discrepâncias foram consideráveis, chegando a uma área de aço das armaduras negativas calculada pelo método de Marcus 44% superior ao calculado com o software Eberick. Tal variação se deve ao fato dos métodos simplificados utilizando tabelas considerarem as vigas indeformáveis, o que não retrata a realidade do estudo em questão.

Ao comparar a interação laje-viga-pilar, feita por REIS (2007), observando as curvas dos momentos fletores negativos sobre as continuidades das lajes, pode-se notar diferenças no método de analogia de grelhas em relação ao método de tabelas e dos elementos finitos. No modelo de analogia de grelhas com malhas desencontradas, ocorreram picos de momentos negativos sobre a viga, sempre que o comprimento do trecho que promove a descontinuidade era muito pequeno.

Outro fator, é o espaçamento das malhas, no qual chegou-se à conclusão que quanto menor o espaçamento das malhas, mais o método de analogia de grelhas se aproxima do método dos elementos finitos. Espaçamentos ótimos giram em torno de 25 cm.

2.8 Análise de estruturas em concreto armado

A análise estrutural pode ser realizada por diferentes métodos, que se diferenciam, principalmente, pelo comportamento dos materiais integrantes da estrutura.

2.8.1 Análise Linear

Amparado pela Lei de Hooke, considera os elementos trabalhando em patamares elásticos, considerando deformações proporcionais ao acréscimo de carregamento na estrutura.

Geralmente usada para verificação de Estado Limite de Serviço (ELS) e Estado Limite último (ELU), desde que garantida a ductilidade mínima das peças.

Neste tipo de análise, é admitido um comportamento elástico-linear do material, com as características geométricas determinadas pela seção bruta de concreto dos elementos estruturais.

2.8.2 Análise não linear física

Tipo de análise mais refinada do comportamento estrutural do concreto armado, pois considera que os acréscimos de carregamentos são desproporcionais aos acréscimos de deformação na estrutura.

Tal análise leva em consideração o efeito de fissuração e de fluência do concreto armado, cuja existência corrobora na redução da inércia da seção deste material. Este tipo de análise depende de variáveis como classe de agressividade, módulo de elasticidade, tempo em que começa a atuação do peso próprio da estrutura, ou seja, da retirada do escoramento, e o tempo em que as cargas permanentes começam a atuar na estrutura. Este último com bastante relevância para análise de deformações em elementos não estruturais.

2.8.3 Análise através de modelos físicos

Através da realização de ensaios com modelos físicos de concreto, que possuam semelhança mecânica com a estrutura, é possível determinar o comportamento estrutural da mesma. Obrigatoriamente, devem-se verificar os estados limites últimos e de serviço para a estrutura, sendo aplicável sempre que os modelos de cálculo forem insuficientes ou estiverem fora do escopo da NBR 6118/14.

3 METODOLOGIA

3.1 Ferramentas computacionais

Para realização das análises dos esforços de momento fletor e suas distorções pelo modelo, serão utilizadas duas ferramentas computacionais importantes: software TQS e o Microsoft Excel para a elaboração de planilhas de cálculo de lajes maciças apoiadas sobre vigas utilizando tabelas de Czerny adaptadas por Burke.

O TQS pode ser considerado um conjunto de várias ferramentas unidas numa única interface, cada uma delas com funções importantes no que diz respeito a modelagem, dimensionamento, detalhamento e desenho de plantas de formas e armaduras.

Atualmente, o sistema TQS utiliza, em suas interfaces, dois tipos de modelos computacionais de análise em lajes: modelo de analogia de grelha e modelo de grelha por elementos finitos. O software também realiza dimensionamento e detalhamento de acordo com os processos de cálculo manuais.

Em ambos os modelos computacionais, o TQS verifica Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS), este último, inclusive, com consideração da não-linearidade física do concreto. Neste programa, uma laje como um todo é simulada a partir de barras cujas propriedades geométricas como inércia, seção bruta e divisores de torção e flexão são definidas com base em critérios de projeto ou edição direta manual e individual das mesmas. A laje finalmente é representada como uma malha de barras com espaçamento definido em critérios.

O TQS será utilizado para a modelagem, processamento, visualização de esforços e detalhamento de armaduras da estrutura objeto deste estudo. Também será utilizado para comparação e validação do cálculo manual feito em Microsoft Excel.

A segunda ferramenta (Microsoft Excel) é também muito utilizada no âmbito da engenharia para realização de cálculos automáticos, orçamentos e etc. Para este trabalho, o Microsoft Excel será utilizado para a elaboração de planilhas de cálculo de esforços e das armaduras das lajes convencionais do modelo objeto de estudo.

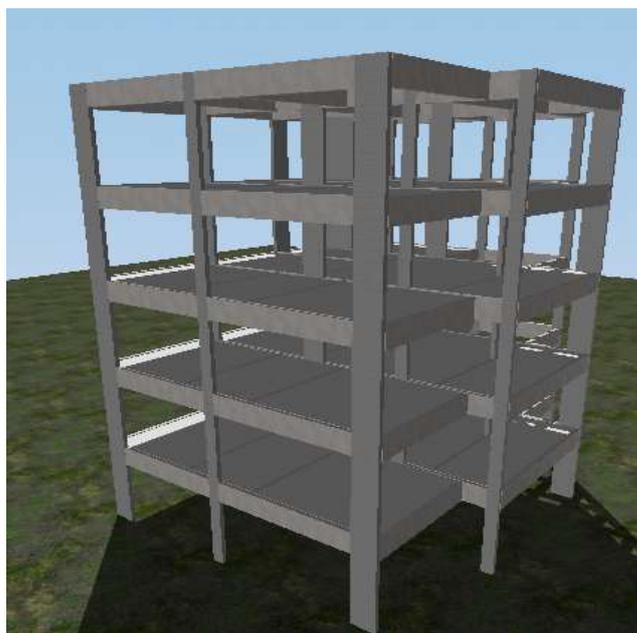
3.2 Edificação a ser estudada

Para realização deste trabalho, a estrutura escolhida será um edifício residencial fictício, de pequeno porte, cuja planta baixa foi desenvolvida especificamente para este trabalho. A edificação para o estudo das lajes, será composta de cinco pavimentos tipo. A representação 3D da estrutura se encontra na figura 14.

Buscou-se obter geometria adequada para análise das lajes pelo método manual, utilizando as tabelas de Czerny, ao mesmo tempo em que se obtivesse uma planta com variedade de formatos e trechos onde, possivelmente, fossem encontradas concentrações de esforços de momentos fletores distorcidos dos reais. Os pilares possuem geometria em planta variada, de modo a obter rigidezes diferentes ao longo do pavimento. Uma das hipóteses de cálculo manual de lajes é a de que os apoios das lajes sejam indeslocáveis. Dessa forma, escolheu-se vigas de altura elevada, de modo que estes elementos não interferissem nos resultados das lajes e que as flechas obtidas apresentassem valores muito próximos de zero ou exatamente zero.

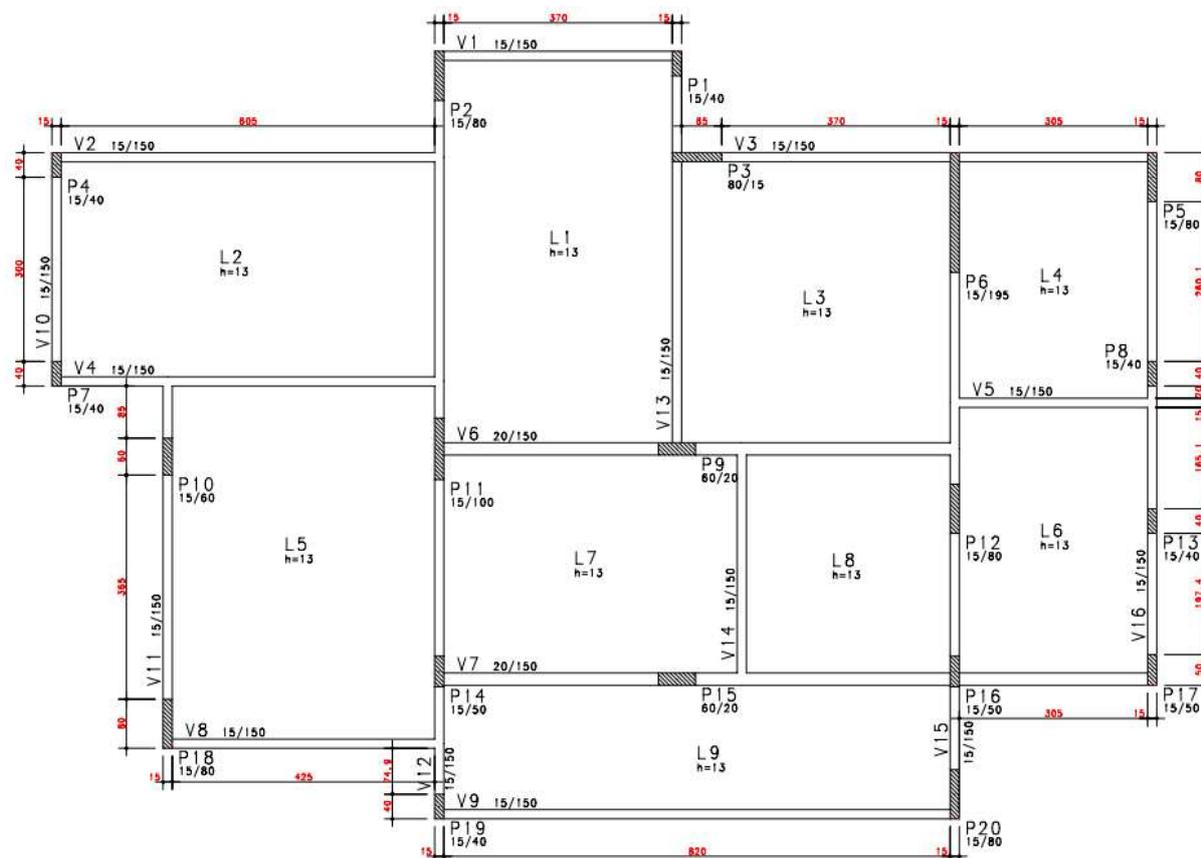
É importante ressaltar que as dimensões das vigas não devem ser avaliadas como referência em termos execução e otimização de projetos estruturais bem como distribuição de pilares em planta não é a mais adequada. Tratam-se de adaptações para fins puramente didáticos.

Figura 12- Edificação objeto de estudo



Fonte: Acervo próprio

Figura 13- Planta de formas do pavimento tipo



Fonte: Acervo próprio.

3.3 Premissas de projeto

Para a realização do cálculo deste pavimento, buscou-se atender as prescrições da norma NBR 6118:2014, que prescreve as orientações quanto ao dimensionamento e detalhamento de estruturas de concreto armado e protendido.

É preciso que se tenha, previamente, o conjunto de informações necessárias sobre a edificação para obtenção dos resultados de dimensionamento da estrutura.

A classe de agressividade ambiental adotada para esta edificação será Classe II – Moderada – Urbana. A resistência característica mínima exigida para esta classe de agressividade é de 25 MPa. A norma exige, para esta classe, cobrimento mínimo de armadura de pilares e vigas de 3,0 cm e de 2,5 cm para lajes. Nesta hipotética situação, será considerado que não haverá controle rígido de qualidade e medidas em obra e, portanto, não será adotada redução nesses cobrimentos.

Em função do $F_{ck} = 25$ MPa, de acordo com a tabela 8.1 da norma, será adotado um módulo de elasticidade $E_{ci} = 28000$ MPa e módulo de deformação secante $E_{cs} = 24000$ MPa, considerando granito como agregado graúdo da mistura. Estes valores são diferentes para cada tipo de agregado.

Será adotado coeficiente de Poisson de 0,2 respeitando o item 14.7.3 da norma considerando que as lajes (estruturas de placas) do modelo serão calculadas a partir do método de Czerny, baseado na teoria da elasticidade.

Para todas as lajes será adotada carga permanente de 200 kgf/m^2 e carga acidental de 150 kgf/m^2 . A espessura de todas as lajes será de 13 cm. Para simplificação dos cálculos, não foram consideradas cargas de paredes no modelo.

3.4 Combinações de ações, estado limite último e estado limite de serviço

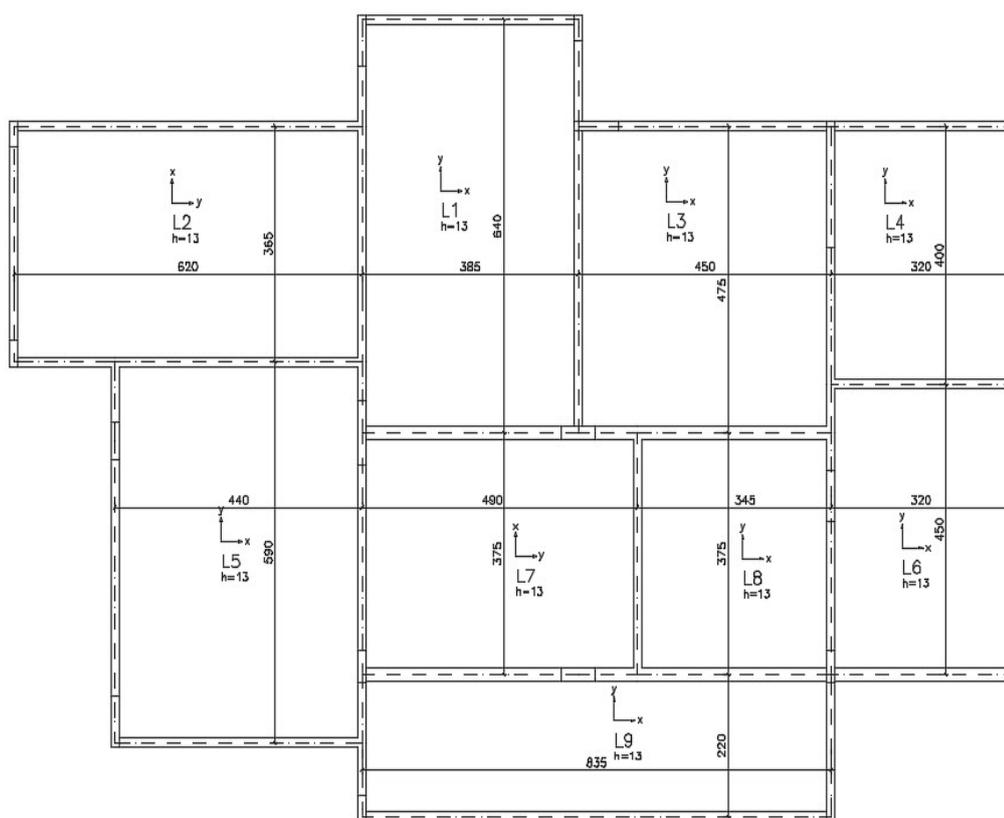
Para que se obtivesse, no software TQS, um modelo coerente com as situações de cálculo manual, foi necessária simplificação dos carregamentos atuantes nas lajes. Portanto, não foram consideradas ações horizontais, como vento e desaprumo, aplicadas no pavimento a ser estudado. Portanto, as combinações que serão geradas pelo software TQS não possuirão casos de carregamento provenientes dessas ações horizontais. Efeitos de segunda ordem globais, locais e localizados também não serão contemplados pela análise, devido à dificuldade de se considerar tais fenômenos no modelo de cálculo manual.

3.5 Processo de cálculo manual de lajes

O processo de cálculo manual utilizado para posterior comparação com o método de analogia de grelha terá como base as tabelas de Czerny adaptadas por Burke. O TQS utiliza este método, chamado em sua interface de processo simplificado, e sua fonte de dados para as variadas vinculações de lajes são as tabelas de Czerny. A escolha dessas tabelas para o cálculo manual neste trabalho se justifica exatamente pela maior facilidade em validar os resultados obtidos no Excel comparando-os com o processo simplificado do TQS.

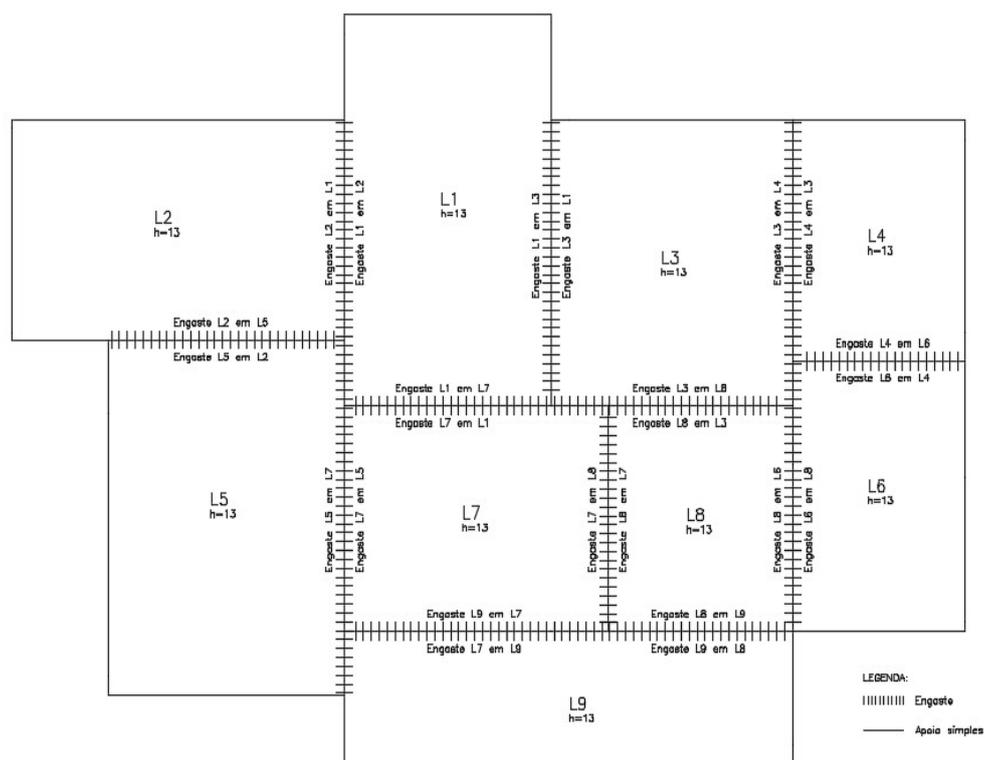
3.5.1 Vinculações impostas nas lajes em estudo

As figuras 16 e 17 mostram os valores dos vãos efetivos adotados L_x e L_y e as vinculações impostas às lajes, respectivamente. Todas as lajes contíguas foram consideradas engastadas entre si e os demais bordos simplesmente apoiados.

Figura 14- Vãos efetivos L_x e L_y das lajes

Fonte: Acervo próprio.

Figura 15- Vinculações impostas às lajes



Fonte: Acervo próprio.

No Excel, os vãos Lx (menor vão) e Ly (maior vão) foram listados e sua relação Ly/Lx foi calculada, conforme mostra a Tabela 1.

Tabela 1- Listagem da relação entre os vãos da laje.

Laje	Vão Lx (cm)	Vão Ly (cm)	Vão (Ly) / Vão (Lx)
L1	385	640	1,66
L2	365	620	1,70
L3	450	475	1,06
L4	320	400	1,25
L5	440	590	1,34
L6	320	450	1,41
L7	375	490	1,31
L8	345	375	1,09
L9	220	835	3,80

Acervo próprio.

Na tabela 2 são apresentados os valores dos coeficientes de Czerny para cálculo dos momentos fletores positivos e negativos máximos para cada laje em cada direção.

Estes coeficientes foram obtidos em função da relação L_y/L_x e das condições de apoio das lajes em estudo. No pavimento em estudo não há lajes com bordos livres. Serão tratadas as lajes L1, L2, L3, L4, L5, L6, L7 e L8, pois todas essas se classificam como bidirecionais segundo a relação L_y/L_x obtida.

Os momentos para cada laje foram calculados em função desses coeficientes. A tabela 2 mostra os coeficientes m_x , m_y , n_x - e n_y -. Os valores de m_x e m_y são os divisores dos momentos positivos máximos nas direções x e y, respectivamente.

Analogamente, os valores de n_x - e n_y - são os divisores dos momentos negativos máximos, em cada laje, nas direções x e y, respectivamente.

Tabela 2- Coeficientes para cálculo dos momentos máximos.

Coef. de momento máximo p/ cálculo das lajes				
Laje	m_x	n_x -	m_y	n_y -
L1	24,44	12,20	49,88	17,50
L2	18,80	8,90	40,20	12,20
L3	35,14	15,20	44,98	17,86
L4	29,50	13,50	47,70	17,50
L5	23,16	10,38	36,28	12,72
L6	22,04	9,96	38,06	12,58
L7	31,58	14,40	52,02	17,58
L8	40,62	17,32	47,70	18,48

Acervo próprio.

Tabela 3- Valores dos momentos positivos e negativos máximos.

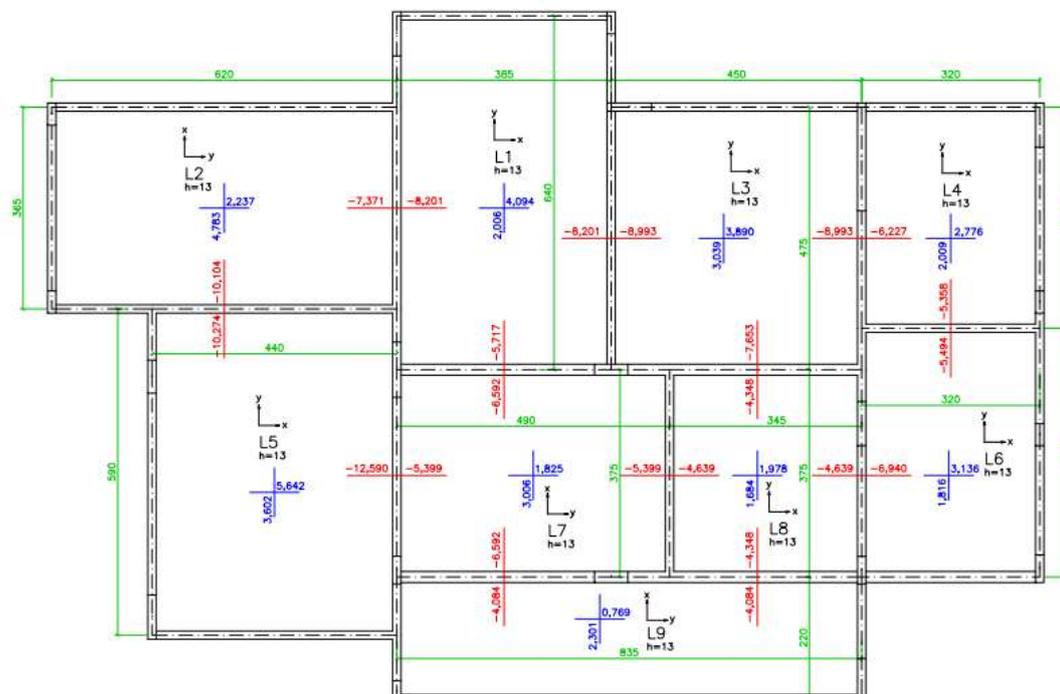
MOMENTOS FLETORES ATUANTES					
LAJE	CARGA TOTAL (kN/m ²)	MOMENTOS FLETORES (kN.m/m)			
		M _x	X _x	M _y	X _y
L1	6,750	4,094	8,201	2,006	5,717
L2	6,750	4,783	10,104	2,237	7,371
L3	6,750	3,890	8,993	3,039	7,653
L4	6,750	2,776	6,227	2,009	5,358
L5	6,750	5,642	12,590	3,602	10,274
L6	6,750	3,136	6,940	1,816	5,494
L7	6,750	3,006	6,592	1,825	5,399
L8	6,750	1,978	4,639	1,684	4,348

Acervo próprio.

Da tabela 3, M_x e M_y são os valores dos momentos positivos máximos nas direções x e y. X_x e X_y são os valores máximos dos momentos negativos nas direções x e y.

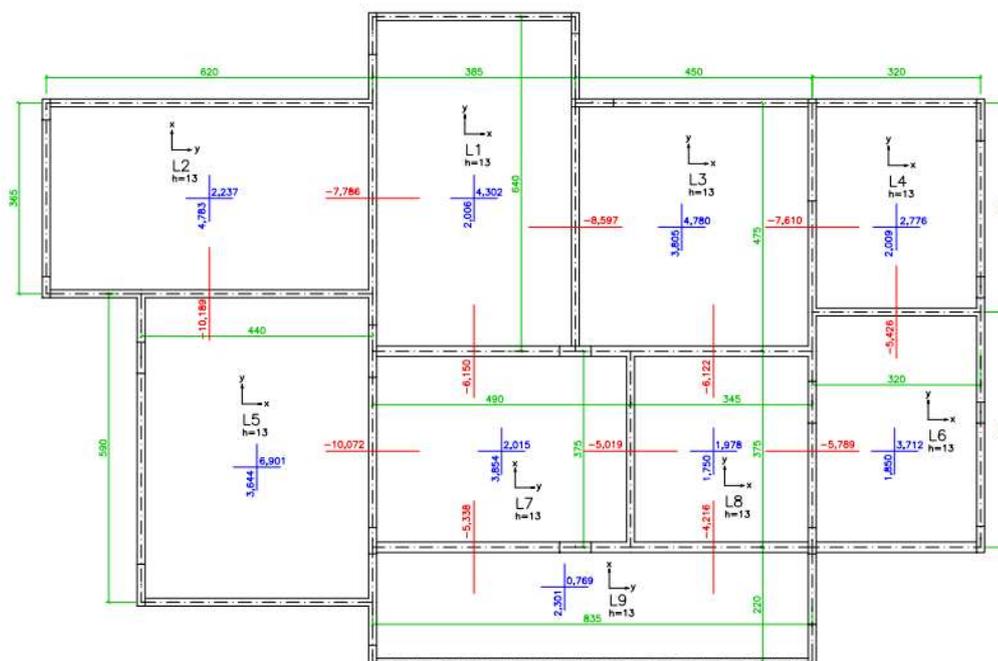
As figuras 18 e 19 mostram os valores característicos destes momentos na planta do pavimento com os momentos negativos não compatibilizados e compatibilizados, respectivamente.

Figura 16- Valores característicos de momentos, negativos não compatibilizados (kN.m/m)



Fonte: Acervo próprio.

Figura 17- Valores característicos de momentos, negativos compatibilizados (kN.m/m)



Fonte: Acervo próprio.

Uma vez obtidos os valores dos momentos positivos e negativos compatibilizados, foi realizada uma planilha para cálculo da profundidade da linha neutra e da área de aço nas direções x e y, utilizando os momentos fletores de cálculo obtidos das tabelas. No anexo A são mostradas as tabelas de cálculo para cada uma das lajes em questão.

Os detalhamentos das armaduras pelo processo manual foram realizados com o auxílio do TQS na interface do Editor de Aplicações Gráficas (EAG). O detalhamento utilizando os resultados de cálculo das planilhas do Microsoft Excel é apresentado para cada laje L1 a L9 (Ver Apêndice B). A planilha de cálculo foi programada para comparar os valores de armadura mínima e armadura calculada. Pela NBR 6118:2014, se o valor da armadura calculada é menor do que a armadura mínima, adota-se a armadura mínima. Para as lajes em estudo, cujas dimensões são todas iguais a 13 cm e cujo F_{ck} do pavimento é de 25 MPa, a taxa geométrica de armadura equivale a $0,15\% \times A_c$, resultando em $1,95 \text{ cm}^2/\text{m}$.

De modo a tornar os quantitativos de aço coerentes para comparação, o detalhamento mais preciso possível foi obtido utilizando diâmetro de armadura CA-50 de 6,3mm. A armadura mínima definida foi de 6,3 mm a cada 16 cm. Para os casos onde a armadura calculada excedeu o valor da armadura mínima, os valores de espaçamento e diâmetro foram ajustados. Como o máximo diâmetro de armadura numa laje de concreto armado não deve exceder $1/8 \times$

H da laje, o maior diâmetro possível seria 16mm. O espaçamento máximo não deve ser maior do que 20 cm.

3.6 Análise de lajes pelo método computacional

3.6.1 Software TQS para realização do estudo

Com a ferramenta TQS é completamente possível realizar a modelagem, o dimensionamento e o detalhamento de qualquer projeto estrutural em concreto armado ou protendido. O usuário pode entrar com os dados da edificação, como fck, cobrimentos, definição de dados geométricos, entre outros. Para cálculo dos esforços de vento e desaprumo, balizamento de critérios de formas, armaduras, critérios da analogia de grelha e muitas outras funcionalidades.

3.6.2 Configurações básicas do programa

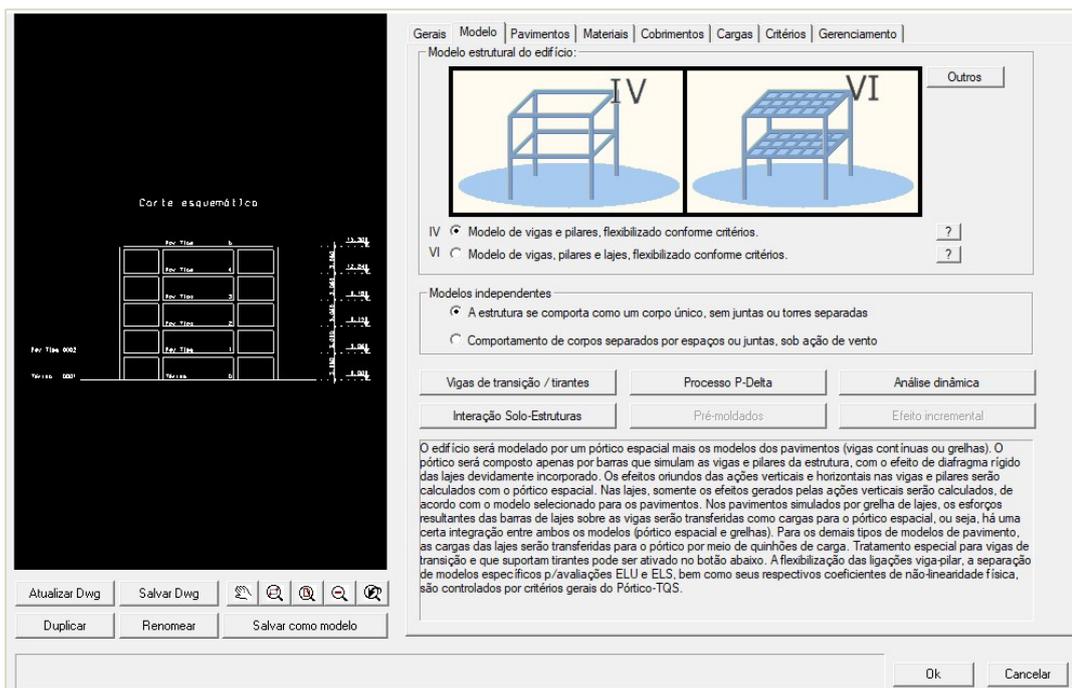
Dentro da janela de dados do edifício, na aba “Modelo” são apresentadas as opções de modelos de análise da estrutura, em função dos quais se faz a discretização da estrutura em barras que representam lajes, vigas e pilares de uma edificação real. Os principais modelos do programa são modelo IV e modelo VI.

No modelo IV, o edifício modelado será discretizado por um pórtico espacial e cada pavimento por seus modelos individuais (vigas contínuas ou grelhas). O que se verá no visualizador de pórticos quando este modelo é selecionado é apenas um pórtico composto de vigas e pilares. As lajes, neste caso não são incorporadas no modelo do pórtico espacial. No entanto, para cada pavimento, os esforços provenientes das lajes são devidamente transmitidos às vigas e o efeito de diafragma rígido é devidamente incorporado.

Neste modelo, as lajes não são capazes de absorver esforços horizontais, ou seja, não têm impacto nos resultados de estabilidade global do edifício.

No modelo VI, recentemente desenvolvido, a contribuição da rigidez das lajes na estabilidade global do edifício é considerada. Um edifício processado em modelo IV e depois em modelo VI pode apresentar diferenças, por exemplo, nos resultados dos parâmetros de instabilidade. Para o cálculo do edifício em estudo, adotou-se o modelo IV, uma vez que os esforços horizontais podem apresentar acréscimos de esforços nas lajes que não são contabilizados nos processos de cálculo manuais, o que tornaria o estudo muito mais difícil, conforme mostra as figuras 20, 21 e 22.

Figura 18-Janela da seção edifício do software TQS (aba “Modelo”)



Fonte: Acervo próprio.

Figura 19- Janela da seção edifício do software TQS (aba “Cobrimentos”).

Gerais | Modelo | Pavimentos | Materiais | Cobrimentos | Cargas | Critérios | Gerenciamento

Cobrimentos (cm)

	Inferior	Superior	Diferença secundária
Lajes em geral	2.5	2.5	0 0
Lajes protendidas	3	3	1
Vigas	3		
Pilares	3		
Fundações	3		1

Cobrimento de elementos em contato com o solo (cm)

	Vigas e lajes	Pilares
	3	4.5

Verificação de cobrimentos mínimos

Maior altura de bainha	60	mm
Maior bitola de viga/pilar	25	mm
Maior bitola de lajes	12.5	mm

Desativar a verificação dos cobrimentos mínimos

Classe de agressividade ambiental

II - Moderada - Urbana

Alterar

Atualizar Dwg Salvar Dwg

Duplicar Renomear Salvar como modelo

Ok Cancelar

Fonte: Acervo próprio.

Figura 20- Janela da seção edifício do software TQS (aba “Materiais”).

Gerais | Modelo | Pavimentos | Materiais | Cobrimentos | Cargas | Critérios | Gerenciamento

Modo de fornecimento de fck

Definir valores em MPa

Usar somente valores tabelados

Concreto para elementos estruturais em:

Concreto armado

Concreto protendido

Classe de agressividade ambiental

II - Moderada - Urbana

Alterar

fcks gerais

	Classe
Vigas/Lajes	C25
Pilares	C25
Fundações	C25

Desativar a verificação de fck mínimo

fcks diferenciados por piso/plano

Vigas/Lajes

Pilares

Elementos pré-moldados

Alterar

Os valores de resistência definidos nesta tela serão usados nos modelos de pórtico espacial e grelhas e no dimensionamento/detalhamento de vigas, pilares, lajes, escadas e fundações.

Atualizar Dwg Salvar Dwg

Duplicar Renomear Salvar como modelo

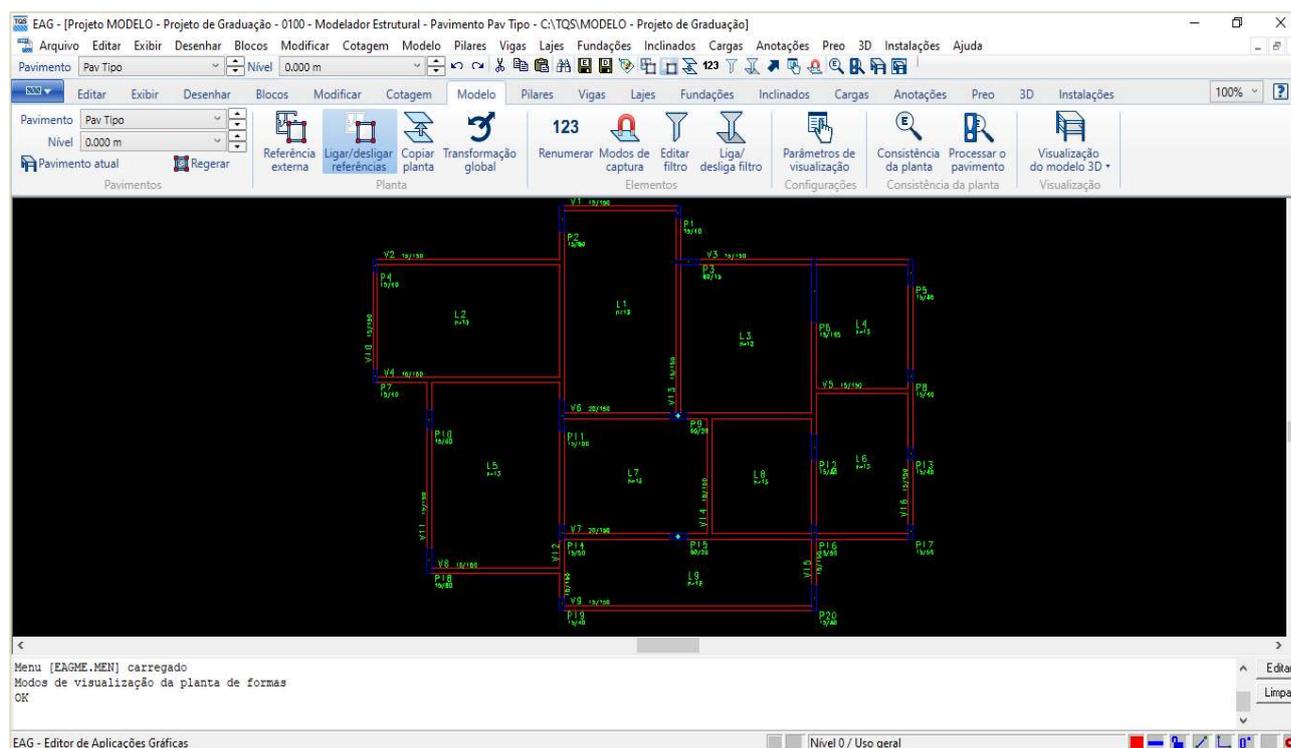
Ok Cancelar

Fonte: Acervo próprio.

3.6.3 Configurações do modelador estrutural

O modelador estrutural é um subsistema do software TQS onde a estrutura é modelada. Nessa interface é possível entrar com elementos gráficos que representam vigas, lajes, pilares e elementos de fundações como blocos sobre estacas, sapatas e tubulões. Para cada tipo de elemento, o software possui abas de configurações básicas e avançadas, permitindo a aptidão do modelo ao processamento global.

Figura 21- Modelador estrutural do software TQS.



Fonte: Acervo próprio.

Para correta simulação da indeslocabilidade dos apoios de lajes, todas as vigas foram modeladas com 150 cm de altura, o que torna todas as deformações das mesmas muito próximas de zero, trazendo mais proximidade com as hipóteses de cálculo manual das lajes. Além disso, para as vigas, 100% de sua rigidez à torção foi desconsiderada, de modo que em regiões onde a laje se estabelece simplesmente apoiada, o momento negativo fosse quase ou exatamente zero. Para as barras de grelha que representam as lajes, a rigidez à torção também foi desconsiderada no modelo.

Figura 22- Janela de dados gerais de viga do software TQS

Dados Gerais da Viga

Identificação | Inserção | Seção/Carga | Modelo | Intersecções | Temperatura/Retração | Detalhamento | BIM

Modelo de viga contínua

Mesa colaborante Não Sim

Mesa colaborante máxima cm

Mesa colaborante fixa cm

Engastar no início Não Sim

Engastar no fim Não Sim

Desabilitar peso próprio Não Sim

Alavanca inicial Não Sim

Alavanca final Não Sim

Inércia à torção (afeta o valor do Mx de torção)

Divisor definido em: Critérios pórtico/grelha Abaixo

Divisor de inércia à torção

Inércia à flexão no pórtico/grelha

Divisor de inércia à flexão

Modelo de lajes

Calcular como viga-faixa Não Sim

Considerar como viga de transição

Pela geometria Sempre Nunca

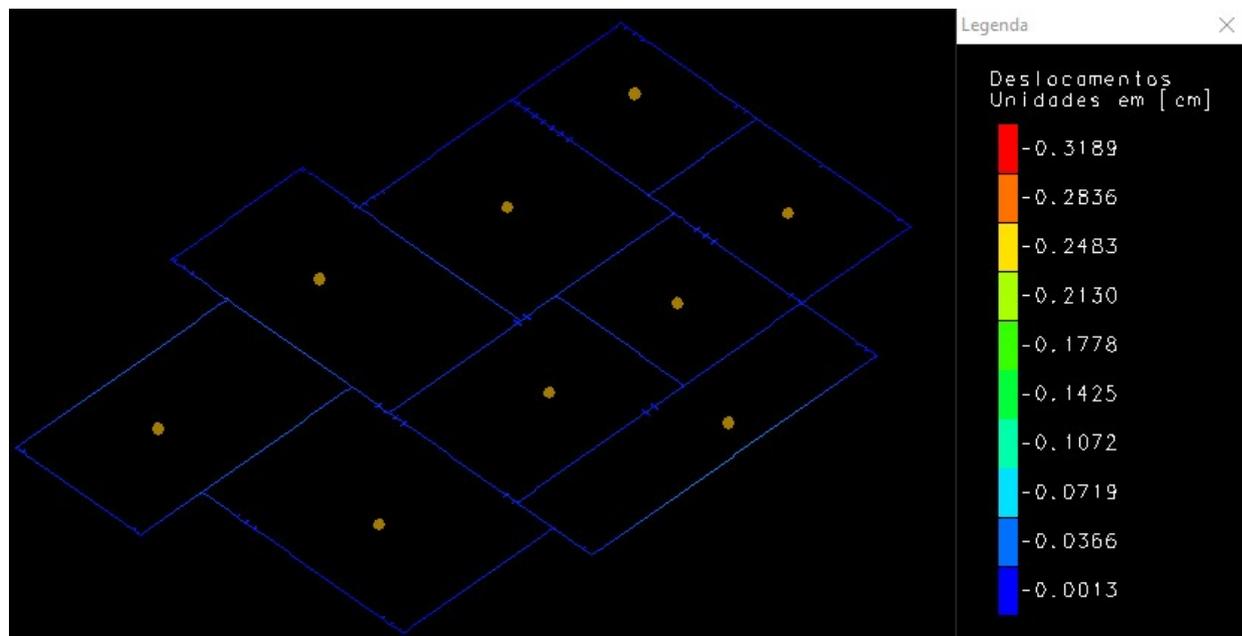
Trabalha como

Viga Tirante Escora

OK Cancelar

Fonte: Acervo próprio.

Figura 23- Janela do visualizador de grelha TQS - Deslocamentos das vigas



Fonte: Acervo próprio.

3.6.4 Configurações da grelha de lajes

Inicialmente, as lajes serão analisadas considerando a indeslocabilidade dos apoios. Como dito anteriormente, para que isso aconteça, as vigas devem ter deformação muito próxima de zero ou exatamente zero. Na interface Grelha – ELU é possível ver os deslocamentos das vigas, considerando todos os carregamentos acidentais e permanentes e sem a consideração do efeito de não linearidade física do concreto, como mostra a figura 25:

Figura 24- Continuidade das barras de grelha



Fonte: Acervo próprio.

O divisor de inércia à torção não foi considerado para as barras de grelha das lajes. As barras entre uma laje e outra serão alinhadas para garantir a continuidade entre as mesmas e a não existência de esforços de torção.

A malha formada pelas barras que representam as lajes terá um espaçamento de 25 cm nas duas direções. Este valor de espaçamento trará resultados mais coerentes e permitirá que pelo menos uma barra da grelha passe sobre os pilares nas duas direções.

3.7 Critérios de cálculo pela analogia de grelha

É importante salientar que a qualidade dos resultados obtidos a partir da grelha dependem, diretamente, dos critérios de cálculo adotados pelo engenheiro dentre as opções que o software TQS disponibiliza. Estes critérios dizem respeito à rigidez das barras de grelha, aos tipos de apoios dessas barras, à discretização desses apoios sobre as vigas e pilares, do tipo de seção de cálculo adotada, entre outros.

O TQS permite a intervenção do usuário nos valores a serem escolhidos no arquivo de critérios, ou seja, a maioria dos critérios é passível de edições manuais. A edição gráfica da grelha no TQS também é integralmente editável, permitindo ao usuário o refinamento da modelagem automática da grelha gerada pelo software.

O programa vem com critérios cujos itens têm configuração default, ou seja, configuração padrão previamente escolhida pelos engenheiros e desenvolvedores do programa baseados em sua experiência e em fundamentação teórica. Visando performar uma situação onde um engenheiro usuário do software interfere nestes critérios, a configuração inicial dos mesmos foi especialmente escolhida para este trabalho e será modificada posteriormente.

3.8 Critério de modelo dos apoios

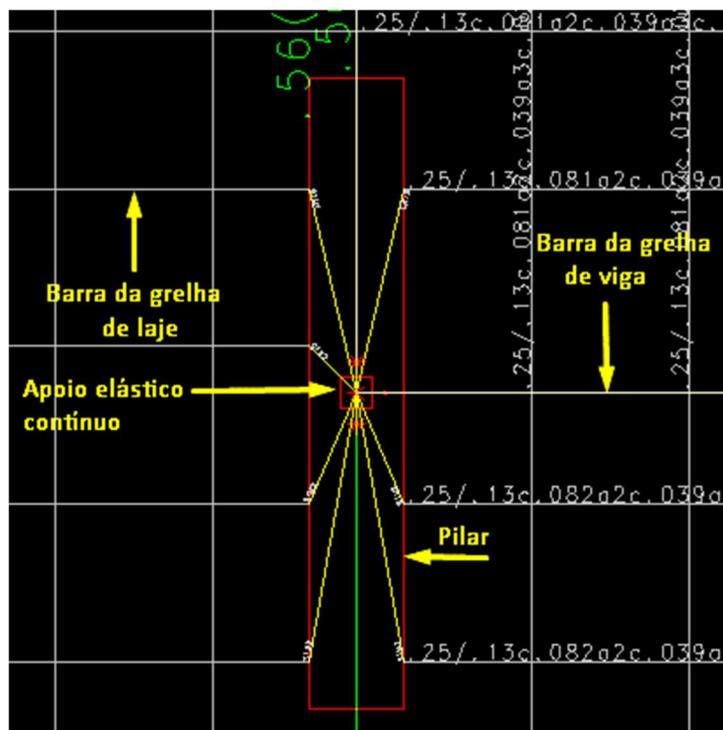
Serão realizadas três análises distintas a partir da escolha de três de um total de quatro modelos diferentes de apoio existentes no TQS. São eles: apoio elástico contínuo, apoio articulado independente e apoio elástico independente. O quarto tipo de apoio (apoio articulado contínuo) não será estudado.

3.8.1 Apoio elástico contínuo

O apoio elástico contínuo trata-se de um modelo onde o programa cria um único ponto indeslocável responsável por receber todas as barras de grelha que passarem dentro do perímetro que representa graficamente o pilar. É um único elemento com coeficientes de mola definidos e recebe os esforços da grelha através da criação de barras rígidas intermediárias entre o ponto de apoio e as barras de grelha.

Este modelo de apoio será utilizado para se analisar a pior situação de picos de esforços no modelo, devida a sua pouca discretização. A Figura a seguir exemplifica este modelo de apoio.

Figura 25- Entrada gráfica de grelhas do TQS - Esquema do apoio elástico contínuo



Fonte: Acervo próprio.

3.8.2 Apoio articulado independente

O apoio articulado independente trata-se de um modelo onde o programa cria um ponto de apoio indeslocável para cada barra da grelha que atravessa o perímetro que representa graficamente o pilar. Cada um desses pontos é definido pelo modelo de análise como articulação e recebe as barras da grelha através da criação de barras rígidas intermediárias entre o ponto de apoio e as barras. Este modelo de apoio será analisado para validar situações onde a laje é simplesmente apoiada e identificar se os momentos na projeção dos pilares, nesta condição de apoio, permanecem zero.

Figura 26- Entrada gráfica de grelhas do TQS - Esquema do apoio articulado independente



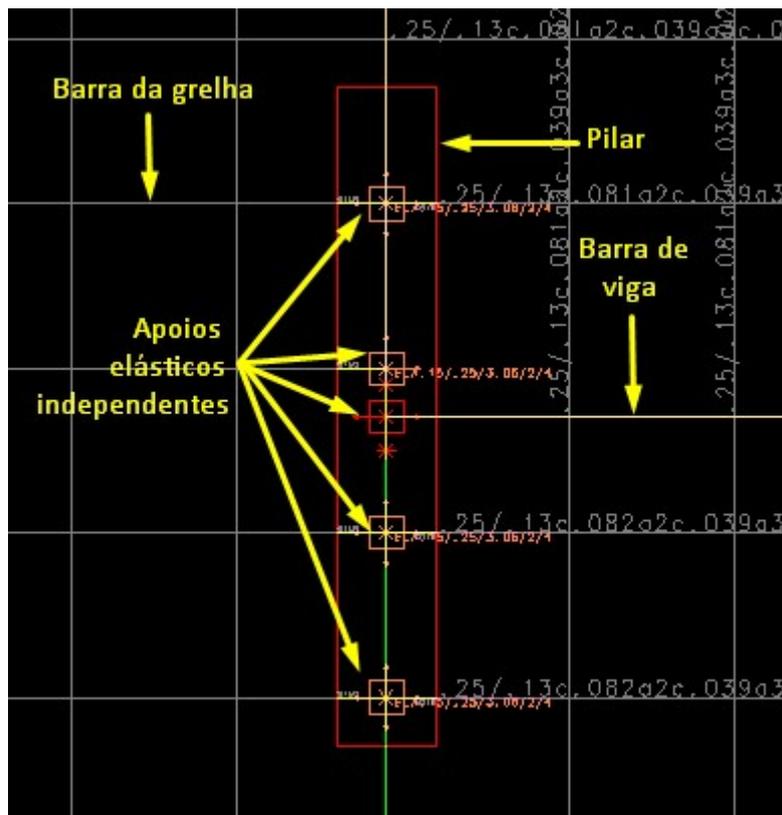
Fonte: Acervo próprio.

3.8.3 Apoio elástico independente

Neste modelo de apoio, para cada barra que chega no interior do perímetro do pilar, o TQS cria um ponto de apoio independente com coeficiente de mola definido em critérios. Atualmente, este é considerado o melhor modelo de apoio em termos de discretização, muito embora seja evidente a existência de distorções, mesmo nesse modelo de apoio, como será mostrado posteriormente neste trabalho. Este modelo será utilizado para verificar o surgimento de picos na condição de discretização máxima de apoio disponibilizada pelo TQS.

Ao fim da análise dos esforços para os três modelos de apoio escolhidos, aquele que apresentar melhor comportamento em comparação com o processo manual, será utilizado para a realização das análises de detalhamento, quantitativos, ajustes e comparação final.

Figura 27- Entrada gráfica de grelhas do TQS – Esquema do apoio elástico independente



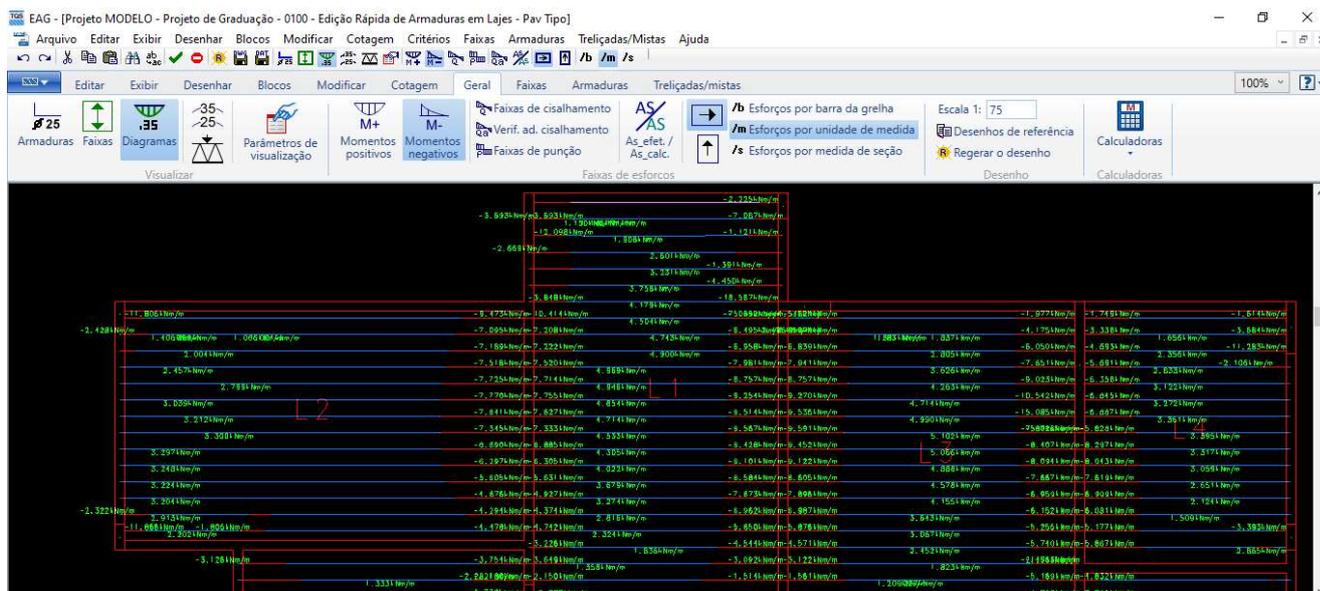
Fonte: Acervo próprio.

4 ANÁLISE DOS ESFORÇOS E DETALHAMENTO PELA GRELHA

Uma vez processado o edifício, sob os critérios especificados, os resultados de dimensionamento e detalhamento das lajes pelo processo de analogia de grelha podem ser visualizados dentro da interface chamada “Edição Rápida de Armaduras em Lajes”.

As linhas em azul representam os diagramas de momento positivos e as em vermelho, os negativos. Os esforços são mostrados em kN.m/m.

Figura 28- Esforços da Edição Rápida de Armaduras em Lajes – TQS



Fonte: Acervo próprio.

4.1 Análise de esforços apoio elástico contínuo

As lajes em estudo foram processadas com o modelo de apoio elástico contínuo. Também serão processadas para os outros dois modelos de apoio anteriormente citados: articulado independente e elástico independente.

Para cada laje na Edição Rápida de Armaduras, os esforços de momento máximos foram extraídos para cada direção, a partir das faixas de esforços com seus respectivos valores de momento fletor correspondente a cada barra da grelha. Extraiu-se sempre o máximo valor de momento positivo e negativo para cada laje. As tabelas abaixo mostram as comparações dos esforços máximos entre os modelos de grelha e o processo de cálculo manual (Czerny).

Tabela 4- Tabela comparativa de momentos positivos máximos Grelha TQS x Tabelas de Czerny.

MOMENTOS POSITIVOS MÁXIMOS						
Laje	TABELAS DE CZERNY		GRELHA TQS		Diferença em relação ao método manual (%)	
	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}
L1	6,023	2,808	6,956	3,188	15%	14%
L2	6,696	3,132	9,927	4,621	48%	48%
L3	6,692	5,327	7,143	4,428	7%	-20%
L4	3,886	2,813	4,753	3,382	22%	20%
L5	9,661	5,102	10,902	6,162	13%	21%
L6	5,197	2,590	6,399	3,085	23%	19%
L7	5,396	2,821	4,466	3,106	-21%	10%
L8	2,769	2,450	2,314	1,937	-20%	-26%
L9	3,221	1,077	3,365	1,062	4%	-1%

Fonte: Acervo próprio.

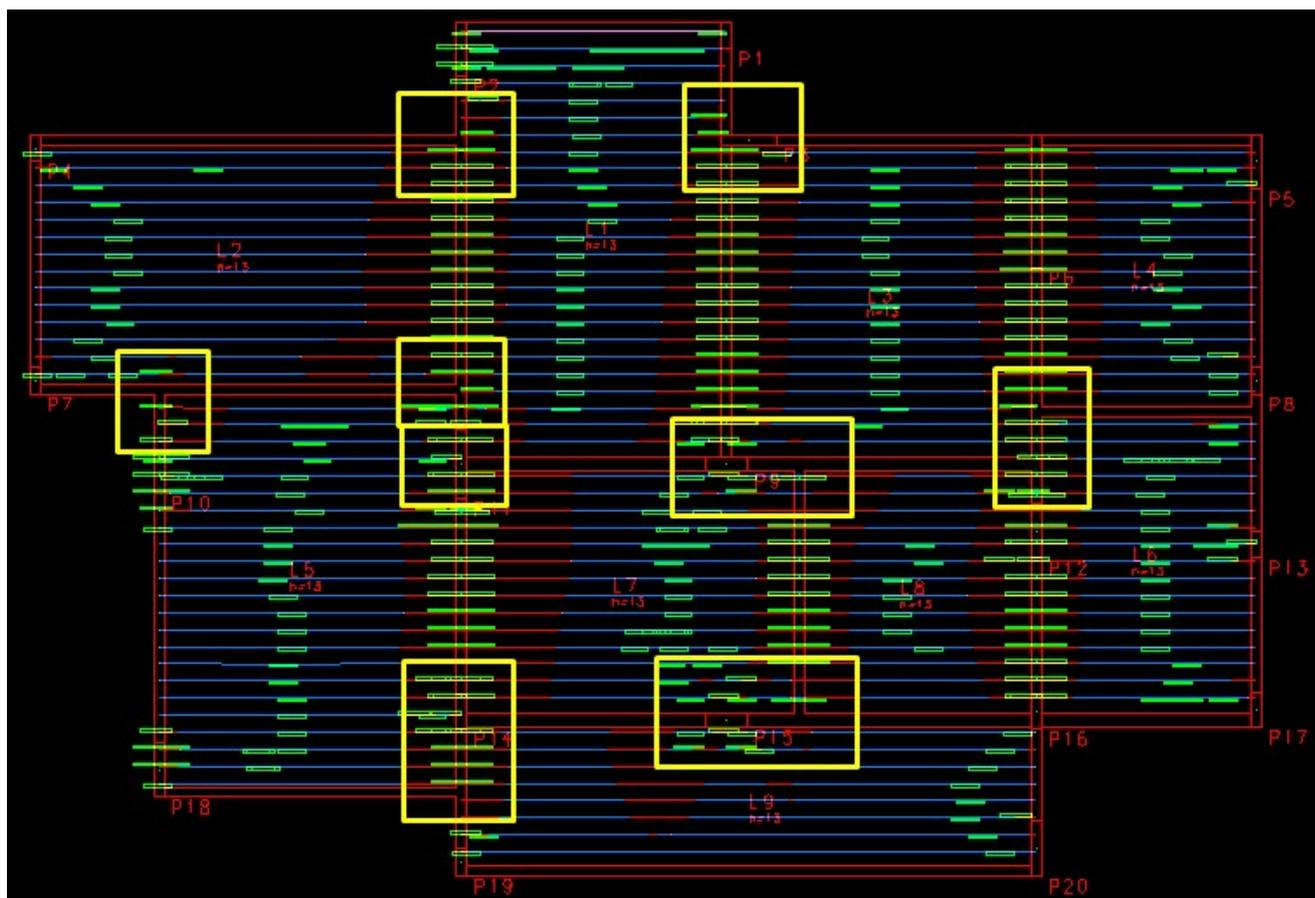
Tabela 5- Tabela comparativa de momentos negativos máximos.

MOMENTOS NEGATIVOS MÁXIMOS (kN.m/m)			
Continuidade	TABELAS DE CZERNY	GRELHA TQS	Diferença em relação ao método manual (%)
L1 - L2	-10,900	-14,580	25%
L1 - L3	-12,036	-26,022	54%
L1 - L5	-14,560	-9,269	-36%
L1 - L7	-8,610	-12,354	30%
L2 - L5	-14,265	-19,636	27%
L3 - L4	-10,654	-21,119	50%
L3 - L6	-11,130	-7,237	-35%
L3 - L8	-8,571	-8,088	-6%
L3 - L7	-9,955	-6,950	-30%
L4 - L6	-7,596	-7,448	-2%
L5 - L7	-14,101	-31,507	55%
L5 - L9	-17,637	-8,824	-50%
L6 - L8	-8,105	-11,722	31%
L7 - L8	-7,027	-6,416	-9%
L7 - L9	-7,473	-11,130	33%
L8 - L9	-5,902	-4,479	-24%

Fonte: Acervo próprio.

A partir dos resultados das tabelas 13 e 14, pode-se observar significativa discrepância nos valores de momento fletor na comparação entre o processo de cálculo manual (pelas tabelas de Czerny) e o resultado da grelha do software TQS. Essa diferença entre valores é justificada pela existência de picos de momento fletor em regiões críticas do pavimento em estudo. Estes pontos críticos são regiões onde existem pilares, cruzamentos de vigas ou descontinuidade de trechos. Algumas dessas zonas críticas estão mostradas na figura a seguir:

Figura 29- Demarcação das zonas críticas de picos de esforços



Fonte: Acervo próprio.

Nas regiões de pilares, estes picos de esforços tendem a surgir devido às características do apoio existente na grelha. Estes aparecem com bastante frequência em esforços negativos da laje. O comportamento dos picos para os modelos de apoio (articulado contínuo, articulado independente, elástico contínuo e elástico independente) varia. Isso foi comprovado processando-se várias vezes o pavimento para os diferentes tipos de apoio. Percebeu-se muitas regiões onde as alterações nos valores dos momentos eram peculiares para cada tipo de apoio gerado pela grelha. Para geração das tabelas 13 e 14, o modelo de apoio utilizado foi elástico contínuo. Como não há apoios individuais para cada barra que chega no perímetro do pilar neste

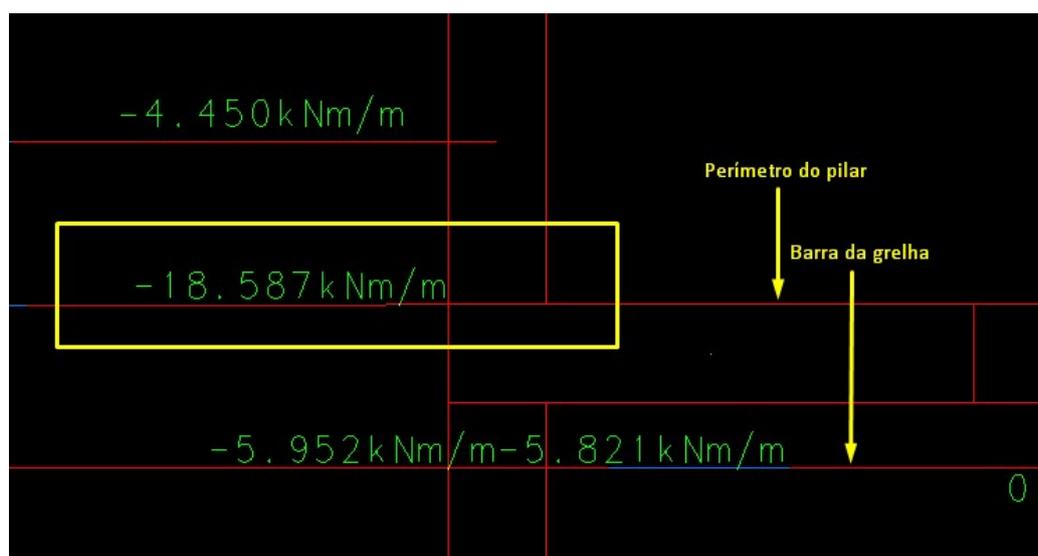
modelo de apoio, o TQS tende a criar barras rígidas que ligam o ponto central do pilar a cada uma dessas barras.

A partir dos critérios do TQS, é possível habilitar ou não a criação dessas barras na geração automática da grelha. Por alguma razão, estas barras rígidas geram distorções nos valores de momentos. Não foi encontrada literatura referente a este tipo de recurso para modelos de apoio. Para o apoio elástico contínuo, a presença ou não dessas barras não teve grande influência nas distorções nos esforços.

Outra razão pela qual os picos nas imediações dos pilares existem é a criação de barras curtas intermediárias entre as barras da grelha e as barras rígidas geradas dentro dos pilares. No modelo de analogia de grelha, a rigidez das barras é inversamente proporcional ao seu comprimento e, quanto mais curta for a barra gerada, maior a sua rigidez. Essa distorção de rigidez gera picos e esforços nessas barras. O terceiro motivo pelo qual estas anomalias podem ocorrer em pilares seria por conta do comprimento deste pilar, geralmente na maior direção do mesmo, devido ao engastamento excessivo da barra dentro deste pilar.

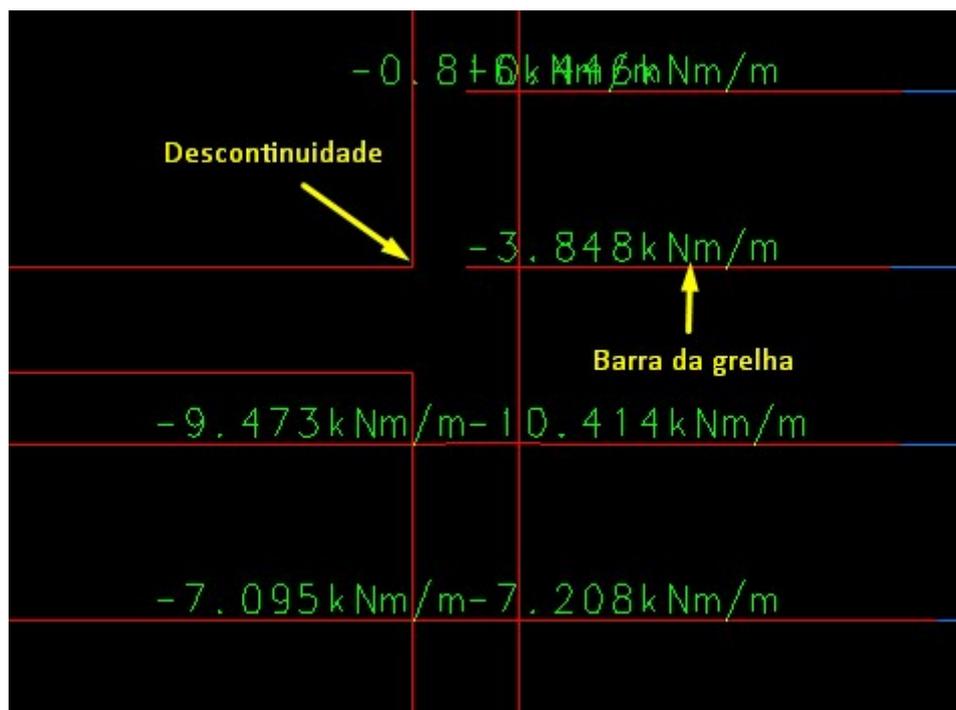
Em descontinuidades de trechos, as distorções se manifestam por conta da migração dos esforços vizinhos. Como não há continuidade, para haver equilíbrio, o esforço remanescente se acumula nas barras da grelha nesta região. Nos cruzamentos de vigas, quando as barras da grelha passam por dentro dos perímetros das vigas, o grande comprimento de engastamento entre a barra da laje e a viga faz com que a absorção de momentos seja maior, e os esforços nesta região se modificam. As figuras a seguir ilustram exemplos do aparecimento de picos de esforços em regiões de pilares e descontinuidades de trechos de vigas.

Figura 30- Pico de esforço negativo sobre o pilar



Fonte: Acervo próprio.

Figura 31- Pico de momento negativo em descontinuidade de trecho.



Fonte: Acervo próprio

4.2 Análise de esforços apoio articulado independente

Em comparação com o apoio elástico contínuo, o apoio articulado independente é superior em termos de discretização, uma vez que, para cada barra da grelha que adentra o perímetro do pilar, o TQS cria um ponto de apoio individual. Este ponto de apoio não possui coeficiente de mola e nem é um engaste. É considerado articulado à rotação pelo modelo matemático. O impacto disto na distribuição de esforços de momento fletor pelo pavimento está no fato de, em regiões de não continuidade das barras de grelha, como nos bordos do pavimento, os valores de momento tendem a zerar na região dos pilares, o que traria coerência com a hipótese de laje simplesmente apoiada, já que, normalmente, em modelos de analogia de grelha, mesmo em regiões simplesmente apoiadas da laje, os momentos negativos têm valores representativos, como no caso do apoio elástico contínuo.

Após o processamento, identificou-se que, mesmo com a consideração de apoio articulado, haviam picos de esforços presentes, tanto nas regiões de continuidade quanto nos bordos simplesmente apoiados, muito embora não fossem tão pronunciados como nas demais análises. Obviamente, grande parte dos esforços estava coerente, ou seja, em maioria, os esforços tinham valor zero nas regiões de pilares em condições simplesmente apoiadas das lajes, mas, novamente, em contraste com algumas distorções ao longo dos pilares.

A forma pela qual os momentos se distorciam ao longo do pavimento foi a mesma do apoio elástico contínuo. Os momentos com valores mais altos surgiram nas regiões de pilares, cruzamentos de vigas e descontinuidade de trechos.

Novamente, nas regiões de pilares, o maior motivo para o aparecimento dos picos de esforços, mesmo na condição articulada, foi a geração automática das barras rígidas citadas anteriormente. O pavimento foi reprocessado com o critério de criação dessas barras rígidas desabilitado, e o resultado está mostrado nas tabelas a seguir, onde se compara os valores de momentos máximos para a condição com e sem barras rígidas em contexto com os resultados do processo manual.

Tabela 6- Momentos positivo máximos com e sem barras rígidas - Articulado independente

MOMENTOS POSITIVOS MÁXIMOS										
	TABELAS DE CZERNY		GRELHA TQS				Diferença em relação ao método manual (%)			
			Articulado independente				S/ BARRAS		C/ BARRAS	
			S/ BARRAS	C/ BARRAS	S/ BARRAS	C/ BARRAS	S/ BARRAS	C/ BARRAS		
Laje	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}
L1	6,023	2,808	7,701	4,935	7,539	13,402	28%	76%	25%	377%
L2	6,696	3,132	9,908	5,155	9,983	5,109	48%	65%	49%	63%
L3	6,692	5,327	7,363	4,890	7,151	6,971	10%	-9%	7%	31%
L4	3,886	2,813	5,267	3,674	11,458	3,900	36%	31%	195%	39%
L5	9,661	5,102	12,414	6,853	20,003	9,516	28%	34%	107%	87%
L6	5,197	2,590	7,151	3,422	7,057	3,409	38%	32%	36%	32%
L7	5,396	2,821	9,766	5,030	4,946	11,270	81%	78%	-9%	300%
L8	2,769	2,450	5,097	2,517	5,022	2,489	84%	3%	81%	2%
L9	3,221	1,077	10,328	1,641	11,627	2,755	221%	52%	261%	156%

Fonte: Acervo próprio

Tabela 7- Momento negativos máximos com e sem barras rígidas - Articulado independente

MOMENTOS NEGATIVOS MÁXIMOS (kN.m/m)					
Continuidade	TABELAS DE CZERNY	GRELHA TQS		Diferença em relação ao método manual (%)	
		Articulado independente		S/ BARRAS	C/ BARRAS
		S/ BARRAS	C/ BARRAS		
L1 - L2	-10,900	-17,445	-17,035	38%	36%
L1 - L3	-12,036	-18,029	-23,276	33%	48%
L1 - L5	-14,560	-8,553	-9,730	-41%	-33%
L1 - L7	-8,610	-7,914	-13,444	-8%	36%
L2 - L5	-14,265	-20,530	-20,649	31%	31%
L3 - L4	-10,654	-19,974	-16,901	47%	37%
L3 - L6	-11,130	-6,980	-6,920	-37%	-38%
L3 - L8	-8,571	-8,963	-8,760	4%	2%
L3 - L7	-9,955	-6,415	-8,165	-36%	-18%
L4 - L6	-7,596	-7,865	-7,801	3%	3%
L5 - L7	-14,101	-19,425	-28,234	27%	50%
L5 - L9	-17,637	-18,676	-16,321	6%	-7%
L6 - L8	-8,105	-8,992	-12,361	10%	34%
L7 - L8	-7,027	-6,304	-6,908	-10%	-2%
L7 - L9	-7,473	-8,127	-10,835	8%	31%
L8 - L9	-5,902	-6,692	-6,548	12%	10%

Fonte: Acervo próprio

Como podemos observar nas figuras acima, a presença dessas barras rígidas tem influência na presença de distorções de esforços no modelo de apoio analisado, tendendo a ser maior com a existência de barras rígidas no interior do pilar. Observando especificamente o caso onde o critério de barras rígidas foi desabilitado, ainda assim, observam-se grandes diferenças entre os momentos pelo cálculo manual em comparação com a analogia de grelha.

4.3 Análise de esforços apoio elástico independente

Para este modelo de apoio, buscou-se encontrar a maior otimização em termos de discretização dos apoios, de modo a observar a melhor condição para análise dos esforços da grelha. Espera-se desse modelo os melhores resultados possíveis dentro do TQS: menor incidência de picos de esforços, especificamente na região dos pilares. Nas regiões de descontinuidades de lajes e em cruzamento de vigas estas anomalias são vistas em qualquer um dos três modelos de apoio estudados. O pavimento foi processado duas vezes: uma com barras rígidas sobre pilares e outra sem essas barras. As diferenças estão mostradas nas tabelas abaixo.

Tabela 8- Momentos positivos máximos com e sem barras rígidas - Elástico independente

MOMENTOS POSITIVOS MÁXIMOS										
	TABELAS DE CZERNY		GRELHA TQS				Diferença em relação ao método manual (%)			
			Elástico independente				S/ BARRAS		C/ BARRAS	
			S/ BARRAS		C/ BARRAS					
Laje	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}
L1	6,023	2,808	7,701	4,935	13,527	11,232	28%	76%	125%	300%
L2	6,696	3,132	9,908	5,155	9,883	5,187	48%	65%	48%	66%
L3	6,692	5,327	7,363	4,890	7,224	31,122	10%	-9%	8%	484%
L4	3,886	2,813	5,267	3,674	11,487	7,818	36%	31%	196%	178%
L5	9,661	5,102	12,414	6,853	14,235	6,735	28%	34%	47%	32%
L6	5,197	2,590	7,151	3,422	6,629	3,514	38%	32%	28%	36%
L7	5,396	2,821	9,766	5,030	15,378	13,439	81%	78%	185%	376%
L8	2,769	2,450	5,097	2,517	3,891	7,031	84%	3%	40%	187%
L9	3,221	1,077	10,328	1,641	10,955	5,520	221%	52%	240%	413%

Fonte: Acervo próprio

Tabela 9- Momentos negativos máximos com e sem barras rígidas - Elástico independente

MOMENTOS NEGATIVOS MÁXIMOS (kN.m/m)							
Continuidade	TABELAS DE CZERNY	GRELHA TQS		Diferença em relação ao método manual (%)			
		Elástico independente		S/ BARRAS		C/ BARRAS	
		S/ BARRAS	C/ BARRAS				
L1 - L2	-10,900	-16,846	-15,011	35%	27%		
L1 - L3	-12,036	-14,120	-16,355	15%	26%		
L1 - L5	-14,560	-16,667	-17,108	13%	15%		
L1 - L7	-8,610	-12,512	-29,354	31%	71%		
L2 - L5	-14,265	-19,698	-19,705	28%	28%		
L3 - L4	-10,654	-21,680	-19,893	51%	46%		
L3 - L6	-11,130	-6,938	-7,319	-38%	-34%		
L3 - L8	-8,571	-8,208	-8,091	-4%	-6%		
L3 - L7	-9,955	-8,939	-8,597	-10%	-14%		
L4 - L6	-7,596	-7,550	-9,288	-1%	18%		
L5 - L7	-14,101	-26,596	-25,732	47%	45%		
L5 - L9	-17,637	-10,517	-10,528	-40%	-40%		
L6 - L8	-8,105	-8,574	-11,595	5%	30%		
L7 - L8	-7,027	-6,511	-6,467	-7%	-8%		
L7 - L9	-7,473	-7,804	-10,459	4%	29%		
L8 - L9	-5,902	-5,712	-8,701	-3%	32%		

Fonte: Acervo próprio

Como percebe-se, o modelo com a presença de barras rígidas apresentou a maior discrepância em relação ao processo manual.

Os momentos fletores positivos apresentaram grandes distorções. Importante ressaltar que o procedimento de captação do momento máximo atuante em cada laje, em cada direção, é obtido analisando-se, por inspeção visual, as faixas de esforços e seus respectivos valores.

Computacionalmente, o TQS é programado para detectar, ao longo de cada barra da grelha, uma posição em que o esforço apresenta um valor máximo e define para esta faixa exatamente este valor.

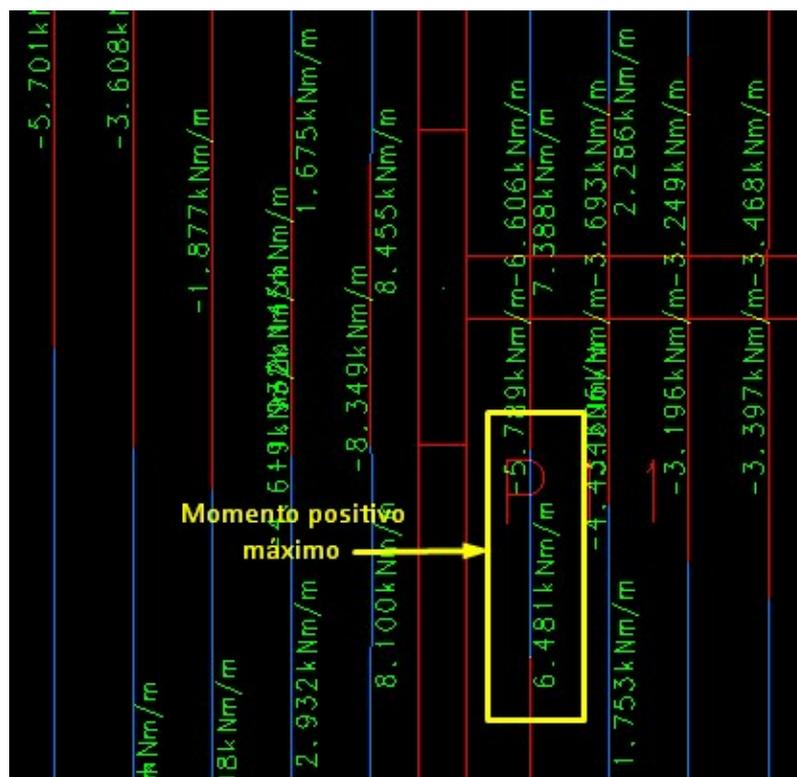
Observa-se, como exemplo a laje L7 da tabela 9, cujo valor máximo de momento fletor positivo obtido (considerando o modelo com as barras rígidas) foi de $M_{sdposx} = 13,439$ kN.m/m.

Comparando com o valor de cálculo obtido manualmente, observa-se uma grande diferença. Curiosamente, este momento máximo sequer se estabelece no centro da laje de onde hipoteticamente esperava-se obter este valor, uma vez que as cargas atuantes nas lajes são uniformes.

Este valor de momento foi observado nas imediações do pilar P7. Muito provavelmente, devido a presença do pilar P11, este fez com que, de alguma forma, um ponto de rigidez fosse criado, distorcendo positivamente, o esforço nesta região que, teoricamente, sequer deveria ser positivo, já que se trata de um esforço nas imediações do pilar, elemento de apoio sobre o qual a laje se apoia e a existência de momentos negativos na mesma seria coerente.

Podemos confirmar que esta anomalia é proveniente da influência da rigidez do pilar analisando o modelo sem estas barras. É possível notar que, para a mesma laje L7, o esforço de momento máximo positivo também se encontra nas proximidades do P11. A figura abaixo ilustra o problema.

Figura 32- Pico de momento positivo próximo ao pilar P11



Fonte: Acervo próprio

Para os momentos negativos, as justificativas são as mesmas dos outros modelos de apoio citados nas seções anteriores.

4.4 Análise e comparação dos resultados de detalhamento

A partir do editor rápido de armaduras, as faixas de esforços de momentos positivos e negativos foram editadas e homogeneizadas. Priorizou-se, nesse procedimento, que a mínima extensão da faixa em relação aos apoios fosse limitada pela extensão das faixas do processo manual, ou seja, todas as faixas da grelha que fossem geradas com extensão menor que o limite foram ajustadas. As faixas que excedessem este limite seriam mantidas inalteradas. Com relação a homogeneização das faixas, deu-se atenção para aquelas provenientes dos picos de esforços de grelha. Estas não foram homogeneizadas com as faixas vizinhas que estivessem fora dessas distorções, foram mantidas com seu alojamento e extensão de acordo com cada valor de esforço dos picos. As demais faixas foram homogeneizadas de acordo com as necessidades dos detalhamentos. Esses procedimentos foram definidos para que se tornasse coerente a comparação dos quantitativos de aço entre os dois métodos. Para as análises a seguir, os modelos adotados foram os modelos sem a presença de barras rígidas.

4.4.1 Análise e comparação dos resultados de detalhamento apoio elástico contínuo

Para a armadura positiva, a quantidade total de aço detalhada foi de 555 kg, superando em 14 kg o detalhamento pelo processo manual para a mesma armadura.

Para o detalhamento da armadura negativa, o quantitativo obtido total foi de 470 kg, superando em 19 kg o detalhamento pelo processo manual. (Ver Apêndice C)

4.4.2 Análise e comparação dos resultados de detalhamento apoio articulado independente

Para a armadura positiva, a quantidade total de aço detalhada foi de 567 kg, superando em 25 kg o detalhamento pelo processo manual para a mesma armadura.

Para o detalhamento da armadura negativa, o quantitativo obtido total foi de 476 kg, superando em 25 kg o detalhamento pelo processo manual. (Ver apêndice C)

4.4.3 Análise e comparação dos resultados de detalhamento apoio elástico independente

Para a armadura positiva, a quantidade total de aço detalhada foi de 600 kg, superando em 59 kg o detalhamento pelo processo manual para a mesma armadura.

Para o detalhamento da armadura negativa, o quantitativo obtido total foi de 455 kg, superando em 4 kg o detalhamento pelo processo manual. (Ver apêndice C)

4.5 Observações gerais e específicas sobre os detalhamentos

4.5.1 Observações gerais

Inicialmente, percebe-se que os detalhamentos provenientes do editor de grelha têm aspecto muito mais desorganizado das armaduras. Isso se justifica pelo fato de que, no TQS, cada barra da grelha tem a si uma faixa de esforços associada. Esta faixa carrega as informações do detalhamento. Como nesta análise a intenção foi gerar detalhamentos que fossem mais precisos para comparação, vários pontos do pavimento tiveram suas armaduras muito discretizadas e pouco homogeneizadas.

Este procedimento ajuda a entender melhor o fato de que os detalhamentos mais conflituosos ocorrem nos pontos onde os esforços de momento divergem uns dos outros. É possível ver maior aglomeração de armaduras exatamente nas regiões críticas como os cruzamentos de vigas, interface de pilares e etc.

Ressalta-se que os quantitativos de aço divergiam relativamente pouco dos gerados pelo processo manual. Isso se justifica pelo porte da própria estrutura. Com vãos comportados e cargas usuais, os valores de esforços se apresentam baixos em determinadas regiões e crescem

exageradamente em outras, por conta das distorções do modelo de grelha. Porém, a ordem de grandeza desses esforços é baixa, mesmo nos picos, implicando, na maior parte do pavimento, em detalhamentos que resultaram em armadura mínima.

Outro motivo da pequena diferença é que as distorções dos esforços são pontuais, ou seja, não acontecem em longas extensões numa mesma região. Com isso, as faixas detalham armaduras que também estão localizadas em curtas extensões, não contribuindo relevantemente para o aumento nos quantitativos. Num pavimento de um sistema de lajes lisas, onde predominam os pilares e lajes sem vigas, esta divergência entre quantitativos do processo manual e computacional seriam mais nítidas.

Os comprimentos das armaduras são determinados da seguinte forma: com a faixa de esforço definida, o TQS soma à extensão da mesma o comprimento de ancoragem necessário mais um comprimento de decalagem dos diagramas, sejam positivos ou negativos, em cada ponto da laje. O manual virtual do software TQS explica melhor esse procedimento. Como na grelha, os esforços são gerados por barra, os comprimentos variam bastante uns dos outros, não apresentando uniformidade como no processo manual, cuja obtenção dos comprimentos é uniforme para cada face da laje.

4.5.2 Observações específicas

Em se tratando de pontos específicos do pavimento, o modelo que mais chama atenção pelo seu detalhamento gerado é o do apoio elástico independente. É o modelo em que o detalhamento mais excede o detalhamento do processo manual, fato que soa contraditório, uma vez que este modelo é o mais bem discretizado em termos de apoios e coeficientes de mola.

Conclui-se que, de todos os detalhamentos, o mais desfavorável foi o de apoio elástico independente. Juntando-se os detalhamentos positivos e negativos, o quantitativo total excede em 63 kg o quantitativo do processo manual. Como trata-se de um pavimento tipo com cinco repetições, o peso total de aço para este pavimento foi 315 kg superior ao mesmo detalhamento pelas tabelas de Czerny. Este valor excedente é resultado do detalhamento dos picos de esforços do modelo. Levar estes esforços em consideração pode gerar excessos desnecessários no orçamento de uma obra, seja de pequeno, médio ou grande porte.

Será escolhido o modelo de apoio elástico independente para o tratamento dos esforços do modelo. As análises serão apresentadas nas próximas seções.

4.6 Tratamento de esforços e ajuste de critérios

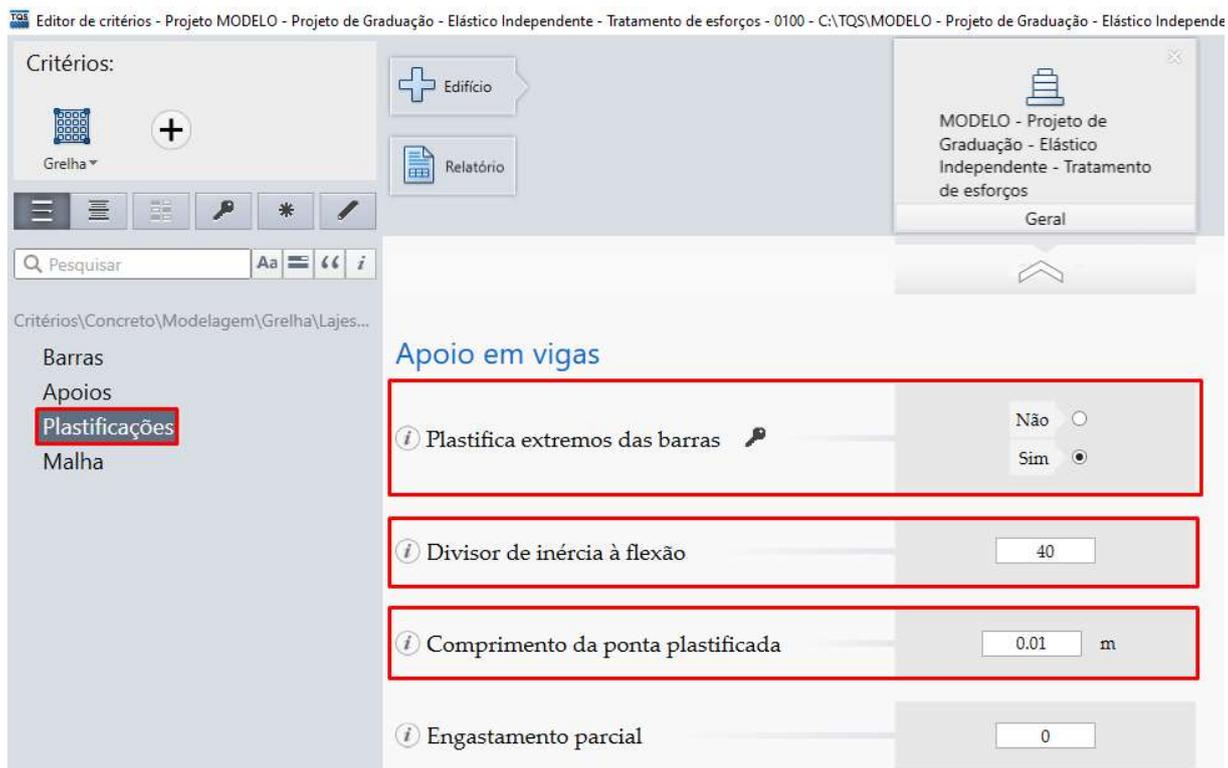
Nesta etapa do trabalho, é importante lembrar que os critérios de grelha foram manipulados de modo a “forçar” determinadas situações onde o engenheiro toma decisões sobre o que adota nesses critérios, uma vez que o TQS tem a característica, já citada, de permitir autonomia de edição de critérios ao usuário. Alguns desses ajustes realizados no início foram responsáveis pela geração de um maior número de distorções no modelo de grelha. Ao longo da realização dos procedimentos, das inúmeras análises e das observações dos esforços nos três modelos de apoio citados, percebeu-se que o critério de plastificação de barras de lajes que se apoiam sobre vigas teve grande influência nas anomalias de esforços examinadas. As análises realizadas até aqui foram feitas com este critério desabilitado.

Esta configuração tem a função de impor barras curtas plastificadas nas pontas das barras de lajes que se cruzam com vigas na direção ortogonal às mesmas, ou seja barras que se apoiam na vigas. Estas barras curtas possuem um divisor de inércia à flexão que é passível de edição.

O TQS utiliza 40 como valor default para este critério e o comprimento default dessas barras é 10 cm. Estes valores serão mantidos.

Para esta análise os espaçamentos da grelha serão modificados para 30 cm.

Figura 33- Janela de critérios TQS - Plastificação dos apoios sobre vigas



Fonte: Acervo próprio.

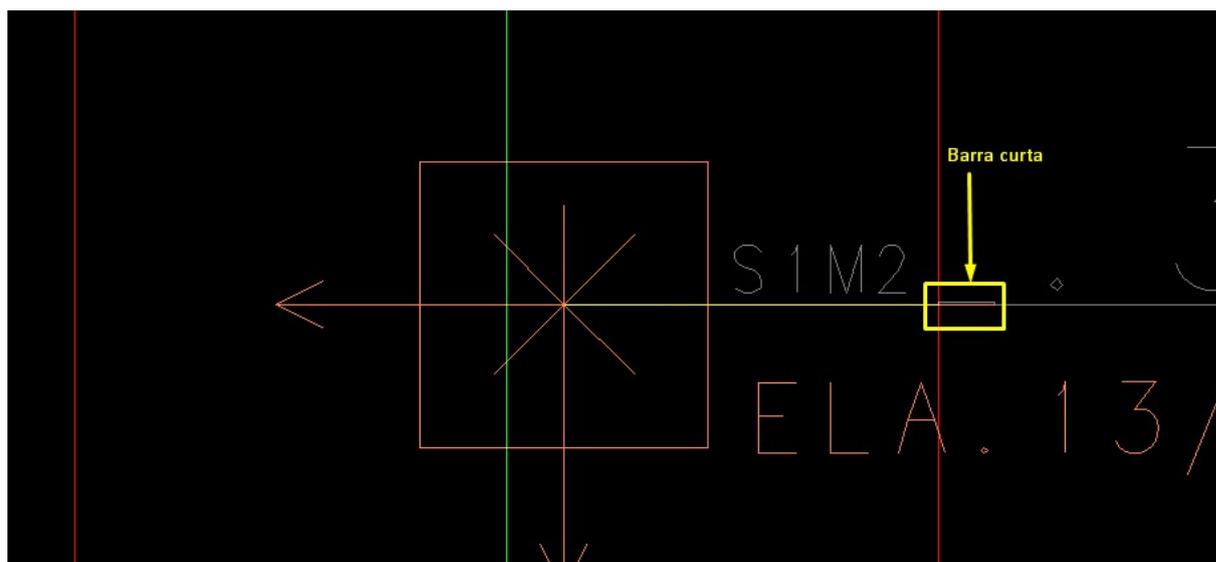
Figura 34- Esquema de barras curtas sobre vigas.



Fonte: Acervo próprio.

Embora o critério de geração dessas barras curtas indique sua validade apenas nos encontros com vigas, notou-se que estas barras também são geradas nas faces dos pilares, no encontro com as barras rígidas na região interna dos mesmos.

Figura 35- Barra curta plastificada gerada na face do pilar



Fonte: Acervo próprio.

Suplementarmente ao procedimento de ajuste de critérios, outra solução no tratamento de esforços seria tratar diretamente as barras da grelha a partir da entrada gráfica de grelhas do TQS. Entretanto, seria impraticável tratar todas as barras nas regiões de picos devido à sua quantidade. Além disso, caso o modelo seja processado novamente, esse desenho de grelha é regerado e as informações contidas nele seriam perdidas.

Também existe a solução de impor artificios de modelagem, dentro do modelador estrutural. Nesse procedimento, o objetivo é implementar no modelo, em regiões de distorções, plastificações através da inserção de capitéis com divisor de inércia definido manualmente. Uma desvantagem neste procedimento está em ter que saber exatamente onde estão os picos, já que não há como visualizá-los dentro do modelador estrutural. A outra desvantagem é o fato de que a modificação do espaçamento da grelha troca as barras de posição e a plastificação seria perdida.

Já que se trata de uma edificação pequena, apenas a edição de critérios consegue contornar os problemas dos esforços. Para obtenção dos esforços tratados, o critério foi habilitado e o modelo reprocessado.

5 RESULTADOS DA IMPOSIÇÃO DE PLASTIFICAÇÕES ADICIONAIS

Nesta seção são apresentados os resultados dos esforços e dos detalhamentos de armaduras, considerando os ajustes realizados para tratar os esforços nas regiões de picos.

5.1 Resultados do tratamento dos esforços

Observando localmente, é possível ver que, de um modelo para outro, os momentos reduzem significativamente na mesma localização. Isso se deve ao redutor de inércia à flexão, que tem a propriedade de reduzir a rigidez das barras curtas que foram plastificadas. O valor 40 é proporcional ao comprimento da barra, já que a sua rigidez no modelo de analogia de grelha é inversamente proporcional ao seu comprimento. Este é o motivo pelo qual os valores *default* do programa não foram modificados. Entende-se que a escolha desses valores pelos desenvolvedores do software é criteriosa.

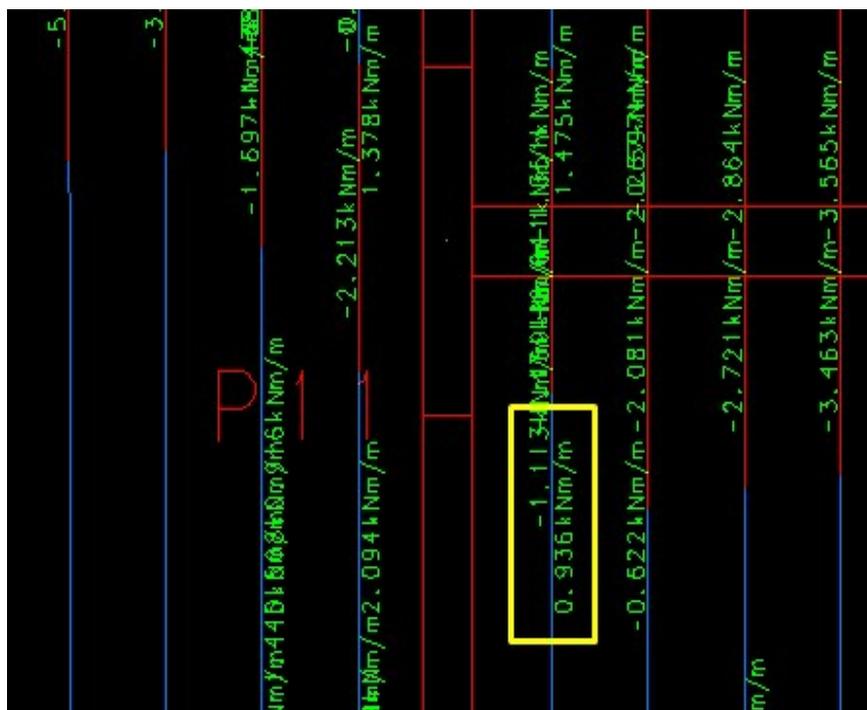
É possível perceber, por exemplo, que na laje L7, citada anteriormente, o momento positivo máximo que antes era fora do meio do vão, após a inclusão das barras curtas plastificadas, foi reduzido para uma ordem de grandeza que é coerente com sua posição na laje e com os momentos positivos vizinhos. O momento que antes era de 5,781 kN.m/m passou para 0,936 kN.m/m.

Figura 36- Momento positivo máximo fora do centro da laje



Fonte: Acervo próprio.

Figura 37- Momento fletor plastificado fora do centro da laje



Fonte: Acervo próprio.

As tabelas abaixo mostram um comparativo entre o modelo elástico independente sem o tratamento de esforços e logo após o tratamento de esforços, respectivamente.

Tabela 10- Momentos positivos máximos após tratamento dos esforços

MOMENTOS POSITIVOS MÁXIMOS- TQS (kN.m/m)						
Laje	S/ CORREÇÃO		CORRIGIDO		% variação percentual	
	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}	Md _{posX}	Md _{posY}
L1	7,539	13,402	9,706	4,868	28,7%	-63,7%
L2	9,983	5,109	11,185	5,345	12,0%	4,6%
L3	7,151	6,971	9,255	7,087	29,4%	1,7%
L4	11,458	3,900	6,532	4,458	-43,0%	14,3%
L5	20,003	9,516	14,231	7,937	-28,9%	-16,6%
L6	7,057	3,409	7,683	3,553	8,9%	4,2%
L7	4,946	11,270	6,061	4,155	22,5%	-63,1%
L8	5,022	2,489	3,676	2,932	-26,8%	17,8%
L9	11,627	2,755	3,997	3,454	-65,6%	25,4%

Fonte: Acervo próprio.

Como era esperado, os momentos positivos tiveram aumento nos seus valores após a inserção das barras curtas plastificadas. Uma vez que essas barras se estabelecem sobre as vigas,

o momento negativo tende a se reduzir e o positivo a aumentar. Nas regiões onde há distorções, o efeito da plastificação é mais evidente.

Em comparação com o processo manual, os momentos positivos da grelha apresentaram valores maiores por conta da plastificação.

Tabela 11- Momentos negativos máximos após tratamento dos esforços

MOMENTOS NEGATIVOS MÁXIMOS- TQS (kN.m/m)			
Continuidade	S/ CORREÇÃO	CORRIGIDO	%
L1 - L2	-17,035	-9,090	-46,6%
L1 - L3	-23,276	-11,589	-50,2%
L1 - L5	-9,730	-4,648	-52,2%
L1 - L7	-13,444	-6,793	-49,5%
L2 - L5	-20,649	-12,089	-41,5%
L3 - L4	-16,901	-11,889	-29,7%
L3 - L6	-6,920	-3,774	-45,5%
L3 - L8	-8,760	-7,508	-14,3%
L3 - L7	-8,165	-6,149	-24,7%
L4 - L6	-7,801	-5,650	-27,6%
L5 - L7	-28,234	-12,340	-56,3%
L5 - L9	-16,321	-7,385	-54,8%
L6 - L8	-12,361	-6,784	-45,1%
L7 - L8	-6,908	-5,517	-20,1%
L7 - L9	-10,835	-6,412	-40,8%
L8 - L9	-6,548	-4,159	-36,5%

Fonte: Acervo próprio

Os momentos negativos sofreram redução após o tratamento dos esforços, em comparação ao modelo sem as correções de critérios. No entanto, estes momentos ficaram menores que os momentos das tabelas de Czerny. Isso indica que a plastificação nos apoios favoreceu os momentos positivos ao passo em que reduziu os negativos, por conta da redistribuição de esforços gerada pela plastificação. Este resultado era esperado, já que um esforço de momento redistribuído tende a migrar para outras regiões para manter o equilíbrio das barras.

5.2 Resultados do dimensionamento e detalhamento

Após o tratamento dos esforços, as faixas de esforços foram geradas para se obter o detalhamento final para a condição do apoio elástico independente. O detalhamento final

analisado apresenta um menor consumo de aço em relação ao modelo sem o tratamento desses esforços, como era esperado.

Tabela 12- Pesos de aço por pavimento para o método manual e TQS com e sem correções

PESO DE AÇO POR PAV. (kg)				Totais
CZERN	Armadura _{neg}	hor.	238	451
		vert.	213	
	Armadura _{pos}	hor.	273	541
		vert.	268	
	TOTAL			992
	s/ CORREÇÃO	Armadura _{neg}	hor.	252
vert.			224	
Armadura _{pos}		hor.	287	567
		vert.	280	
TOTAL			1043	
CORRIGIDO		Armadura _{neg}	hor.	200
	vert.		199	
	Armadura _{pos}	hor.	291	571
		vert.	280	
	TOTAL			970

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 13- Variações percentuais do peso de aço

Variação do peso de aço em relação a CZERN (%)- por pav.		
S/ CORREÇÃO	Armadura Positiva	4,8%
	Armadura Negativa	5,5%
	total	5,1%
CORRIGIDO	Armadura Positiva	5,5%
	Armadura Negativa	-11,5%
	total	-2,2%
Variação do peso de aço após a correção (%)		
Armadura Positiva		0,71%
Armadura Negativa		-16,2%
total		-7,00%

Fonte: Acervo próprio.

O consumo total da armadura positiva nestas condições foi de 571 kg, excedendo em 30 kg o detalhamento do cálculo manual. A quantidade de armadura negativa nestas condições foi de 399 kg, ou seja, uma redução de 52 kg de aço em relação ao detalhamento do cálculo manual.

Em relação ao modelo anterior (modelo com o critério de barras curtas plastificadas sobre as vigas desabilitado), a armadura positiva foi reduzida em 29 kg, já a armadura negativa apresentou uma redução de 56 kg.

Conclui-se, então, que o critério habilitado teve grande impacto no detalhamento final. O efeito da redistribuição agiu nos picos deixando-os menores nessas regiões e diminuiu sutilmente os momentos em outras regiões. A tendência desse efeito era fazer com que os positivos aumentassem nessas regiões.

Durante a análise percebeu-se um grande número de anomalias justamente em cruzamentos de vigas e descontinuidade de trechos e um número menor das mesmas em regiões de pilares. Este fato justifica o motivo pelo qual a redução de aço aconteceu quando este critério foi habilitado, uma vez que o mesmo é associado à criação dessas barras sobre vigas, embora também surjam sobre pilares, fazendo com que a redução dos picos também acontecesse nessas regiões. (Ver Apêndice D)

Somando todas as armaduras detalhadas para o caso de apoio elástico independente com os esforços tratados, o consumo total de um pavimento tipo equivale a 970 kg, enquanto que a quantidade total de aço detalhada antes do tratamento de esforços é igual a 1043 kg. O detalhamento por Czerny resultou em 992 kg de aço, como mencionado anteriormente.

A diferença para menos do modelo final para o cálculo manual se justifica pelo fato de, no processo manual, os esforços e armaduras não serem tratados e detalhados de forma pontual. Neste método, pega-se a região de maior esforço e calcula-se a partir deste.

Na grelha, a discretização dos esforços faz com que se trate cada região da laje (não apenas o meio) individualmente. Fato que, naturalmente, implica numa redução os esforços e, conseqüentemente, dos detalhamentos

Percebe-se, a partir desses quantitativos, que houve uma redução de 73 kg de aço do modelo sem tratamento dos esforços para o modelo com os esforços tratados. Somando todos os tipos, a economia de aço foi de 365 kg de aço, equivalente a 7,0%, apenas tratando-se os esforços.

6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Num primeiro momento, esperava-se que os esforços da grelha do modelo final fossem semelhantes ao processo manual de Czerny. Isso não aconteceu.

Observaram-se divergências, ainda que de baixa ordem de grandeza, entre esses valores. Acredita-se que isso ocorreu pelo fato de a grelha permitir a imposição de plastificações no modelo como as de barras curtas que foi o método utilizado para tratar os esforços. Como não foi imposta nenhuma rigidez à torção às barras de lajes (nos critérios este divisor está 100, que representa 100% de redução), todo o esforço negativo, ao ser plastificado, migrou para a região positiva para que o sistema obtivesse equilíbrio. Com isso, os esforços positivos aumentaram, em relação ao processo manual, ao passo que os negativos diminuam.

Apesar disso, essas pequenas diferenças não impactam nas análises finais dos detalhamentos de forma significativa, uma vez que se trata de esforços de ordem de grandeza pequena, com maioria das regiões implicando em armadura mínima da norma, mesmo nos picos, até certo valor atingido.

7 CONCLUSÃO

A partir das análises realizadas nos três modelos de apoio apresentados, conclui-se que modelo que representa a melhor possibilidade de coerência com o método manual é o modelo de apoio elástico independente, devido a sua capacidade de discretização. No entanto, percebe-se que tal modelo pode apresentar falhas que resultam nos picos de esforços encontrados, quando os critérios de modelagem desses apoios e suas condições de contorno não favorecem.

Após a correta regulagem dos critérios de modelagem da grelha, percebeu-se bons resultados deste modelo de apoio em comparação com o método manual. Entretanto, este modelo se apresentou levemente menos conservador que o processo manual devido às plastificações que a grelha permite impor nas barras e nos apoios.

É crucial e extremamente importante que o engenheiro realize as análises nos modelos de cálculo com extrema consciência e com grande noção da ordem de grandeza dos esforços e de como o modelo em si se comporta, pois qualquer critério marcado cujo resultado não for analisado pode resultar em discrepâncias nos esforços, no detalhamento e, conseqüentemente, no comportamento da estrutura, além de tornar o projeto antieconômico.

Em casos em que o detalhamento esteja incoerente e com quantidade de armaduras muito superior ao previsto, o efeito disso é desfavorável ao comportamento das lajes, gerando pontos de rigidez e regiões super armadas. Em casos extremos, o elemento pode trabalhar em domínios que ultrapassem o domínio 3 e o colapso por ruptura sem aviso pode ser iminente.

Estes picos de esforços também têm impacto significativo em grelhas de vigas, o que pode gerar incoerência nos diagramas desses elementos. Este assunto não é escopo deste trabalho.

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se a análise da influência dos picos de esforços de lajes nas vigas e o impacto destes nos quantitativos desses elementos.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. 2. Ed. Rio Grande: Dunas, 2003. v. 1. e v. 2.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**, Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, Rio de Janeiro, 2014.

BASTOS, P. S. S. **Lajes de concreto armado**. Notas de Aula. Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2021.

BOTELHO, M. H. C. e MARCHETTI, O. **Concreto armado eu te amo**. 7. ed. São Paulo: Edgard Blucher.2013. v. 1

CUSTODIO, K. R. **Estruturas de Concreto Armado I**. . ed. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2018. 248 p.

DA SILVA, A. R. **Análise comparativa de custos de sistemas estruturais para pavimentos de concreto armado. Dissertação de Pós-graduação (Pós-graduação em Engenharia de Estruturas)**. Escola de Engenharia, UFMG. Belo Horizonte, p.2. 2002.

KIMURA, A. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado: cálculos de edifícios com o uso de sistemas computacionais**. São Paulo: Pini, 2007.

LEITE, I. C. S.; SILVEIRA, D. P.; AGUIAR, L. E. A.; SILVA, J. E. M. ENGENHARIAS. **ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS MÉTODOS DE CZERNY, MARCUS E GRELHA PARA O CÁLCULO DE LAJES MACIÇAS**, Rio de Janeiro, v. 2, n. 4, p. 114-121, 2017.

MACHADO, R.; MARINO, M. **Concreto Armado da UFPR**. Notas de Aula. Paraná: [s. n.], 2016. 84 p. v. 2.

PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado - Volume 2**. SP. Editora PINI, 2013.

REIS, E. M. D. **ANÁLISE DE PAVIMENTOS DE EDIFÍCIOS UTILIZANDO A ANALOGIA DE GRELHA**. Orientador: Daniel Domingues Loriggio. 2007. 139 p. Dissertação (Programa de pós-graduação em engenharia civil - PPGEC) - Universidade federal de Santa Catarina - UFSC, Florianópolis, 2007.

RICHARTZ, F. S. **Projeto de painel de laje em concreto armado com procedimentos clássicos e computacionais. Monografia (Graduação em Engenharia Civil)**. CTC - Centro Tecnológico, UFSC. Florianópolis, p.13. 2014.

SERPA, V. C.; CORREIA, V. L.; ROSA, R. S.; PUEL, A. **Análise de lajes de concreto armado: Comparativo entre método de Marcus e analogia de grelha**. Simpósio de integração científica e Tecnológica do Sul Catarinense, VI, 2017, Criciúma-SC.

Sistemas CAD/TQS para Windows. Versão 22.3.70. [S. 1.]: TQS INFORMÁTICA LTDA, 2022.

TABELAS DE LAJES de Czerny Beton-Kalender (1976) Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim. [S.l.], 2016. Disponível em: <https://profantoniorolimdotorg.files.wordpress.com/2016/04/tabelas-de-czerny-beton-kalender-1976-adaptadas-prof-rolim-final.pdf>. Acesso em: 17 jun. 2022.

APÊNDICE A – Cálculo da área de aço pelo método manual com o auxílio do Excel

As equações utilizadas para elaboração das tabelas estão contidas no material de apoio do professor Luís Fernando Musso Júnior.

Tabela 14- Cálculo da área de aço da laje L1.

Cálculo de área de aço - Laje L1			
Cobrimento sup. (cm):	2,5	Fck (MPa)	25
Cobrimento inf. (cm):	2,5	Fcd (MPa)	17,86
η :	0,85		
λ :	0,80		
H _{laje} (cm):	13		
d (cm):	10		
Mdpos (x) - (kN.m/m):	6,023	x ₁ (cm)	0,501
Mdpos (y) - (kN.m/m):	2,808	x ₂ (cm)	0,231
L1 / L2 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	10,900	x ₃ (cm)	0,922
L1 / L3 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	12,036	x ₄ (cm)	1,023
L1 / L7 - Mdneg (y) - (kN.m/m):	8,610	x ₅ (cm)	0,723
As _{pos} (x) - (cm ² /m):	1,40	adotar As,min =	1,95
As _{pos} (y) - (cm ² /m):	0,65	adotar As,min =	1,95
L1/L2 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	2,58	OK	1,95
L1/L3 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	2,86	OK	1,95
L1/L7 - As _{neg} (y) - (cm ² /m):	2,02	OK	1,95

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 15- Cálculo da área de aço da laje L2.

Cálculo de área de aço - Laje L2			
Cobrimento sup. (cm):	2,5	Fck (MPa)	25
Cobrimento inf. (cm):	2,5	Fcd (MPa)	17,86
η :	0,85		
λ :	0,80		
H _{laje} (cm):	13		
d (cm):	10		
Mdpos (x) - (kN.m/m):	6,696	x ₁ (cm)	0,558
Mdpos (y) - (kN.m/m):	3,132	x ₂ (cm)	0,258
L2 / L5 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	14,265	x ₃ (cm)	1,222
L2 / L1 - Mdneg (y) - (kN.m/m):	10,900	x ₄ (cm)	0,922
As _{pos} (x) - (cm ² /m):	1,56	adotar As,min =	1,95
As _{pos} (y) - (cm ² /m):	0,72	adotar As,min =	1,95
L2/L5 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	3,41	OK	1,95
L2/L1 - As _{neg} (y) - (cm ² /m):	2,58	OK	1,95

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 16- Cálculo da área de aço da laje L3.

Cálculo de área de aço - Laje L3			
Cobrimento sup. (cm):	2,5	Fck (MPa)	25
Cobrimento inf. (cm):	2,5	Fcd (MPa)	17,86
η :	0,85		
λ :	0,80		
H _{laje} (cm):	13		
d (cm):	10		
Mdpos (x) - (kN.m/m):	6,692	x ₁ (cm)	0,558
Mdpos (y) - (kN.m/m):	5,327	x ₂ (cm)	0,442
L3 / L1 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	12,036	x ₃ (cm)	1,023
L3 / L4 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	10,654	x ₄ (cm)	0,901
L3 / L8 - Mdneg (y) - (kN.m/m):	8,571	x ₅ (cm)	0,719
As _{pos} (x) - (cm ² /m):	1,56	adotar As,min =	1,95
As _{pos} (y) - (cm ² /m):	1,23	adotar As,min =	1,95
L3/L1 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	2,86	OK	1,95
L3/L4 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	2,52	OK	1,95
L3/L8 - As _{neg} (y) - (cm ² /m):	2,01	OK	1,95

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 17- Cálculo da área de aço da laje L4.

Cálculo de área de aço - Laje L4			
Cobrimento sup. (cm):	2,5	Fck (MPa)	25
Cobrimento inf. (cm):	2,5	Fcd (MPa)	17,86
η :	0,85		
λ :	0,80		
H _{laje} (cm):	13		
d (cm):	10		
Mdpos (x) - (kN.m/m):	3,886	x ₁ (cm)	0,321
Mdpos (y) - (kN.m/m):	2,813	x ₂ (cm)	0,231
L4 / L3 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	10,654	x ₃ (cm)	0,901
L4 / L6 - Mdneg (y) - (kN.m/m):	7,596	x ₄ (cm)	0,635
A _{s_pos} (x) - (cm ² /m):	0,90	adotar A _{s,min} =	1,95
A _{s_pos} (y) - (cm ² /m):	0,65	adotar A _{s,min} =	1,95
L4/L3 - A _{s_neg} (x) - (cm ² /m):	2,52	OK	1,95
L4/L6 - A _{s_neg} (y) - (cm ² /m):	1,77	adotar A _{s,min} =	1,95

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 18- Cálculo da área de aço da laje L5.

Cálculo de área de aço - Laje L5			
Cobrimento sup. (cm):	2,5	Fck (MPa)	25
Cobrimento inf. (cm):	2,5	Fcd (MPa)	17,86
η :	0,85		
λ :	0,80		
H _{laje} (cm):	13		
d (cm):	10		
Mdpos (x) - (kN.m/m):	9,661	x ₁ (cm)	0,814
Mdpos (y) - (kN.m/m):	5,102	x ₂ (cm)	0,423
L5 / L7 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	14,101	x ₃ (cm)	1,207
L5 / L2 - Mdneg (y) - (kN.m/m):	14,265	x ₄ (cm)	1,222
As _{pos} (x) - (cm ² /m):	2,27	OK	1,95
As _{pos} (y) - (cm ² /m):	1,18	adotar As,min =	1,95
L5 / L7 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	3,37	OK	1,95
L5 / L2 - As _{neg} (y) - (cm ² /m):	3,41	OK	1,95

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 19- Cálculo da área de aço da laje L6.

Cálculo de área de aço - Laje L6			
Cobrimento sup. (cm):	2,5	Fck (MPa)	25
Cobrimento inf. (cm):	2,5	Fcd (MPa)	17,86
η :	0,85		
λ :	0,80		
H _{laje} (cm):	13		
d (cm):	10		
Mdpos (x) - (kN.m/m):	5,197	x ₁ (cm)	0,431
Mdpos (y) - (kN.m/m):	2,590	x ₂ (cm)	0,213
L6 / L8 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	8,105	x ₃ (cm)	0,679
L6 / L4 - Mdneg (y) - (kN.m/m):	7,596	x ₄ (cm)	0,635
As _{pos} (x) - (cm ² /m):	1,20	adotar As,min =	1,95
As _{pos} (y) - (cm ² /m):	0,59	adotar As,min =	1,95
L6/L8 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	1,90	adotar As,min =	1,95
L6/L4 - As _{neg} (y) - (cm ² /m):	1,77	adotar As,min =	1,95

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 20- Cálculo da área de aço da laje L7.

Cálculo de área de aço - Laje L7			
Cobrimento sup. (cm):	2,5	Fck (MPa)	25
Cobrimento inf. (cm):	2,5	Fcd (MPa)	17,86
η :	0,85		
λ :	0,80		
H _{laje} (cm):	13		
d (cm):	10		
Mdpos (x) - (kN.m/m):	5,396	x ₁ (cm)	0,448
Mdpos (y) - (kN.m/m):	2,821	x ₂ (cm)	0,232
L7 / L9 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	7,473	x ₃ (cm)	0,625
L7 / L1 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	8,610	x ₄ (cm)	0,723
L7 / L5 - Mdneg (y) - (kN.m/m):	14,101	x ₅ (cm)	1,207
L7 / L8 - Mdneg (y) - (kN.m/m):	7,027	x ₆ (cm)	0,587
As _{pos} (x) - (cm ² /m):	1,25	adotar As,min =	1,95
As _{pos} (y) - (cm ² /m):	0,65	adotar As,min =	1,95
L7 / L9 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	1,74	adotar As,min =	1,95
L7 / L1 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	2,02	OK	1,95
L7 / L5 - As _{neg} (y) - (cm ² /m):	3,37	OK	1,95
L7 / L8 - As _{neg} (y) - (cm ² /m):	1,64	adotar As,min =	1,95

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 21- Cálculo da área de aço da laje L8.

Cálculo de área de aço - Laje L8			
Cobrimento sup. (cm):	2,5	Fck (MPa)	25
Cobrimento inf. (cm):	2,5	Fcd (MPa)	17,86
η :	0,85		
λ :	0,80		
H _{laje} (cm):	13		
d (cm):	10		
Mdpos (x) - (kN.m/m):	2,769	x ₁ (cm)	0,228
Mdpos (y) - (kN.m/m):	2,450	x ₂ (cm)	0,201
L8 / L7 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	7,027	x ₃ (cm)	0,587
L8 / L6 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	8,105	x ₄ (cm)	0,679
L8 / L9 - Mdneg (y) - (kN.m/m):	5,902	x ₅ (cm)	0,491
L8 / L3 - Mdneg (y) - (kN.m/m):	8,571	x ₆ (cm)	0,719
As _{pos} (x) - (cm ² /m):	0,64	adotar As,min =	1,95
As _{pos} (y) - (cm ² /m):	0,56	adotar As,min =	1,95
L8 / L7 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	1,64	adotar As,min =	1,95
L8 / L6 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	1,90	adotar As,min =	1,95
L8 / L9 - As _{neg} (y) - (cm ² /m):	1,37	adotar As,min =	1,95
L8 / L3 - As _{neg} (y) - (cm ² /m):	2,01	OK	1,95

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 22- Cálculo da área de aço da laje L9.

Cálculo de área de aço - Laje L9			
Cobrimento sup. (cm):	2,5	Fck (MPa)	25
Cobrimento inf. (cm):	2,5	Fcd (MPa)	17,86
η :	0,85		
λ :	0,80		
H _{laje} (cm):	13		
d (cm):	10		
Mdpos (x) - (kN.m/m):	3,221	x ₁ (cm)	0,265
Mdpos (y) - (kN.m/m):	1,077	x ₂ (cm)	0,088
L9 / L7 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	6,860	x ₃ (cm)	0,572
L9 / L8 - Mdneg (x) - (kN.m/m):	7,728	x ₄ (cm)	0,647
As _{pos} (x) - (cm ² /m):	0,74	adotar As,min =	1,95
As _{pos} (y) - (cm ² /m):	0,25	adotar As,min =	1,95
L9 / L7 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	1,60	adotar As,min =	1,95
L9 / L8 - As _{neg} (x) - (cm ² /m):	1,81	adotar As,min =	1,95

Fonte: Acervo próprio.

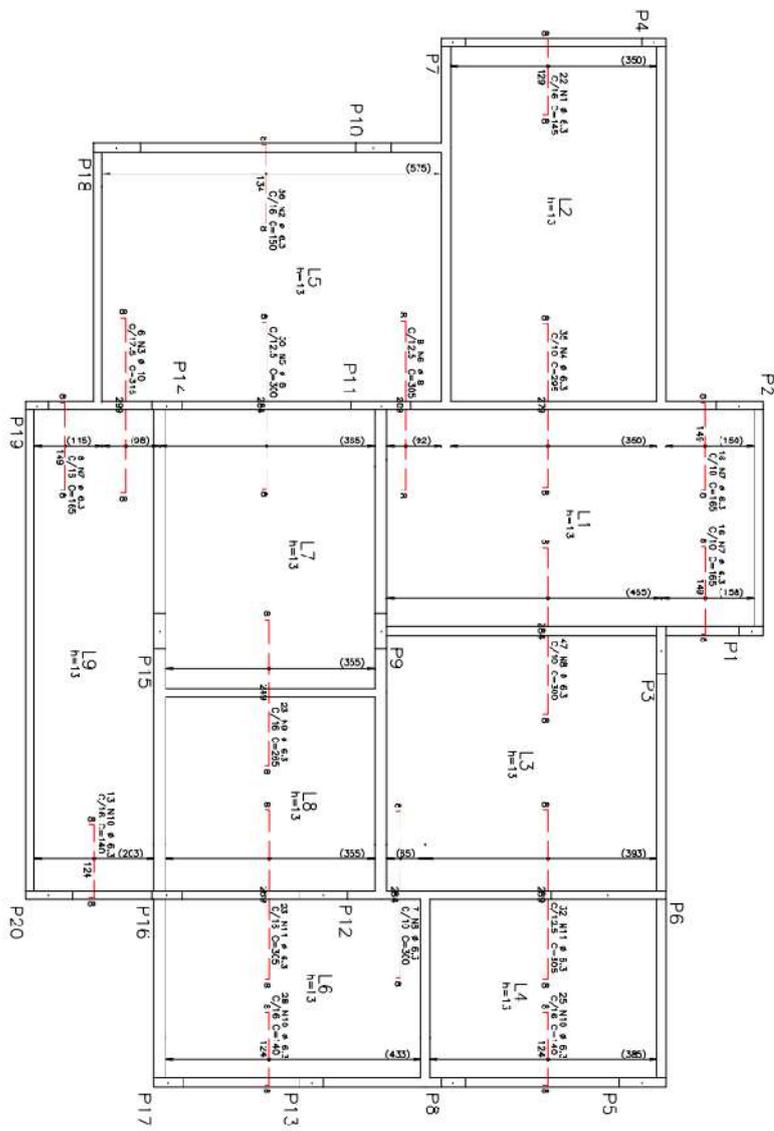
Tabela 23- Cálculo da área de aço demais encontros de lajes.

Cálculo de área de aço demais encontros de lajes			
L1 / L5 - Mdneg - (kN.m/m):	14,560	x(cm)	1,249
L5 / L9 - Mdneg - (kN.m/m):	17,637	x(cm)	1,531
L3 / L6 - Mdneg - (kN.m/m):	11,127	x(cm)	0,942
L3 / L7 - Mdneg - (kN.m/m):	9,955	x(cm)	0,840
L1 / L5 - Asneg - (cm ² /m):	3,49	OK	1,95
L5 / L9 - Asneg - (cm ² /m):	4,28	OK	1,95
L3 / L6 - Asneg - (cm ² /m):	2,63	OK	1,95
L3 / L7 - Asneg - (cm ² /m):	2,34	OK	1,95

Fonte: Acervo próprio.

APÊNDICE B – Plantas de detalhamento das armaduras- Processo manual

Figura 38- Detalhamento da armadura negativa horizontal das lajes – Processo manual

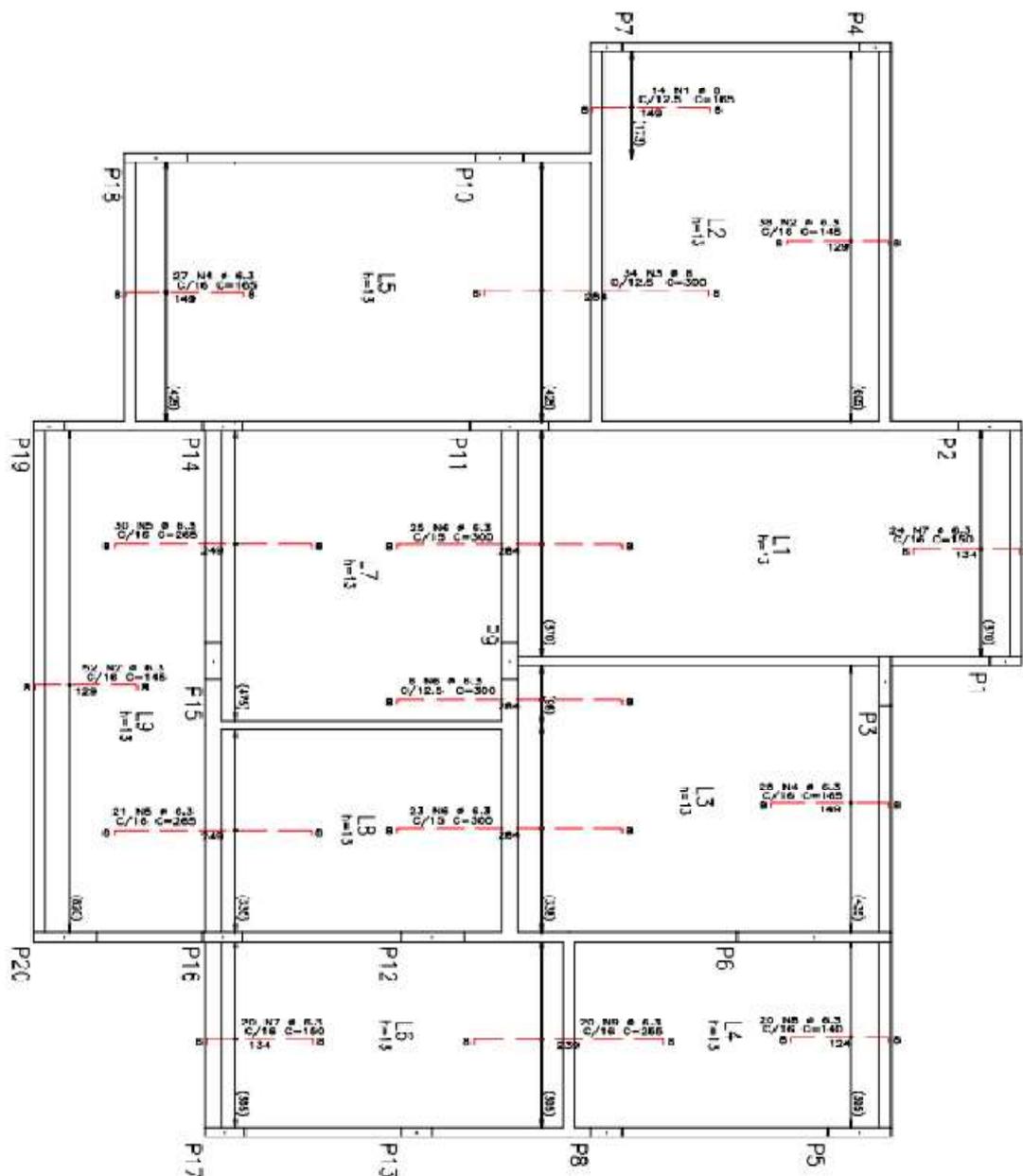


AÇO	POS	BIT	QUANT.	COMPARTIMENTO	
				UNID.	TOTAL
50A	1	6.3	22	145	3180
50A	2	6.3	8	145	1160
50A	3	10	8	315	1880
50A	4	6.3	30	300	1900
50A	5	6.3	8	305	2440
50A	6	6.3	54	300	16000
50A	7	6.3	23	295	6095
50A	8	6.3	55	305	16775
50A	11	6.3	55	305	16775

RESUMO DE AÇO				PESQ
AÇO	RQ	COMPR	MT	
50A	6.3	7.98	181	1.5
50A	10	1.8	1.5	1.5
Peso Total		50A =	238	MT

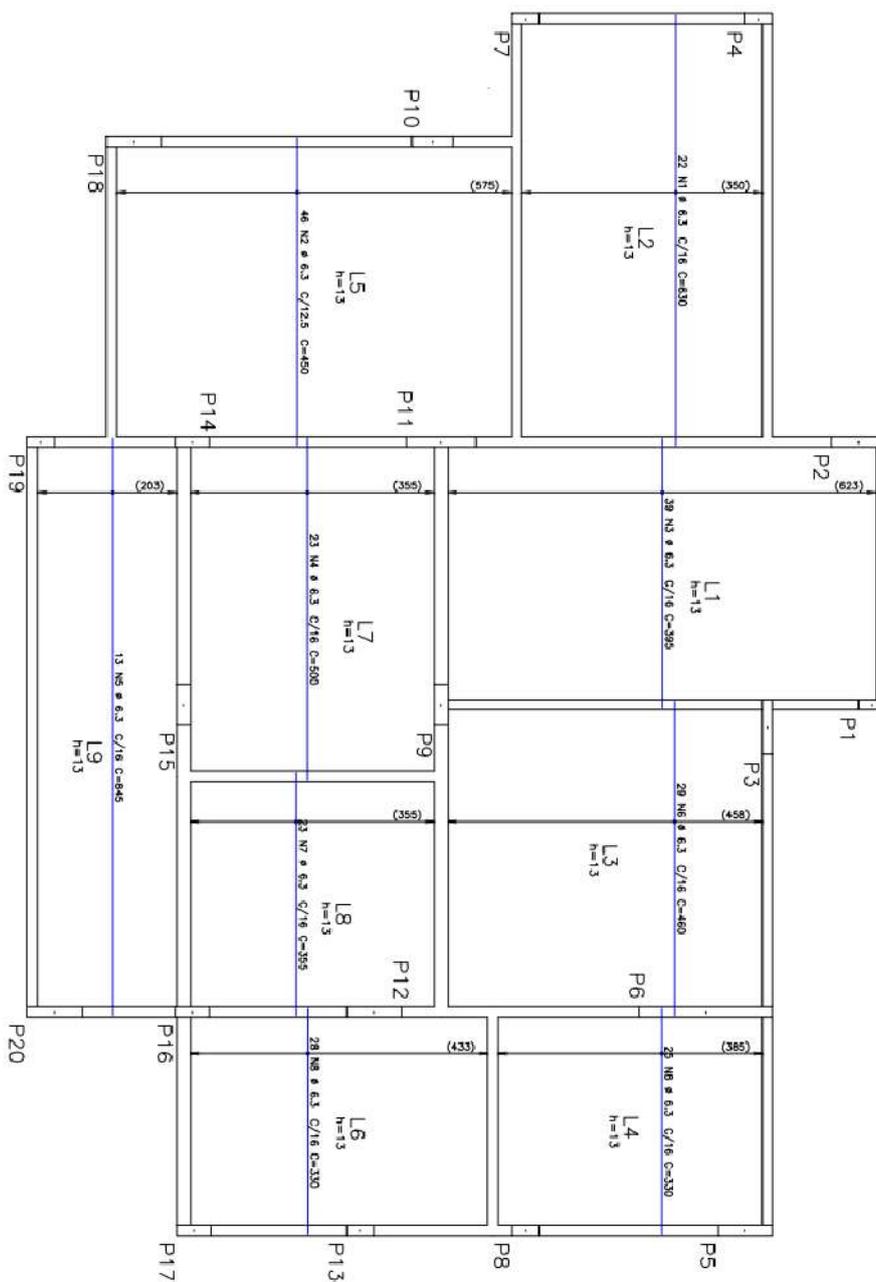
Fonte: Acervo próprio.

Figura 39- Armadura negativa vertical das lajes – Processo manual



AQÇ	PES	BIT	QUANT	COMPRIMENTO	
				UNIT	TOTAL
50A	1	8	14	16	224
50A	2	6.3	90	16	1368
50A	3	8	24	16	384
50A	4	6.3	85	16	1368
50A	5	6.3	51	16	816
50A	6	6.3	25	16	400
50A	7	6.3	24	16	384
50A	8	6.3	20	16	320
50A	9	6.3	20	16	320
50A	10	6.3	20	16	320
50A	11	6.3	20	16	320
50A	12	6.3	20	16	320
50A	13	6.3	20	16	320
50A	14	6.3	20	16	320
50A	15	6.3	20	16	320
50A	16	6.3	20	16	320
50A	17	6.3	20	16	320
50A	18	6.3	20	16	320
50A	19	6.3	20	16	320
50A	20	6.3	20	16	320
50A	21	6.3	20	16	320
50A	22	6.3	20	16	320
50A	23	6.3	20	16	320
50A	24	6.3	20	16	320
50A	25	6.3	20	16	320
50A	26	6.3	20	16	320
50A	27	6.3	20	16	320
50A	28	6.3	20	16	320
50A	29	6.3	20	16	320
50A	30	6.3	20	16	320
50A	31	6.3	20	16	320
50A	32	6.3	20	16	320
50A	33	6.3	20	16	320
50A	34	6.3	20	16	320
50A	35	6.3	20	16	320
50A	36	6.3	20	16	320
50A	37	6.3	20	16	320
50A	38	6.3	20	16	320
50A	39	6.3	20	16	320
50A	40	6.3	20	16	320
50A	41	6.3	20	16	320
50A	42	6.3	20	16	320
50A	43	6.3	20	16	320
50A	44	6.3	20	16	320
50A	45	6.3	20	16	320
50A	46	6.3	20	16	320
50A	47	6.3	20	16	320
50A	48	6.3	20	16	320
50A	49	6.3	20	16	320
50A	50	6.3	20	16	320
50A	51	6.3	20	16	320
50A	52	6.3	20	16	320
50A	53	6.3	20	16	320
50A	54	6.3	20	16	320
50A	55	6.3	20	16	320
50A	56	6.3	20	16	320
50A	57	6.3	20	16	320
50A	58	6.3	20	16	320
50A	59	6.3	20	16	320
50A	60	6.3	20	16	320
50A	61	6.3	20	16	320
50A	62	6.3	20	16	320
50A	63	6.3	20	16	320
50A	64	6.3	20	16	320
50A	65	6.3	20	16	320
50A	66	6.3	20	16	320
50A	67	6.3	20	16	320
50A	68	6.3	20	16	320
50A	69	6.3	20	16	320
50A	70	6.3	20	16	320
50A	71	6.3	20	16	320
50A	72	6.3	20	16	320
50A	73	6.3	20	16	320
50A	74	6.3	20	16	320
50A	75	6.3	20	16	320
50A	76	6.3	20	16	320
50A	77	6.3	20	16	320
50A	78	6.3	20	16	320
50A	79	6.3	20	16	320
50A	80	6.3	20	16	320
50A	81	6.3	20	16	320
50A	82	6.3	20	16	320
50A	83	6.3	20	16	320
50A	84	6.3	20	16	320
50A	85	6.3	20	16	320
50A	86	6.3	20	16	320
50A	87	6.3	20	16	320
50A	88	6.3	20	16	320
50A	89	6.3	20	16	320
50A	90	6.3	20	16	320
50A	91	6.3	20	16	320
50A	92	6.3	20	16	320
50A	93	6.3	20	16	320
50A	94	6.3	20	16	320
50A	95	6.3	20	16	320
50A	96	6.3	20	16	320
50A	97	6.3	20	16	320
50A	98	6.3	20	16	320
50A	99	6.3	20	16	320
50A	100	6.3	20	16	320
50A	101	6.3	20	16	320
50A	102	6.3	20	16	320
50A	103	6.3	20	16	320
50A	104	6.3	20	16	320
50A	105	6.3	20	16	320
50A	106	6.3	20	16	320
50A	107	6.3	20	16	320
50A	108	6.3	20	16	320
50A	109	6.3	20	16	320
50A	110	6.3	20	16	320
50A	111	6.3	20	16	320
50A	112	6.3	20	16	320
50A	113	6.3	20	16	320
50A	114	6.3	20	16	320
50A	115	6.3	20	16	320
50A	116	6.3	20	16	320
50A	117	6.3	20	16	320
50A	118	6.3	20	16	320
50A	119	6.3	20	16	320
50A	120	6.3	20	16	320
50A	121	6.3	20	16	320
50A	122	6.3	20	16	320
50A	123	6.3	20	16	320
50A	124	6.3	20	16	320
50A	125	6.3	20	16	320
50A	126	6.3	20	16	320
50A	127	6.3	20	16	320
50A	128	6.3	20	16	320
50A	129	6.3	20	16	320
50A	130	6.3	20	16	320
50A	131	6.3	20	16	320
50A	132	6.3	20	16	320
50A	133	6.3	20	16	320
50A	134	6.3	20	16	320
50A	135	6.3	20	16	320
50A	136	6.3	20	16	320
50A	137	6.3	20	16	320
50A	138	6.3	20	16	320
50A	139	6.3	20	16	320
50A	140	6.3	20	16	320
50A	141	6.3	20	16	320
50A	142	6.3	20	16	320
50A	143	6.3	20	16	320
50A	144	6.3	20	16	320
50A	145	6.3	20	16	320
50A	146	6.3	20	16	320
50A	147	6.3	20	16	320
50A	148	6.3	20	16	320
50A	149	6.3	20	16	320
50A	150	6.3	20	16	320
50A	151	6.3	20	16	320
50A	152	6.3	20	16	320
50A	153	6.3	20	16	320
50A	154	6.3	20	16	320
50A	155	6.3	20	16	320
50A	156	6.3	20	16	320
50A	157	6.3	20	16	320
50A	158	6.3	20	16	320
50A	159	6.3	20	16	320
50A	160	6.3	20	16	320
50A	161	6.3	20	16	320
50A	162	6.3	20	16	320
50A	163	6.3	20	16	320
50A	164	6.3	20	16	320
50A	165	6.3	20	16	320
50A	166	6.3	20	16	320
50A	167	6.3	20	16	320
50A	168	6.3	20	16	320
50A	169	6.3	20	16	320
50A	170	6.3	20	16	320
50A	171	6.3	20	16	320
50A	172	6.3	20	16	320
50A	173	6.3	20	16	320
50A	174	6.3	20	16	320
50A	175	6.3	20	16	320
50A	176	6.3	20	16	320
50A	177	6.3	20	16	320
50A	178	6.3	20	16	320
50A	179	6.3	20	16	320
50A	180	6.3	20	16	320
50A	181	6.3	20	16	320
50A	182	6.3	20	16	320
50A	183	6.3	20	16	320
50A	184	6.3	20	16	320
50A	185	6.3	20	16	320
50A	186	6.3	20	16	320
50A	187	6.3	20	16	320
50A	188	6.3	20	16	320
50A	189	6.3	20	16	320

Figura 40- Armadura positiva horizontal das lajes – Processo manual

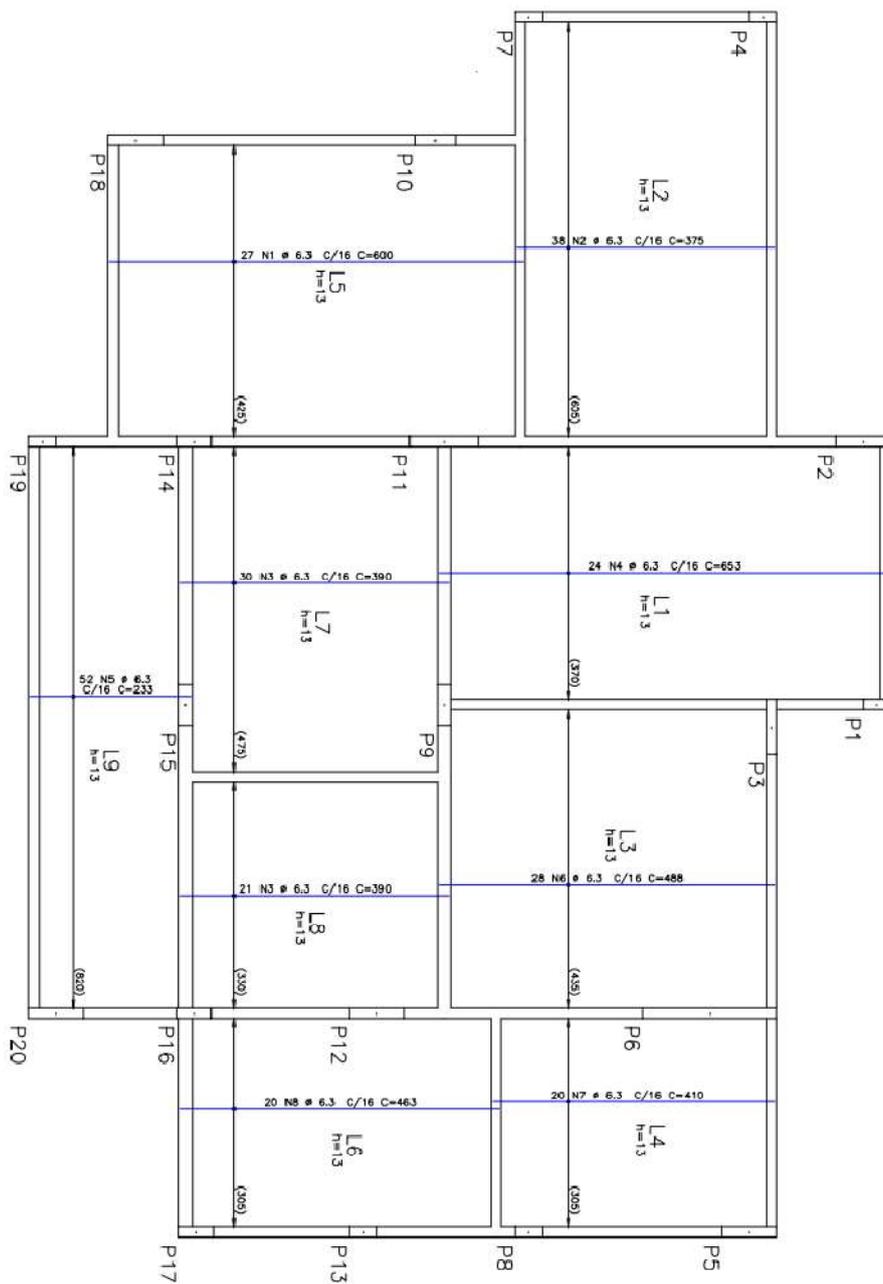


ACO	POS	BIT	QUANT	COMPRIMENTO	UNID	TONEL
		mm		cm	cm	cm
50A	1	6.3	22	430		13860
50A	2	6.3	46	450		20700
50A	3	6.3	23	500		11500
50A	4	6.3	13	845		10965
50A	5	6.3	29	460		12940
50A	6	6.3	26	330		8100
50A	7	6.3	23	560		12920
50A	8	6.3	23	395		9165
50A	9	6.3	13	845		10965
Peso Total						27.5 ton

RESUMO DE AÇO			
ACO	BIT	COMPR	PESO
50A	6.3	1114	27.5
Peso Total			27.5 ton

Fonte: Acervo próprio.

Figura 41- Armadura positiva vertical – Processo manual

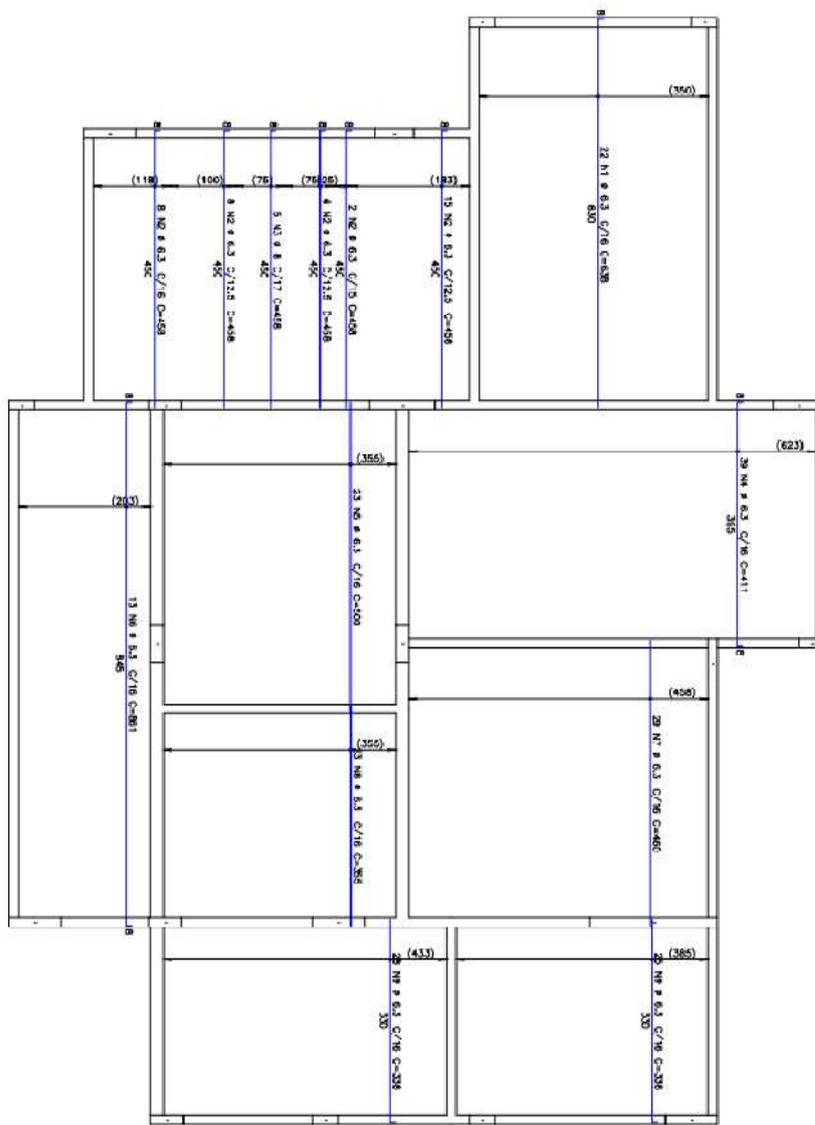


AÇO	POS	BIT	QUANT	COMPRIMENTO	
				UNIT	TOTAL
		mm		cm	cm
50A	1	6,3	27	600	16200
50A	2	6,3	38	375	14250
50A	3	6,3	51	390	19890
50A	4	6,3	52	233	12116
50A	5	6,3	28	488	13664
50A	6	6,3	20	410	8200
50A	7	6,3	20	463	9260
50A	8	6,3			
RESUMO DE AÇO					
AÇO	BIT	COMPR	PESO		
50A	6,3	1093	268		
Peso Total			268 kgf		

Fonte: Acervo próprio.

APÊNDICE C – Plantas de detalhamento das armaduras- TQS

Figura 42- Det. armadura positiva horizontal - Apoio elástico contínuo



AQJ	-OS	BIT	QUANT	COMPRIMENTO	
				UNIF	TOTAL
Armadura positiva principal					
SOA	1	6.3	3	448	1344
SOA	2	6.3	5	448	2240
SOA	4	6.3	30	411	12330
SOA	6	6.3	13	641	8333
SOA	7	6.3	28	440	12320
SOA	8	6.3	28	328	9184
SOA	9	6.3	28	328	9184
					12912

RESUMO DE AQJ				PESO
AQJ	BIT	COMPR	UNIF	
SOA	6.3	1100	215	
SOA	8	13	279	
Peso Total				279 kgf

Fonte: Acervo próprio

Figura 44- Det. armadura negativa vertical - Apoyo elástico contínuo

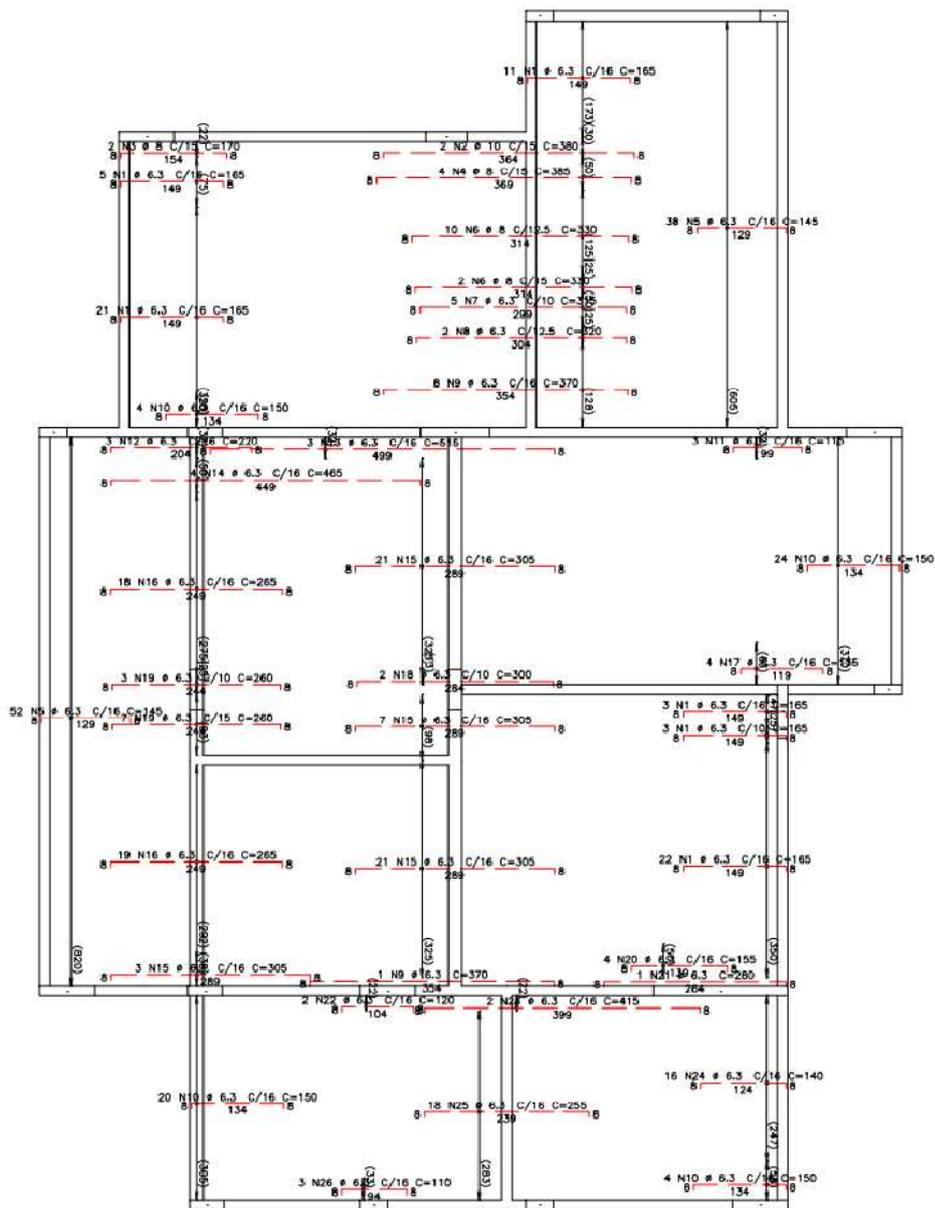


ACØ	POS	Ø	QUANT	COMPONENTO
Armadura negativa principal		mm		UNIT TOTAL
50Ø	1	6.3	19	145
50Ø	2	8	5	150
50Ø	3	6.3	2	110
50Ø	4	6.3	5	120
50Ø	5	6.3	1	75
50Ø	6	6.3	2	135
50Ø	7	6.3	1	150
50Ø	8	6.3	2	150
50Ø	9	12.5	6	180
50Ø	10	6.3	6	180
50Ø	11	6.3	6	180
50Ø	12	6.3	6	180
50Ø	13	10	4	210
50Ø	14	6.3	4	295
50Ø	15	6.3	28	390
50Ø	16	12.5	1	240
50Ø	17	12.5	1	240
50Ø	18	12.5	1	240
50Ø	19	6.3	28	165
50Ø	20	10	2	175
50Ø	21	12.5	1	335
50Ø	22	6.3	1	140
50Ø	23	6.3	1	140
50Ø	24	6.3	21	210
50Ø	25	6.3	61	140
50Ø	26	6.3	61	140
50Ø	27	6.3	1	190
50Ø	28	8	1	380
50Ø	29	8	1	435

RESUMO DE AÇO				PESO
AÇO	Ø	COMPR	Ø	Ø
50Ø	6.3	739	Ø	198
50Ø	8	40	Ø	18
50Ø	10	19	Ø	12
50Ø	12.5	14	Ø	22
Total 50Ø =				243.10Ø

Fonte: Acervo próprio

Figura 45- Det. armadura positiva vertical - Apoio elástico contínuo

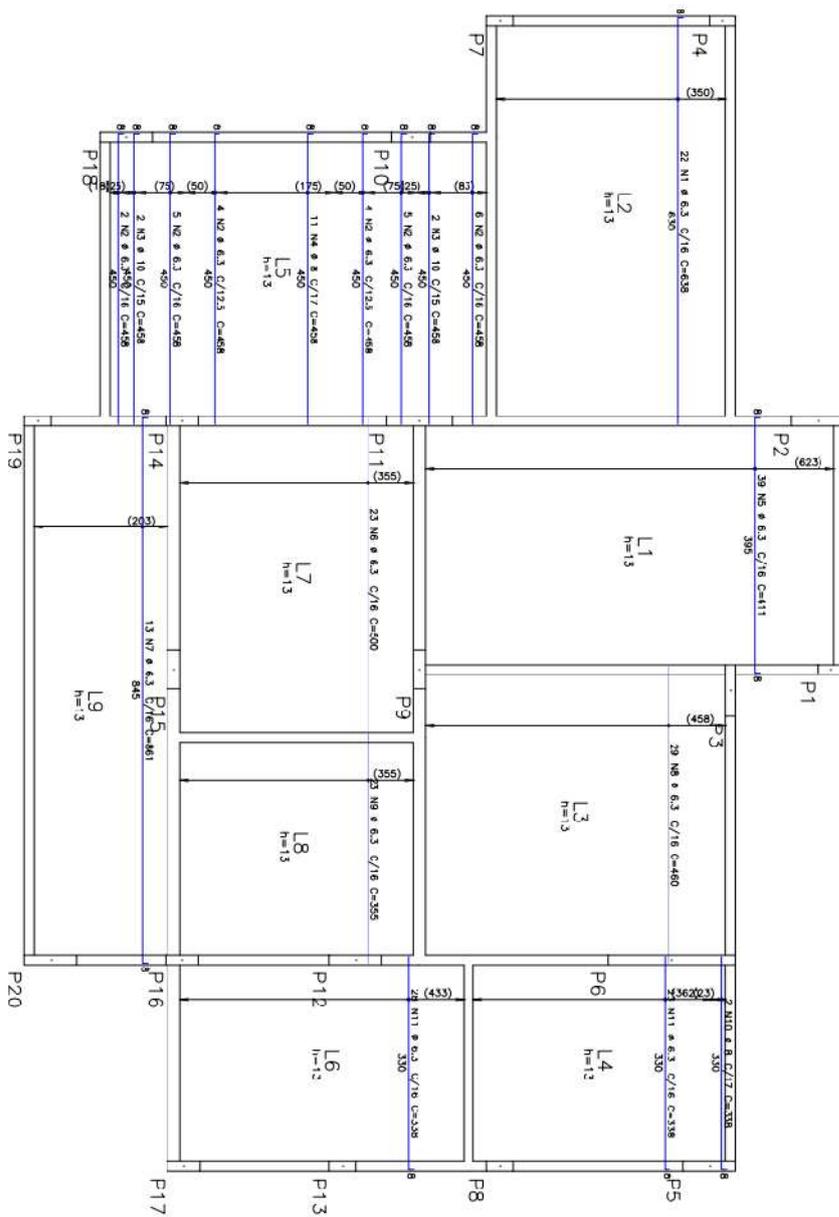


RESUMO DE AÇO				PESO
AÇO	BIT	COMPR	RES	
50A	8	58	196	22.4 kgf
50A	8	58	23	
50A	10	0	5	
PESO TOTAL				22.4 kgf

AÇO	POS	BIT	QUANT	COMPRIMENTO	UNID	TOTAL
		mm		cm		cm
Armadura negativa secundária						
50A	1	6.3	65	185	11725	
50A	2	6.3	2	170	340	
50A	3	6.3	4	385	1540	
50A	4	6.3	90	145	13050	
50A	5	6.3	1	315	315	
50A	7	6.3	5	370	1850	
50A	8	6.3	2	320	640	
50A	10	6.3	52	270	14040	
50A	11	6.3	5	225	1125	
50A	12	6.3	3	225	675	
50A	13	6.3	3	515	1545	
50A	14	6.3	2	515	1030	
50A	15	6.3	52	305	15860	
50A	16	6.3	37	285	10545	
50A	17	6.3	4	335	1340	
50A	18	6.3	4	335	1340	
50A	19	6.3	10	280	2800	
50A	20	6.3	4	155	620	
50A	21	6.3	289	305	88145	
50A	22	6.3	149	165	24585	
50A	23	6.3	18	145	2610	
50A	24	6.3	134	150	20100	
50A	25	6.3	7	285	1995	
50A	26	6.3	3	110	330	

Fonte: Acervo próprio

Figura 46- Det. armadura positiva horizontal- Apoio articulado independente

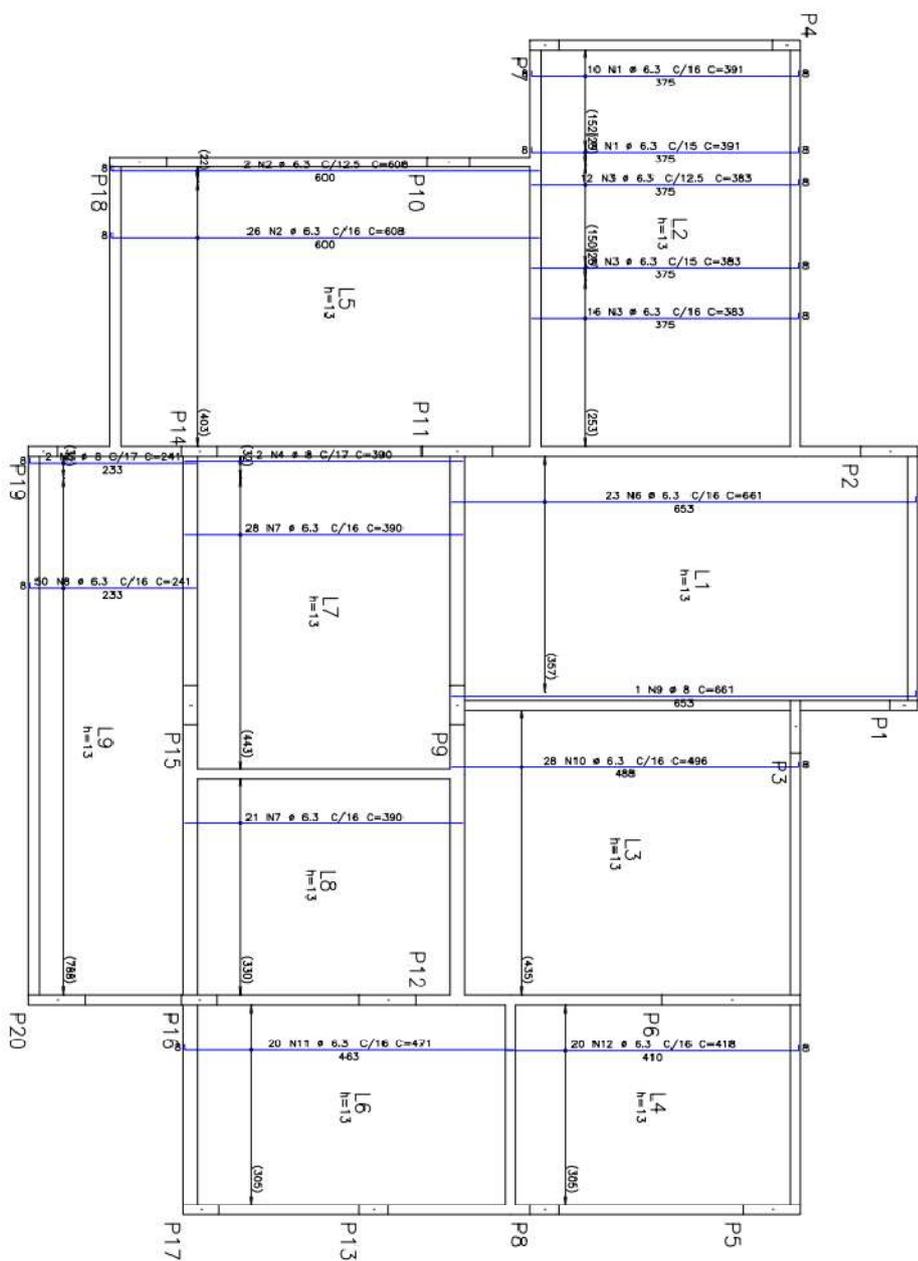


ACO	POS	BIT	QUANTI	COMPRIMENTO
			UNID	(TOTAL)
			cm	cm
Armadura positiva principal				
50A	1	6.3	22	638
50A	2	6.3	26	1436
50A	3	10	11	1180
50A	4	8	11	458
50A	5	6.3	39	411
50A	6	6.3	13	1029
50A	7	6.3	13	861
50A	8	6.3	29	460
50A	9	6.3	23	1340
50A	10	6.3	23	816
50A	11	6.3	51	338
				1728

RESUMO DE AÇO				
ACO	BIT	COMPR	PESO	
	mm	m	kgf	
50A	6.3	10.57	23	
50A	8	18	11	
50A	10			
Peso Total			287	kgf

Fonte: Acervo próprio

Figura 47 - Det. armadura positiva vertical - Apoio articulado independente

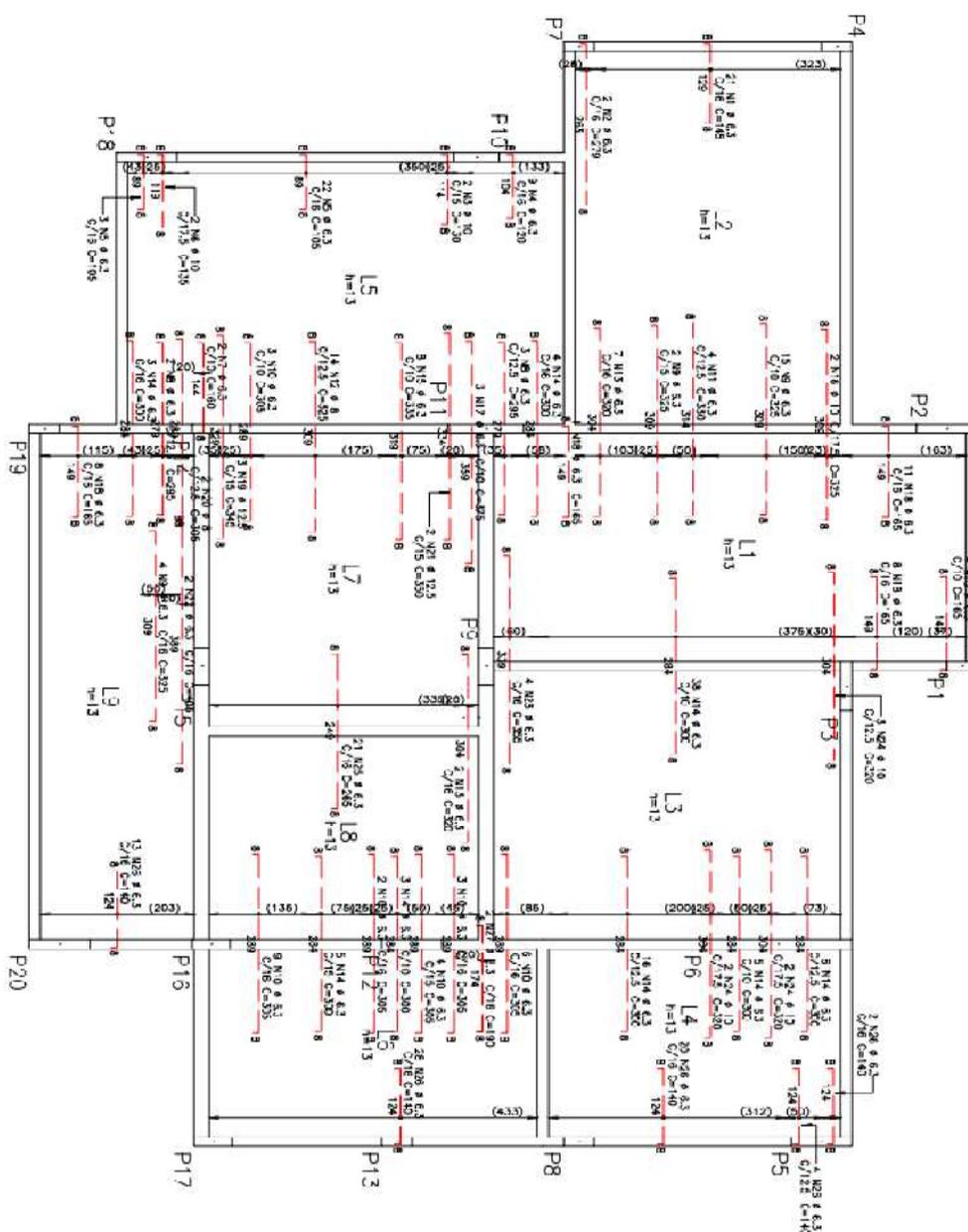


AÇO	POS	BIT	QUANT	COMPIMENTO	
				UNIT	TOTAL
Armadura positiva secundária					
50A	1	6.3	12	391	4692
50A	2	6.3	28	608	17024
50A	3	6.3	30	608	17760
50A	4	6.3	2	353	706
50A	5	6.3	2	241	482
50A	6	6.3	23	661	15203
50A	7	6.3	49	390	19110
50A	8	6.3	57	280	15960
50A	9	6.3	28	496	13888
50A	10	6.3	20	471	9420
50A	11	6.3	20	418	8360
50A	12	6.3	20	418	8360

RESUMO DE AÇO					PESO
AÇO	BIT	COMPR	CM	Kg	
50A	mm	mm	1112	273	
50A	mm	mm	1112	273	
Peso Total				290 kgf	

Fonte: Acervo próprio

Figura 48- Det. armadura negativa horizontal - Apoio articulado independente

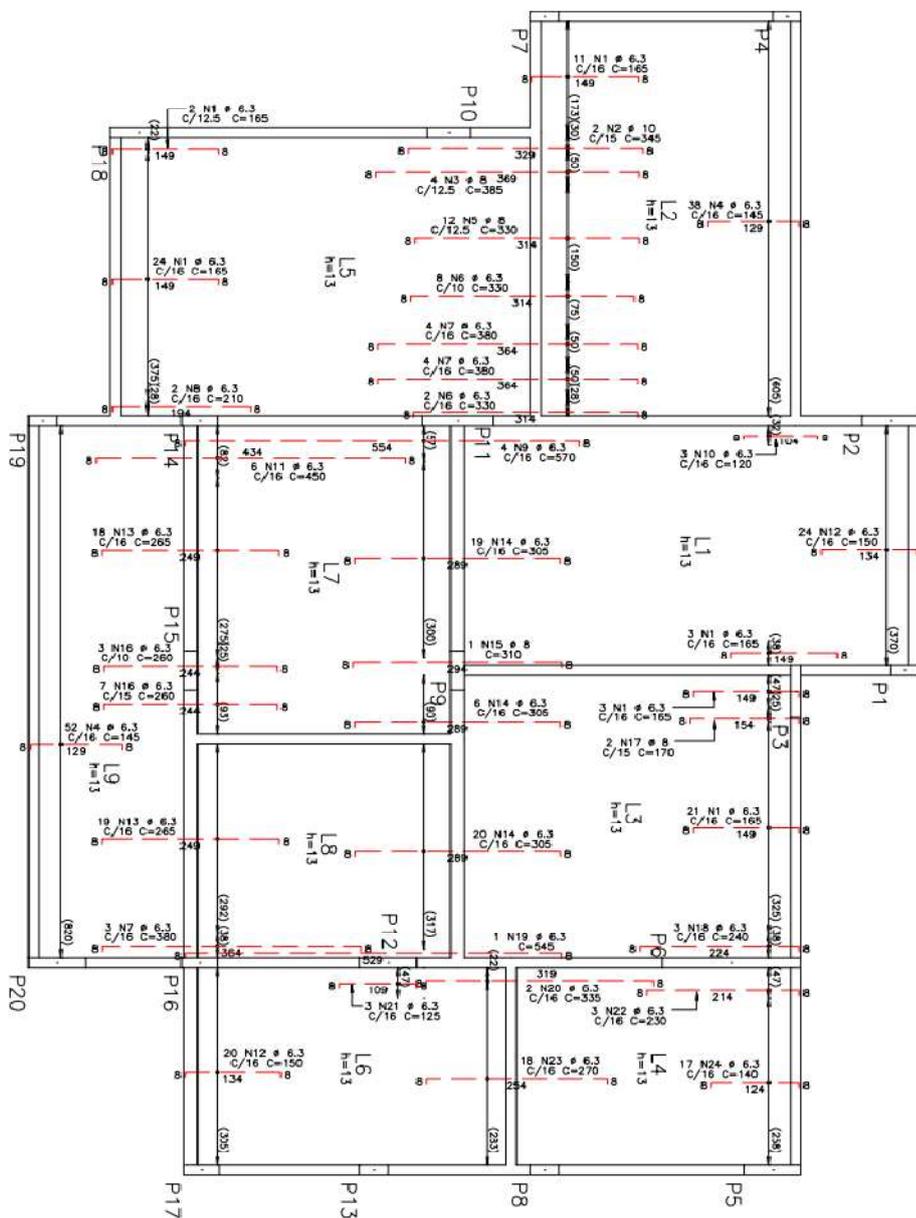


AÇO	POS	BIT	QUANT	COMPRIMENTO	
				N.T	TOTAL
Armadura negativa principal					
504	1	6,3	21	145	3045
504	1	10	2	272	544
504	4	16	2	130	260
504	4	6,3	2	122	244
504	4	10	2	122	244
504	7	10	2	130	260
504	6	6,3	5	150	750
504	6	6,3	5	235	1175
504	6	6,3	21	325	6825
504	10	6,3	2	325	650
504	10	6,3	6	325	1950
504	10	6,3	14	325	4550
504	10	6,3	9	325	2925
504	14	6,3	90	300	27000
504	16	6,3	6	335	2010
504	16	10	2	335	670
504	16	6,3	2	335	670
504	16	6,3	3	345	1035
504	16	12,5	3	345	1035
504	21	12,5	2	305	610
504	21	6,3	2	305	610
504	21	6,3	4	325	1300
504	24	10	7	325	2275
504	24	6,3	21	295	5995
504	26	6,3	2	140	280
504	27	6,3	2	130	260

RESUMO DE AÇO			
AÇO	BIT	COMPR	PESO
50A	6,3	796	144
50A	8	52	23
50A	24	24	21
50A	26	17	17
PESO TOTAL			207

Fonte: Acervo próprio

Figura 49- Det. armadura negativa vertical - Apoio articulado independente



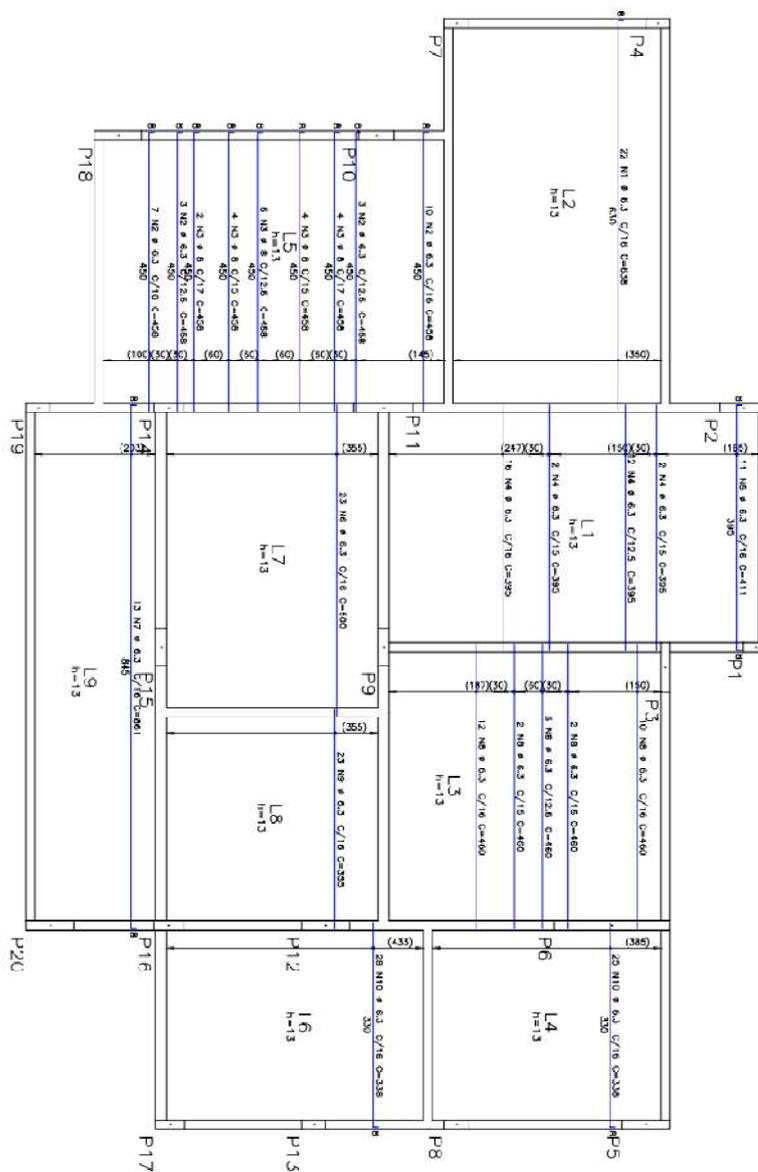
RESUMO DE AÇO				PESO
AÇO	BRIL	COMPR		kgf
50A	6.3	785		96
50A	10	7		24
Peso Total				224 kgf

AÇO	POS	BRIL	QUANT	COMPRIMENTO	TOTAL
		mm		cm	cm
50A	1	6.3	54	185	10860
50A	2	6.3	4	145	580
50A	3	6.3	4	145	580
50A	4	6.3	90	145	13050
50A	5	6.3	12	330	3960
50A	6	6.3	10	330	3300
50A	7	6.3	10	330	3300
50A	8	6.3	2	310	620
50A	9	6.3	2	310	620
50A	10	6.3	4	370	2280
50A	11	6.3	3	420	1260
50A	12	6.3	44	150	6600
50A	13	6.3	37	285	10545
50A	14	6.3	45	305	13725
50A	15	6.3	10	310	3100
50A	16	6.3	1	170	170
50A	17	6.3	2	340	680
50A	18	6.3	1	340	340
50A	19	6.3	1	340	340
50A	20	6.3	1	340	340
50A	21	6.3	1	340	340
50A	22	6.3	3	230	690
50A	23	6.3	3	230	690
50A	24	6.3	18	270	4860
50A					2380

Fonte: Acervo próprio

APÊNDICE D – Plantas de detalhamento das armaduras com esforços tratados- TQS

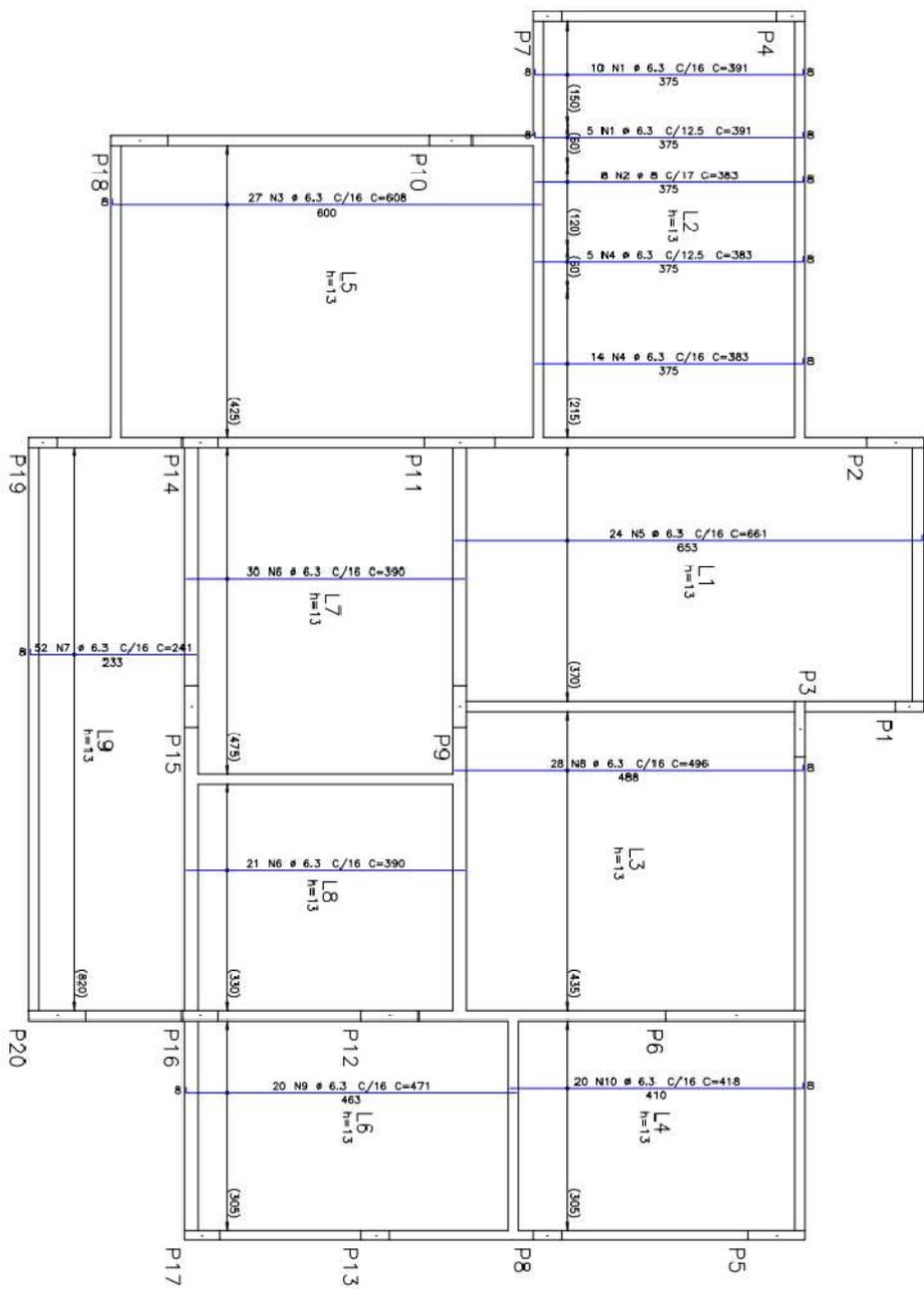
Figura 50- Armadura positiva horizontal - Detalhamento final



ACQ	POS	B"	QUANT	COMPLEMENTO	
				UNIT	TOTAL
Armadura horizontal					
50A	2	3.3	22	458	10076
50A	2	3.3	23	458	10534
50A	1	6.3	12	308	3696
50A	2	3.3	11	413	4543
50A	7	3.3	13	803	11103
50A	6	3.3	11	460	5060
50A	10	3.3	53	338	17914
PESO					
ACQ	B"	COMPR	PESO		
50A	6.3	1048	kg	357	
PESO TOTAL			kg	231	24

Fonte: Acervo próprio.

Figura 51- Armadura positiva vertical - Detalhamento final

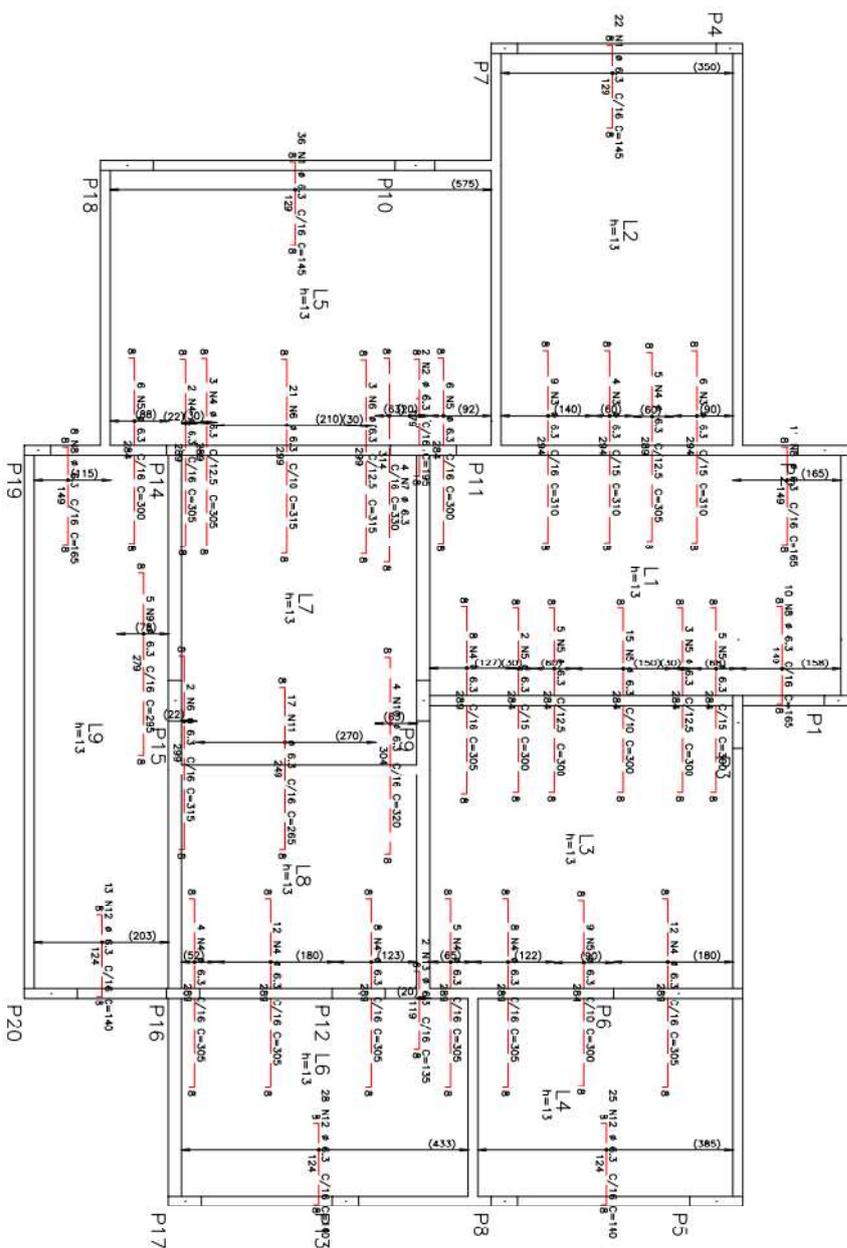


AÇO	POS	BIT	QUANT	COMPARTIMENTO
		mm		UNIT TOTAL
Armadura positiva secundária				
50A	2	6.3	15	391
50A	3	6.3	8	383
50A	4	6.3	27	698
50A	5	6.3	16	383
50A	6	6.3	51	1277
50A	7	6.3	52	1280
50A	8	6.3	28	496
50A	9	6.3	20	471
50A	10	6.3	20	471
				8580

RESUMO DE AÇO				
AÇO	BIT	COMPR	PESO	
50A	6.3	m	Kgf	kg
50A	6.3	1,05	498	12
50A	6.3	31	280	12
Peso Total				280 kgf

Fonte: Acervo próprio.

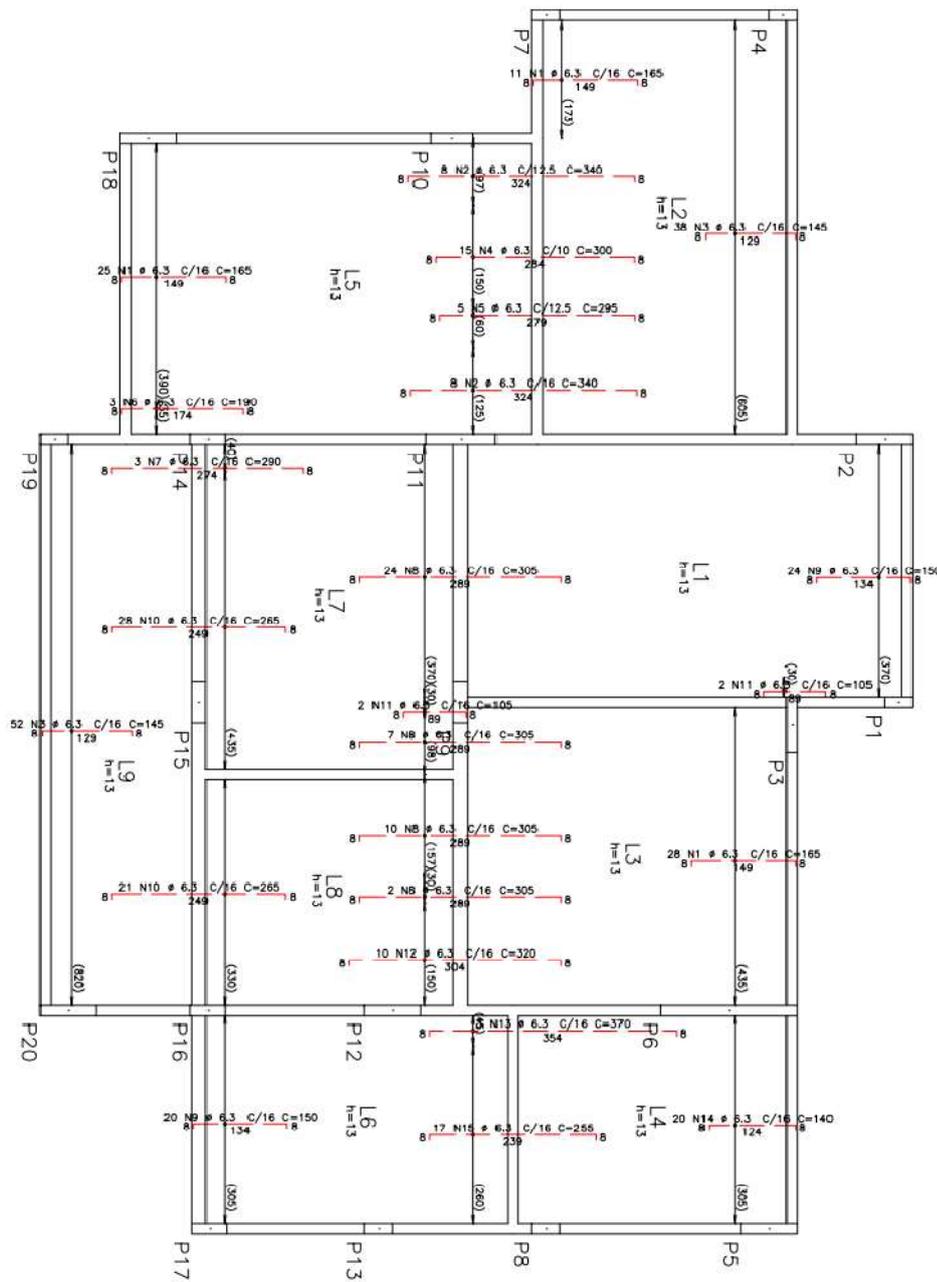
Figura 52- Armadura negativa horizontal - Detalhamento final



AÇO	POS	BIT	QUANT	COMPLEMENTO	
				UNIT	TOTAL
Aço					
50A	1	6.3	58	145	8410
50A	2	6.3	10	195	390
50A	4	6.3	67	300	20435
50A	5	6.3	51	300	15300
50A	9	6.3	26	315	8190
50A	8	6.3	29	165	4785
50A	9	6.3	3	285	1475
50A	11	6.3	17	285	4845
50A	12	6.3	66	140	9240
50A	13	6.3	2	135	270
RESUMO DE AÇO					
AÇO	BIT	CUMPR	PRESO		
50A	6.3	815	199 200		
Peso Total			200 kgf		

Fonte: Acervo próprio.

Figura 53- Armadura negativa vertical - Detalhamento final



ACO	POS	BIT	QUANT	COMPONENTO
		mm	UNIT	TOTAL
			cm	cm
Armadura negativa secundária				
50A	2	6.3	64	165
50A	3	6.3	16	343
50A	4	6.3	90	145
50A	5	6.3	15	5440
50A	6	6.3	18	10050
50A	7	6.3	15	1450
50A	8	6.3	3	1570
50A	9	6.3	3	193
50A	10	6.3	3	570
50A	11	6.3	3	870
50A	12	6.3	43	1315
50A	13	6.3	49	12850
50A	14	6.3	10	420
50A	15	6.3	20	320
50A			17	2800
50A				255
50A				4355

RESUMO DE AÇO			
ACO	BIT	CONPR	PESO
	mm	m	kgf
50A	6.3	810	199
Peso Total			199 kgf

Fonte: Acervo próprio.

**ANEXO A – TABELAS DE LAJES de Czerny Beton-Kalender (1976) Adaptadas pelo
Prof. Antonio Rolim**

TABELAS DE LAJES de Czerny
Beton-Kalender (1976)
Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

TABELAS DE LAJES

ORIENTAÇÃO PARA ESCOLHA DO TIPO DE LAJE

Casos de vinculação das lajes

Caso	Vinculação	Caso	Vinculação	Caso	Vinculação
1		2A		2B	
Quatro bordas simplesmente apoiadas		Uma borda menor engastada		Uma borda maior engastada	
3		4A		4B	
Duas bordas adjacentes engastadas		Duas bordas menores engastadas		Duas bordas maiores engastadas	
5A		5B		6	
Uma borda maior apoiada		Uma borda menor apoiada		Quatro bordas engastadas	

TABELAS DE LAJES de Czerny
Beton-Kalender (1976)
 Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Laje com 2 bordos maiores ly, livremente apoiados e 2 bordos menores lx, engastados				TIPO	4A
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,00	46,10	31,60		14,30	45,30
1,01	44,86	31,24		14,12	44,08
1,02	43,62	30,88		13,94	42,86
1,03	42,38	30,52		13,76	41,64
1,04	41,14	30,16		13,58	40,42
1,05	39,90	29,80		13,40	39,20
1,06	39,12	29,60		13,26	38,24
1,07	38,34	29,40		13,12	37,28
1,08	37,56	29,20		12,98	36,32
1,09	36,78	29,00		12,84	35,36
1,10	36,00	28,80		12,70	34,40
1,11	35,18	28,58		12,56	33,60
1,12	34,36	28,36		12,42	32,80
1,13	33,54	28,14		12,28	32,00
1,14	32,72	27,92		12,14	31,20
1,15	31,90	27,70		12,00	30,40
1,16	31,32	27,54		11,90	29,76
1,17	30,74	27,38		11,80	29,12
1,18	30,16	27,22		11,70	28,48
1,19	29,58	27,06		11,60	27,84
1,20	29,00	26,90		11,50	27,20
1,21	28,44	26,74		11,42	26,66
1,22	27,88	26,58		11,34	26,12
1,23	27,32	26,42		11,26	25,58
1,24	26,76	26,26		11,18	25,04
1,25	26,20	26,10		11,10	24,50
1,26	25,78	26,00		11,02	24,06
1,27	25,36	25,90		10,94	23,62
1,28	24,94	25,80		10,86	23,18
1,29	24,52	25,70		10,78	22,74
1,30	24,10	25,60		10,70	22,30
1,31	23,70	25,50		10,62	21,92
1,32	23,30	25,40		10,54	21,54
1,33	22,90	25,30		10,46	21,16
1,34	22,50	25,20		10,38	20,78
1,35	22,10	25,10		10,30	20,40
1,36	21,80	25,04		10,24	20,08
1,37	21,50	24,98		10,18	19,76
1,38	21,20	24,92		10,12	19,44
1,39	20,90	24,86		10,06	19,12
1,40	20,60	24,80		10,00	18,80
1,41	20,34	24,76		9,95	18,54
1,42	20,08	24,72		9,90	18,28
1,43	19,82	24,68		9,85	18,02
1,44	19,56	24,64		9,80	17,76
1,45	19,30	24,60		9,75	17,50
1,46	19,06	24,56		9,70	17,26
1,47	18,82	24,52		9,65	17,02
1,48	18,58	24,48		9,60	16,78
1,49	18,34	24,44		9,55	16,54
1,50	18,10	24,40		9,50	16,30

Laje com 2 bordos maiores ly, livremente apoiados e 2 bordos menores lx, engastados				TIPO	4A
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,51	17,88	24,38		9,46	16,10
1,52	17,66	24,36		9,42	15,90
1,53	17,44	24,34		9,38	15,70
1,54	17,22	24,32		9,34	15,50
1,55	17,00	24,30		9,30	15,30
1,56	16,84	24,30		9,28	15,12
1,57	16,68	24,30		9,26	14,94
1,58	16,52	24,30		9,24	14,76
1,59	16,36	24,30		9,22	14,58
1,60	16,20	24,30		9,20	14,40
1,61	16,04	24,30		9,17	14,26
1,62	15,88	24,30		9,14	14,12
1,63	15,72	24,30		9,11	13,98
1,64	15,56	24,30		9,08	13,84
1,65	15,40	24,30		9,05	13,70
1,66	15,26	24,30		9,02	13,56
1,67	15,12	24,30		8,99	13,42
1,68	14,98	24,30		8,96	13,28
1,69	14,84	24,30		8,93	13,14
1,70	14,70	24,30		8,90	13,00
1,71	14,56	24,30		8,88	12,88
1,72	14,42	24,30		8,86	12,76
1,73	14,28	24,30		8,84	12,64
1,74	14,14	24,30		8,82	12,52
1,75	14,00	24,30		8,80	12,40
1,76	13,90	24,30		8,78	12,30
1,77	13,80	24,30		8,76	12,20
1,78	13,70	24,30		8,74	12,10
1,79	13,60	24,30		8,72	12,00
1,80	13,50	24,30		8,70	11,90
1,81	13,40	24,30		8,68	11,80
1,82	13,30	24,30		8,66	11,70
1,83	13,20	24,30		8,64	11,60
1,84	13,10	24,30		8,62	11,50
1,85	13,00	24,30		8,60	11,40
1,86	12,92	24,30		8,58	11,32
1,87	12,84	24,30		8,56	11,24
1,88	12,76	24,30		8,54	11,16
1,89	12,68	24,30		8,52	11,08
1,90	12,60	24,30		8,50	11,00
1,91	12,50	24,30		8,48	10,92
1,92	12,40	24,30		8,46	10,84
1,93	12,30	24,30		8,44	10,76
1,94	12,20	24,30		8,42	10,68
1,95	12,10	24,30		8,40	10,60
1,96	12,04	24,30		8,40	10,54
1,97	11,98	24,30		8,40	10,48
1,98	11,92	24,30		8,40	10,42
1,99	11,86	24,30		8,40	10,36
2,00	11,80	24,30		8,40	10,30
> 2,00	8,00	24,30		8,00	6,70

TABELAS DE LAJES de Czerny
Beton-Kalender (1976)
 Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Lajes com 2 bordos maiores ly engastados e 2 bordos menores lx livremente apoiados				TIPO 4B	
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,00	31,60	46,10	14,30		45,30
1,01	31,26	46,16	14,20		44,88
1,02	30,92	46,22	14,10		44,46
1,03	30,58	46,28	14,00		44,04
1,04	30,24	46,34	13,90		43,62
1,05	29,90	46,40	13,80		43,20
1,06	29,72	46,56	13,74		42,86
1,07	29,54	46,72	13,68		42,52
1,08	29,36	46,88	13,62		42,18
1,09	29,18	47,04	13,56		41,84
1,10	29,00	47,20	13,50		41,50
1,11	28,80	47,30	13,44		41,22
1,12	28,60	47,40	13,38		40,94
1,13	28,40	47,50	13,32		40,66
1,14	28,20	47,60	13,26		40,38
1,15	28,00	47,70	13,20		40,10
1,16	27,84	47,78	13,16		39,88
1,17	27,68	47,86	13,12		39,66
1,18	27,52	47,94	13,08		39,44
1,19	27,36	48,02	13,04		39,22
1,20	27,20	48,10	13,00		39,00
1,21	27,04	48,12	12,94		38,78
1,22	26,88	48,14	12,88		38,56
1,23	26,72	48,16	12,82		38,34
1,24	26,56	48,18	12,76		38,12
1,25	26,40	48,20	12,70		37,90
1,26	26,28	48,18	12,68		37,76
1,27	26,16	48,16	12,66		37,62
1,28	26,04	48,14	12,64		37,48
1,29	25,92	48,12	12,62		37,34
1,30	25,80	48,10	12,60		37,20
1,31	25,70	48,06	12,56		37,06
1,32	25,60	48,02	12,52		36,92
1,33	25,50	47,98	12,48		36,78
1,34	25,40	47,94	12,44		36,64
1,35	25,30	47,90	12,40		36,50
1,36	25,20	47,88	12,38		36,40
1,37	25,10	47,86	12,36		36,30
1,38	25,00	47,84	12,34		36,20
1,39	24,90	47,82	12,32		36,10
1,40	24,80	47,80	12,30		36,00
1,41	24,72	47,78	12,28		35,92
1,42	24,64	47,76	12,26		35,84
1,43	24,56	47,74	12,24		35,76
1,44	24,48	47,72	12,22		35,68
1,45	24,40	47,70	12,20		35,60
1,46	24,36	47,68	12,20		35,50
1,47	24,32	47,66	12,20		35,40
1,48	24,28	47,64	12,20		35,30
1,49	24,24	47,62	12,20		35,20
1,50	24,20	47,60	12,20		35,10

Lajes com 2 bordos maiores ly engastados e 2 bordos menores lx livremente apoiados				TIPO 4B	
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,51	24,16	47,60	12,18		35,02
1,52	24,12	47,60	12,16		34,94
1,53	24,08	47,60	12,14		34,86
1,54	24,04	47,60	12,12		34,78
1,55	24,00	47,60	12,10		34,70
1,56	24,00	47,60	12,08		34,66
1,57	24,00	47,60	12,06		34,62
1,58	24,00	47,60	12,04		34,58
1,59	24,00	47,60	12,02		34,54
1,60	24,00	47,60	12,00		34,50
1,61	24,00	47,60	12,00		34,44
1,62	24,00	47,60	12,00		34,38
1,63	24,00	47,60	12,00		34,32
1,64	24,00	47,60	12,00		34,26
1,65	24,00	47,60	12,00		34,20
1,66	24,00	47,56	12,00		34,14
1,67	24,00	47,52	12,00		34,08
1,68	24,00	47,48	12,00		34,02
1,69	24,00	47,44	12,00		33,96
1,70	24,00	47,40	12,00		33,90
1,71	24,00	47,38	12,00		33,88
1,72	24,00	47,36	12,00		33,86
1,73	24,00	47,34	12,00		33,84
1,74	24,00	47,32	12,00		33,82
1,75	24,00	47,30	12,00		33,80
1,76	24,00	47,28	12,00		33,78
1,77	24,00	47,26	12,00		33,76
1,78	24,00	47,24	12,00		33,74
1,79	24,00	47,22	12,00		33,72
1,80	24,00	47,20	12,00		33,70
1,81	24,00	47,18	12,00		33,68
1,82	24,00	47,16	12,00		33,66
1,83	24,00	47,14	12,00		33,64
1,84	24,00	47,12	12,00		33,62
1,85	24,00	47,10	12,00		33,60
1,86	24,00	47,10	12,00		33,58
1,87	24,00	47,10	12,00		33,56
1,88	24,00	47,10	12,00		33,54
1,89	24,00	47,10	12,00		33,52
1,90	24,00	47,10	12,00		33,50
1,91	24,00	47,10	12,00		33,48
1,92	24,00	47,10	12,00		33,46
1,93	24,00	47,10	12,00		33,44
1,94	24,00	47,10	12,00		33,42
1,95	24,00	47,10	12,00		33,40
1,96	24,00	47,08	12,00		33,38
1,97	24,00	47,06	12,00		33,36
1,98	24,00	47,04	12,00		33,34
1,99	24,00	47,02	12,00		33,32
2,00	24,00	47,00	12,00		33,30
> 2,00	24,00	47,00	12,00		32,00

TABELAS DE LAJES de Czerny

Beton-Kalender (1976)

Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Lajes com 2 bordos menores lx engastados, 1 apoio maior ly engastado e outro livremente apoiado				TIPO	5A
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,00	44,60	38,10	18,30	16,20	55,40
1,01	44,02	37,94	17,96	16,04	54,14
1,02	43,44	37,78	17,62	15,88	52,88
1,03	42,86	37,62	17,28	15,72	51,62
1,04	42,28	37,46	16,94	15,56	50,36
1,05	41,70	37,30	16,60	15,40	49,10
1,06	40,98	37,18	16,36	15,28	48,10
1,07	40,26	37,06	16,12	15,16	47,10
1,08	39,54	36,94	15,88	15,04	46,10
1,09	38,82	36,82	15,64	14,92	45,10
1,10	38,10	36,70	15,40	14,80	44,10
1,11	37,46	36,64	15,20	14,70	43,30
1,12	36,82	36,58	15,00	14,60	42,50
1,13	36,18	36,52	14,80	14,50	41,70
1,14	35,54	36,46	14,60	14,40	40,90
1,15	34,90	36,40	14,40	14,30	40,10
1,16	34,34	36,36	14,22	14,22	39,42
1,17	33,78	36,32	14,04	14,14	38,74
1,18	33,22	36,28	13,86	14,06	38,06
1,19	32,66	36,24	13,68	13,98	37,38
1,20	32,10	36,20	13,50	13,90	36,70
1,21	31,64	36,18	13,34	13,82	36,12
1,22	31,18	36,16	13,18	13,74	35,54
1,23	30,72	36,14	13,02	13,66	34,96
1,24	30,26	36,12	12,86	13,58	34,38
1,25	29,80	36,10	12,70	13,50	33,80
1,26	29,44	36,12	12,60	13,46	33,38
1,27	29,08	36,14	12,50	13,42	32,96
1,28	28,72	36,16	12,40	13,38	32,54
1,29	28,36	36,18	12,30	13,34	32,12
1,30	28,00	36,20	12,20	13,30	31,70
1,31	27,68	36,28	12,08	13,26	31,30
1,32	27,36	36,36	11,96	13,22	30,90
1,33	27,04	36,44	11,84	13,18	30,50
1,34	26,72	36,52	11,72	13,14	30,10
1,35	26,40	36,60	11,60	13,10	29,70
1,36	26,16	36,68	11,52	13,08	29,38
1,37	25,92	36,76	11,44	13,06	29,06
1,38	25,68	36,84	11,36	13,04	28,74
1,39	25,44	36,92	11,28	13,02	28,42
1,40	25,20	37,00	11,20	13,00	28,10
1,41	24,96	37,10	11,14	12,96	27,80
1,42	24,72	37,20	11,08	12,92	27,50
1,43	24,48	37,30	11,02	12,88	27,20
1,44	24,24	37,40	10,96	12,84	26,90
1,45	24,00	37,50	10,90	12,80	26,60
1,46	23,82	37,66	10,84	12,78	26,38
1,47	23,64	37,82	10,78	12,76	26,16
1,48	23,46	37,98	10,72	12,74	25,94
1,49	23,28	38,14	10,66	12,72	25,72
1,50	23,10	38,30	10,60	12,70	25,50

Lajes com 2 bordos menores lx engastados, 1 apoio maior ly engastado e outro livremente apoiado				TIPO	5A
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,51	22,94	38,50	10,54	12,68	25,30
1,52	22,78	38,70	10,48	12,66	25,10
1,53	22,62	38,90	10,42	12,64	24,90
1,54	22,46	39,10	10,36	12,62	24,70
1,55	22,30	39,30	10,30	12,60	24,50
1,56	22,18	39,50	10,26	12,60	24,32
1,57	22,06	39,70	10,22	12,60	24,14
1,58	21,94	39,90	10,18	12,60	23,96
1,59	21,82	40,10	10,14	12,60	23,78
1,60	21,70	40,30	10,10	12,60	23,60
1,61	21,58	40,52	10,06	12,58	23,44
1,62	21,46	40,74	10,02	12,56	23,28
1,63	21,34	40,96	9,98	12,54	23,12
1,64	21,22	41,18	9,94	12,52	22,96
1,65	21,10	41,40	9,90	12,50	22,80
1,66	20,96	41,66	9,86	12,50	22,66
1,67	20,82	41,92	9,82	12,50	22,52
1,68	20,68	42,18	9,78	12,50	22,38
1,69	20,54	42,44	9,74	12,50	22,24
1,70	20,40	42,70	9,70	12,50	22,10
1,71	20,32	42,92	9,66	12,48	21,98
1,72	20,24	43,14	9,62	12,46	21,86
1,73	20,16	43,36	9,58	12,44	21,74
1,74	20,08	43,58	9,54	12,42	21,62
1,75	20,00	43,80	9,50	12,40	21,50
1,76	19,90	44,00	9,48	12,40	21,40
1,77	19,80	44,20	9,46	12,40	21,30
1,78	19,70	44,40	9,44	12,40	21,20
1,79	19,60	44,60	9,42	12,40	21,10
1,80	19,50	44,80	9,40	12,40	21,00
1,81	19,42	45,02	9,36	12,38	20,90
1,82	19,34	45,24	9,32	12,36	20,80
1,83	19,26	45,46	9,28	12,34	20,70
1,84	19,18	45,68	9,24	12,32	20,60
1,85	19,10	45,90	9,20	12,30	20,50
1,86	19,02	46,06	9,16	12,30	20,42
1,87	18,94	46,22	9,12	12,30	20,34
1,88	18,86	46,38	9,08	12,30	20,26
1,89	18,78	46,54	9,04	12,30	20,18
1,90	18,70	46,70	9,00	12,30	20,10
1,91	18,64	46,90	8,98	12,30	20,02
1,92	18,58	47,10	8,96	12,30	19,94
1,93	18,52	47,30	8,94	12,30	19,86
1,94	18,46	47,50	8,92	12,30	19,78
1,95	18,40	47,70	8,90	12,30	19,70
1,96	18,32	47,88	8,88	12,30	19,62
1,97	18,24	48,06	8,86	12,30	19,54
1,98	18,16	48,24	8,84	12,30	19,46
1,99	18,08	48,42	8,82	12,30	19,38
2,00	18,00	48,60	8,80	12,30	19,30
> 2,00	14,20	48,60	8,00	12,00	16,70

TABELAS DE LAJES de Czerny

Beton-Kalender (1976)

Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Lajes com 2 bordos maiores ly engastados, um lado menor lx engastado e outro livremente apoiado				TIPO 5B	
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,00	38,10	44,60	16,20	18,30	55,40
1,01	37,58	44,64	16,02	18,22	54,64
1,02	37,06	44,68	15,84	18,14	53,88
1,03	36,54	44,72	15,66	18,06	53,12
1,04	36,02	44,76	15,48	17,98	52,36
1,05	35,50	44,80	15,30	17,90	51,60
1,06	35,14	44,98	15,20	17,86	51,02
1,07	34,78	45,16	15,10	17,82	50,44
1,08	34,42	45,34	15,00	17,78	49,86
1,09	34,06	45,52	14,90	17,74	49,28
1,10	33,70	45,70	14,80	17,70	48,70
1,11	33,36	45,98	14,68	17,68	48,18
1,12	33,02	46,26	14,56	17,66	47,66
1,13	32,68	46,54	14,44	17,64	47,14
1,14	32,34	46,82	14,32	17,62	46,62
1,15	32,00	47,10	14,20	17,60	46,10
1,16	31,74	47,20	14,14	17,58	45,70
1,17	31,48	47,30	14,08	17,56	45,30
1,18	31,22	47,40	14,02	17,54	44,90
1,19	30,96	47,50	13,96	17,52	44,50
1,20	30,70	47,60	13,90	17,50	44,10
1,21	30,46	47,62	13,82	17,50	43,78
1,22	30,22	47,64	13,74	17,50	43,46
1,23	29,98	47,66	13,66	17,50	43,14
1,24	29,74	47,68	13,58	17,50	42,82
1,25	29,50	47,70	13,50	17,50	42,50
1,26	29,28	47,70	13,44	17,50	42,24
1,27	29,06	47,70	13,38	17,50	41,98
1,28	28,84	47,70	13,32	17,50	41,72
1,29	28,62	47,70	13,26	17,50	41,46
1,30	28,40	47,70	13,20	17,50	41,20
1,31	28,24	47,74	13,14	17,50	40,94
1,32	28,08	47,78	13,08	17,50	40,68
1,33	27,92	47,82	13,02	17,50	40,42
1,34	27,76	47,86	12,96	17,50	40,16
1,35	27,60	47,90	12,90	17,50	39,90
1,36	27,44	47,94	12,86	17,50	39,70
1,37	27,28	47,98	12,82	17,50	39,50
1,38	27,12	48,02	12,78	17,50	39,30
1,39	26,96	48,06	12,74	17,50	39,10
1,40	26,80	48,10	12,70	17,50	38,90
1,41	26,68	48,14	12,68	17,50	38,72
1,42	26,56	48,18	12,66	17,50	38,54
1,43	26,44	48,22	12,64	17,50	38,36
1,44	26,32	48,26	12,62	17,50	38,18
1,45	26,20	48,30	12,60	17,50	38,00
1,46	26,10	48,38	12,58	17,50	37,84
1,47	26,00	48,46	12,56	17,50	37,68
1,48	25,90	48,54	12,54	17,50	37,52
1,49	25,80	48,62	12,52	17,50	37,36
1,50	25,70	48,70	12,50	17,50	37,20
1,51	25,60	48,76	12,48	17,50	37,06
1,52	25,50	48,82	12,46	17,50	36,92
1,53	25,40	48,88	12,44	17,50	36,78
1,54	25,30	48,94	12,42	17,50	36,64
1,55	25,20	49,00	12,40	17,50	36,50
1,56	25,12	49,08	12,38	17,50	36,40
1,57	25,04	49,16	12,36	17,50	36,30
1,58	24,96	49,24	12,34	17,50	36,20
1,59	24,88	49,32	12,32	17,50	36,10
1,60	24,80	49,40	12,30	17,50	36,00
1,61	24,74	49,48	12,28	17,50	35,88
1,62	24,68	49,56	12,26	17,50	35,76
1,63	24,62	49,64	12,24	17,50	35,64
1,64	24,56	49,72	12,22	17,50	35,52
1,65	24,50	49,80	12,20	17,50	35,40
1,66	24,44	49,88	12,20	17,50	35,32
1,67	24,38	49,96	12,20	17,50	35,24
1,68	24,32	50,04	12,20	17,50	35,16
1,69	24,26	50,12	12,20	17,50	35,08
1,70	24,20	50,20	12,20	17,50	35,00
1,71	24,16	50,30	12,18	17,50	34,92
1,72	24,12	50,40	12,16	17,50	34,84
1,73	24,08	50,50	12,14	17,50	34,76
1,74	24,04	50,60	12,12	17,50	34,68
1,75	24,00	50,70	12,10	17,50	34,60
1,76	24,00	50,82	12,10	17,50	34,56
1,77	24,00	50,94	12,10	17,50	34,52
1,78	24,00	51,06	12,10	17,50	34,48
1,79	24,00	51,18	12,10	17,50	34,44
1,80	24,00	51,30	12,10	17,50	34,40
1,81	24,00	51,44	12,08	17,50	34,36
1,82	24,00	51,58	12,06	17,50	34,32
1,83	24,00	51,72	12,04	17,50	34,28
1,84	24,00	51,86	12,02	17,50	34,24
1,85	24,00	52,00	12,00	17,50	34,20
1,86	24,00	52,12	12,00	17,50	34,14
1,87	24,00	52,24	12,00	17,50	34,08
1,88	24,00	52,36	12,00	17,50	34,02
1,89	24,00	52,48	12,00	17,50	33,96
1,90	24,00	52,60	12,00	17,50	33,90
1,91	24,00	52,76	12,00	17,50	33,88
1,92	24,00	52,92	12,00	17,50	33,86
1,93	24,00	53,08	12,00	17,50	33,84
1,94	24,00	53,24	12,00	17,50	33,82
1,95	24,00	53,40	12,00	17,50	33,80
1,96	24,00	53,54	12,00	17,50	33,78
1,97	24,00	53,68	12,00	17,50	33,76
1,98	24,00	53,82	12,00	17,50	33,74
1,99	24,00	53,96	12,00	17,50	33,72
2,00	24,00	54,10	12,00	17,50	33,70
> 2,00	24,00	54,00	12,00	17,50	32,00

TABELAS DE LAJES de Czerny
Beton-Kalender (1976)
 Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Laje com os 4 bordos engastados				TIPO 6	
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,00	47,30	47,30	19,40	19,40	68,50
1,01	46,46	47,30	19,16	19,28	67,28
1,02	45,62	47,30	18,92	19,16	66,06
1,03	44,78	47,30	18,68	19,04	64,84
1,04	43,94	47,30	18,44	18,92	63,62
1,05	43,10	47,30	18,20	18,80	62,40
1,06	42,48	47,40	17,98	18,72	61,44
1,07	41,86	47,50	17,76	18,64	60,48
1,08	41,24	47,60	17,54	18,56	59,52
1,09	40,62	47,70	17,32	18,48	58,56
1,10	40,00	47,80	17,10	18,40	57,60
1,11	39,46	47,90	16,94	18,34	56,76
1,12	38,92	48,00	16,78	18,28	55,92
1,13	38,38	48,10	16,62	18,22	55,08
1,14	37,84	48,20	16,46	18,16	54,24
1,15	37,30	48,30	16,30	18,10	53,40
1,16	36,88	48,50	16,14	18,06	52,78
1,17	36,46	48,70	15,98	18,02	52,16
1,18	36,04	48,90	15,82	17,98	51,54
1,19	35,62	49,10	15,66	17,94	50,92
1,20	35,20	49,30	15,50	17,90	50,30
1,21	34,84	49,54	15,38	17,86	49,76
1,22	34,48	49,78	15,26	17,82	49,22
1,23	34,12	50,02	15,14	17,78	48,68
1,24	33,76	50,26	15,02	17,74	48,14
1,25	33,40	50,50	14,90	17,70	47,60
1,26	33,08	50,74	14,82	17,68	47,14
1,27	32,76	50,98	14,74	17,66	46,68
1,28	32,44	51,22	14,66	17,64	46,22
1,29	32,12	51,46	14,58	17,62	45,76
1,30	31,80	51,70	14,50	17,60	45,30
1,31	31,58	52,02	14,40	17,58	44,92
1,32	31,36	52,34	14,30	17,56	44,54
1,33	31,14	52,66	14,20	17,54	44,16
1,34	30,92	52,98	14,10	17,52	43,78
1,35	30,70	53,30	14,00	17,50	43,40
1,36	30,48	53,60	13,94	17,50	43,12
1,37	30,26	53,90	13,88	17,50	42,84
1,38	30,04	54,20	13,82	17,50	42,56
1,39	29,82	54,50	13,76	17,50	42,28
1,40	29,60	54,80	13,70	17,50	42,00
1,41	29,40	55,12	13,64	17,50	41,70
1,42	29,20	55,44	13,58	17,50	41,40
1,43	29,00	55,76	13,52	17,50	41,10
1,44	28,80	56,08	13,46	17,50	40,80
1,45	28,60	56,40	13,40	17,50	40,50
1,46	28,44	56,58	13,36	17,50	40,30
1,47	28,28	56,76	13,32	17,50	40,10
1,48	28,12	56,94	13,28	17,50	39,90
1,49	27,96	57,12	13,24	17,50	39,70
1,50	27,80	57,30	13,20	17,50	39,50

Laje com os 4 bordos engastados				TIPO 6	
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,51	27,68	57,36	13,16	17,50	39,28
1,52	27,56	57,42	13,12	17,50	39,06
1,53	27,44	57,48	13,08	17,50	38,84
1,54	27,32	57,54	13,04	17,50	38,62
1,55	27,20	57,60	13,00	17,50	38,40
1,56	27,08	57,64	12,96	17,50	38,24
1,57	26,96	57,68	12,92	17,50	38,08
1,58	26,84	57,72	12,88	17,50	37,92
1,59	26,72	57,76	12,84	17,50	37,76
1,60	26,60	57,80	12,80	17,50	37,60
1,61	26,50	57,82	12,78	17,50	37,46
1,62	26,40	57,84	12,76	17,50	37,32
1,63	26,30	57,86	12,74	17,50	37,18
1,64	26,20	57,88	12,72	17,50	37,04
1,65	26,10	57,90	12,70	17,50	36,90
1,66	25,98	57,88	12,66	17,50	36,78
1,67	25,86	57,86	12,62	17,50	36,66
1,68	25,74	57,84	12,58	17,50	36,54
1,69	25,62	57,82	12,54	17,50	36,42
1,70	25,50	57,80	12,50	17,50	36,30
1,71	25,42	57,78	12,48	17,50	36,20
1,72	25,34	57,76	12,46	17,50	36,10
1,73	25,26	57,74	12,44	17,50	36,00
1,74	25,18	57,72	12,42	17,50	35,90
1,75	25,10	57,70	12,40	17,50	35,80
1,76	25,04	57,68	12,38	17,50	35,72
1,77	24,98	57,66	12,36	17,50	35,64
1,78	24,92	57,64	12,34	17,50	35,56
1,79	24,86	57,62	12,32	17,50	35,48
1,80	24,80	57,60	12,30	17,50	35,40
1,81	24,74	57,58	12,28	17,50	35,34
1,82	24,68	57,56	12,26	17,50	35,28
1,83	24,62	57,54	12,24	17,50	35,22
1,84	24,56	57,52	12,22	17,50	35,16
1,85	24,50	57,50	12,20	17,50	35,10
1,86	24,44	57,48	12,18	17,50	35,02
1,87	24,38	57,46	12,16	17,50	34,94
1,88	24,32	57,44	12,14	17,50	34,86
1,89	24,26	57,42	12,12	17,50	34,78
1,90	24,20	57,40	12,10	17,50	34,70
1,91	24,16	57,36	12,08	17,50	34,66
1,92	24,12	57,32	12,06	17,50	34,62
1,93	24,08	57,28	12,04	17,50	34,58
1,94	24,04	57,24	12,02	17,50	34,54
1,95	24,00	57,20	12,00	17,50	34,50
1,96	24,00	57,18	12,00	17,50	34,46
1,97	24,00	57,16	12,00	17,50	34,42
1,98	24,00	57,14	12,00	17,50	34,38
1,99	24,00	57,12	12,00	17,50	34,34
2,00	24,00	57,10	12,00	17,50	34,30
> 2,00	24,00	57,00	12,00	17,50	32,00

TABELAS DE LAJES de Czerny
Beton-Kalender (1976)
 Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Laje com os 4 bordos livremente apoiados				TIPO 1	
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,00	22,70	22,70			21,40
1,01	22,32	22,66			21,00
1,02	21,94	22,62			20,60
1,03	21,56	22,58			20,20
1,04	21,18	22,54			19,80
1,05	20,80	22,50			19,40
1,06	20,50	22,46			19,08
1,07	20,20	22,42			18,76
1,08	19,90	22,38			18,44
1,09	19,60	22,34			18,12
1,10	19,30	22,30			17,80
1,11	19,06	22,30			17,54
1,12	18,82	22,30			17,28
1,13	18,58	22,30			17,02
1,14	18,34	22,30			16,76
1,15	18,10	22,30			16,50
1,16	17,86	22,30			16,28
1,17	17,62	22,30			16,06
1,18	17,38	22,30			15,84
1,19	17,14	22,30			15,62
1,20	16,90	22,30			15,40
1,21	16,70	22,32			15,18
1,22	16,50	22,34			14,96
1,23	16,30	22,36			14,74
1,24	16,10	22,38			14,52
1,25	15,90	22,40			14,30
1,26	15,76	22,46			14,16
1,27	15,62	22,52			14,02
1,28	15,48	22,58			13,88
1,29	15,34	22,64			13,74
1,30	15,20	22,70			13,60
1,31	15,04	22,74			13,46
1,32	14,88	22,78			13,32
1,33	14,72	22,82			13,18
1,34	14,56	22,86			13,04
1,35	14,40	22,90			12,90
1,36	14,28	22,94			12,78
1,37	14,16	22,98			12,66
1,38	14,04	23,02			12,54
1,39	13,92	23,06			12,42
1,40	13,80	23,10			12,30
1,41	13,68	23,14			12,18
1,42	13,56	23,18			12,06
1,43	13,44	23,22			11,94
1,44	13,32	23,26			11,82
1,45	13,20	23,30			11,70
1,46	13,10	23,34			11,60
1,47	13,00	23,38			11,50
1,48	12,90	23,42			11,40
1,49	12,80	23,46			11,30
1,50	12,70	23,50			11,20

Laje com os 4 bordos livremente apoiados				TIPO 1	
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,51	12,62	23,50			11,12
1,52	12,54	23,50			11,04
1,53	12,46	23,50			10,96
1,54	12,38	23,50			10,88
1,55	12,30	23,50			10,80
1,56	12,22	23,50			10,72
1,57	12,14	23,50			10,64
1,58	12,06	23,50			10,56
1,59	11,98	23,50			10,48
1,60	11,90	23,50			10,40
1,61	11,82	23,50			10,34
1,62	11,74	23,50			10,28
1,63	11,66	23,50			10,22
1,64	11,58	23,50			10,16
1,65	11,50	23,50			10,10
1,66	11,44	23,50			10,04
1,67	11,38	23,50			9,98
1,68	11,32	23,50			9,92
1,69	11,26	23,50			9,86
1,70	11,20	23,50			9,80
1,71	11,12	23,50			9,74
1,72	11,04	23,50			9,68
1,73	10,96	23,50			9,62
1,74	10,88	23,50			9,56
1,75	10,80	23,50			9,50
1,76	10,78	23,50			9,46
1,77	10,76	23,50			9,42
1,78	10,74	23,50			9,38
1,79	10,72	23,50			9,34
1,80	10,70	23,50			9,30
1,81	10,64	23,50			9,26
1,82	10,58	23,50			9,22
1,83	10,52	23,50			9,18
1,84	10,46	23,50			9,14
1,85	10,40	23,50			9,10
1,86	10,36	23,50			9,06
1,87	10,32	23,50			9,02
1,88	10,28	23,50			8,98
1,89	10,24	23,50			8,94
1,90	10,20	23,50			8,90
1,91	10,18	23,50			8,86
1,92	10,16	23,50			8,82
1,93	10,14	23,50			8,78
1,94	10,12	23,50			8,74
1,95	10,10	23,50			8,70
1,96	10,06	23,50			8,68
1,97	10,02	23,50			8,66
1,98	9,98	23,50			8,64
1,99	9,94	23,50			8,62
2,00	9,90	23,50			8,60
> 2,00	8,00	23,50			6,70

TABELAS DE LAJES de Czerny

Beton-Kalender (1976)

Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Laje com 3 bordos livremente apoiados e 1 bordo menor (lx) engastado				TIPO 2A	
λ	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	32,40	26,50		11,90	
1,01	31,76	26,20		11,78	
1,02	31,12	25,90		11,66	
1,03	30,48	25,60		11,54	
1,04	29,84	25,30		11,42	
1,05	29,20	25,00		11,30	
1,06	28,58	24,88		11,22	
1,07	27,96	24,76		11,14	
1,08	27,34	24,64		11,06	
1,09	26,72	24,52		10,98	
1,10	26,10	24,40		10,90	
1,11	25,62	24,30		10,80	
1,12	25,14	24,20		10,70	
1,13	24,66	24,10		10,60	
1,14	24,18	24,00		10,50	
1,15	23,70	23,90		10,40	
1,16	23,36	23,88		10,34	
1,17	23,02	23,86		10,28	
1,18	22,68	23,84		10,22	
1,19	22,34	23,82		10,16	
1,20	22,00	23,80		10,10	
1,21	21,64	23,76		10,04	
1,22	21,28	23,72		9,98	
1,23	20,92	23,68		9,92	
1,24	20,56	23,64		9,86	
1,25	20,20	23,60		9,80	
1,26	19,96	23,62		9,70	
1,27	19,72	23,64		9,60	
1,28	19,48	23,66		9,50	
1,29	19,24	23,68		9,40	
1,30	19,00	23,70		9,30	
1,31	18,76	23,70		9,30	
1,32	18,52	23,70		9,30	
1,33	18,28	23,70		9,30	
1,34	18,04	23,70		9,30	
1,35	17,80	23,70		9,30	
1,36	17,60	23,72		9,28	
1,37	17,40	23,74		9,26	
1,38	17,20	23,76		9,24	
1,39	17,00	23,78		9,22	
1,40	16,80	23,80		9,20	
1,41	16,60	23,82		9,16	
1,42	16,40	23,84		9,12	
1,43	16,20	23,86		9,08	
1,44	16,00	23,88		9,04	
1,45	15,80	23,90		9,00	
1,46	15,66	23,92		8,98	
1,47	15,52	23,94		8,96	
1,48	15,38	23,96		8,94	
1,49	15,24	23,98		8,92	
1,50	15,10	24,00		8,90	
1,51	14,94	24,00		8,88	
1,52	14,78	24,00		8,86	
1,53	14,62	24,00		8,84	
1,54	14,46	24,00		8,82	
1,55	14,30	24,00		8,80	
1,56	14,20	24,00		8,78	
1,57	14,10	24,00		8,76	
1,58	14,00	24,00		8,74	
1,59	13,90	24,00		8,72	
1,60	13,80	24,00		8,70	
1,61	13,68	24,00		8,68	
1,62	13,56	24,00		8,66	
1,63	13,44	24,00		8,64	
1,64	13,32	24,00		8,62	
1,65	13,20	24,00		8,60	
1,66	13,12	24,00		8,58	
1,67	13,04	24,00		8,56	
1,68	12,96	24,00		8,54	
1,69	12,88	24,00		8,52	
1,70	12,80	24,00		8,50	
1,71	12,70	24,00		8,49	
1,72	12,60	24,00		8,48	
1,73	12,50	24,00		8,47	
1,74	12,40	24,00		8,46	
1,75	12,30	24,00		8,45	
1,76	12,24	24,00		8,44	
1,77	12,18	24,00		8,43	
1,78	12,12	24,00		8,42	
1,79	12,06	24,00		8,41	
1,80	12,00	24,00		8,40	
1,81	11,90	24,00		8,39	
1,82	11,80	24,00		8,38	
1,83	11,70	24,00		8,37	
1,84	11,60	24,00		8,36	
1,85	11,50	24,00		8,35	
1,86	11,46	24,00		8,34	
1,87	11,42	24,00		8,33	
1,88	11,38	24,00		8,32	
1,89	11,34	24,00		8,31	
1,90	11,30	24,00		8,30	
1,91	11,22	24,00		8,29	
1,92	11,14	24,00		8,28	
1,93	11,06	24,00		8,27	
1,94	10,98	24,00		8,26	
1,95	10,90	24,00		8,25	
1,96	10,88	24,00		8,24	
1,97	10,86	24,00		8,23	
1,98	10,84	24,00		8,22	
1,99	10,82	24,00		8,21	
2,00	10,80	24,00		8,20	
> 2,00	8,00	24,00		8,00	

TABELAS DE LAJES de Czerny

Beton-Kalender (1976)

Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Laje com 3 bordos livremente apoiados e 1 bordo maior (ly) engastado				TIPO 2B	
λ	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	26,50	32,40	11,90		
1,01	26,34	32,58	11,78		
1,02	26,18	32,76	11,66		
1,03	26,02	32,94	11,54		
1,04	25,86	33,12	11,42		
1,05	25,70	33,30	11,30		
1,06	25,44	33,42	11,22		
1,07	25,18	33,54	11,14		
1,08	24,92	33,66	11,06		
1,09	24,66	33,78	10,98		
1,10	24,40	33,90	10,90		
1,11	24,18	34,02	10,82		
1,12	23,96	34,14	10,74		
1,13	23,74	34,26	10,66		
1,14	23,52	34,38	10,58		
1,15	23,30	34,50	10,50		
1,16	23,10	34,58	10,44		
1,17	22,90	34,66	10,38		
1,18	22,70	34,74	10,32		
1,19	22,50	34,82	10,26		
1,20	22,30	34,90	10,20		
1,21	22,12	34,96	10,14		
1,22	21,94	35,02	10,08		
1,23	21,76	35,08	10,02		
1,24	21,58	35,14	9,96		
1,25	21,40	35,20	9,90		
1,26	21,26	35,24	9,86		
1,27	21,12	35,28	9,82		
1,28	20,98	35,32	9,78		
1,29	20,84	35,36	9,74		
1,30	20,70	35,40	9,70		
1,31	20,58	35,88	9,64		
1,32	20,46	36,36	9,58		
1,33	20,34	36,84	9,52		
1,34	20,22	37,32	9,46		
1,35	20,10	37,80	9,40		
1,36	20,02	38,22	9,38		
1,37	19,94	38,64	9,36		
1,38	19,86	39,06	9,34		
1,39	19,78	39,48	9,32		
1,40	19,70	39,90	9,30		
1,41	19,60	40,14	9,26		
1,42	19,50	40,38	9,22		
1,43	19,40	40,62	9,18		
1,44	19,30	40,86	9,14		
1,45	19,20	41,10	9,10		
1,46	19,12	41,38	9,08		
1,47	19,04	41,66	9,06		
1,48	18,96	41,94	9,04		
1,49	18,88	42,22	9,02		
1,50	18,80	42,50	9,00		
1,51	18,70	42,50	8,98		
1,52	18,60	42,50	8,96		
1,53	18,50	42,50	8,94		
1,54	18,40	42,50	8,92		
1,55	18,30	42,50	8,90		
1,56	18,20	42,50	8,88		
1,57	18,10	42,50	8,86		
1,58	18,00	42,50	8,84		
1,59	17,90	42,50	8,82		
1,60	17,80	42,50	8,80		
1,61	17,74	42,50	8,78		
1,62	17,68	42,50	8,76		
1,63	17,62	42,50	8,74		
1,64	17,56	42,50	8,72		
1,65	17,50	42,50	8,70		
1,66	17,44	42,50	8,68		
1,67	17,38	42,50	8,66		
1,68	17,32	42,50	8,64		
1,69	17,26	42,50	8,62		
1,70	17,20	42,50	8,60		
1,71	17,16	42,50	8,58		
1,72	17,12	42,50	8,56		
1,73	17,08	42,50	8,54		
1,74	17,04	42,50	8,52		
1,75	17,00	42,50	8,50		
1,76	16,96	42,50	8,48		
1,77	16,92	42,50	8,46		
1,78	16,88	42,50	8,44		
1,79	16,84	42,50	8,42		
1,80	16,80	42,50	8,40		
1,81	16,74	42,50	8,38		
1,82	16,68	42,50	8,36		
1,83	16,62	42,50	8,34		
1,84	16,56	42,50	8,32		
1,85	16,50	42,50	8,30		
1,86	16,48	42,50	8,30		
1,87	16,46	42,50	8,30		
1,88	16,44	42,50	8,30		
1,89	16,42	42,50	8,30		
1,90	16,40	42,50	8,30		
1,91	16,38	42,50	8,30		
1,92	16,36	42,50	8,30		
1,93	16,34	42,50	8,30		
1,94	16,32	42,50	8,30		
1,95	16,30	42,50	8,30		
1,96	16,28	42,50	8,30		
1,97	16,26	42,50	8,30		
1,98	16,24	42,50	8,30		
1,99	16,22	42,50	8,30		
2,00	16,20	42,50	8,30		
> 2,00	14,20	42,50	8,00		

TABELAS DE LAJES de Czerny

Beton-Kalender (1976)

Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Lajes com 2 bordos adjacentes engastados e os outros 2 livremente apoiados				TIPO 3	
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,00	34,50	34,50	14,30	14,30	41,30
1,01	34,02	34,34	14,10	14,20	40,46
1,02	33,54	34,18	13,90	14,10	39,62
1,03	33,06	34,02	13,70	14,00	38,78
1,04	32,58	33,86	13,50	13,90	37,94
1,05	32,10	33,70	13,30	13,80	37,10
1,06	31,70	33,74	13,18	13,76	36,58
1,07	31,30	33,78	13,06	13,72	36,06
1,08	30,90	33,82	12,94	13,68	35,54
1,09	30,50	33,86	12,82	13,64	35,02
1,10	30,10	33,90	12,70	13,60	34,50
1,11	29,68	33,90	12,56	13,54	33,94
1,12	29,26	33,90	12,42	13,48	33,38
1,13	28,84	33,90	12,28	13,42	32,82
1,14	28,42	33,90	12,14	13,36	32,26
1,15	28,00	33,90	12,00	13,30	31,70
1,16	27,68	33,92	11,90	13,26	31,34
1,17	27,36	33,94	11,80	13,22	30,98
1,18	27,04	33,96	11,70	13,18	30,62
1,19	26,72	33,98	11,60	13,14	30,26
1,20	26,40	34,00	11,50	13,10	29,90
1,21	26,10	34,08	11,42	13,06	29,56
1,22	25,80	34,16	11,34	13,02	29,22
1,23	25,50	34,24	11,26	12,98	28,88
1,24	25,20	34,32	11,18	12,94	28,54
1,25	24,90	34,40	11,10	12,90	28,20
1,26	24,68	34,52	11,02	12,88	27,92
1,27	24,46	34,64	10,94	12,86	27,64
1,28	24,24	34,76	10,86	12,84	27,36
1,29	24,02	34,88	10,78	12,82	27,08
1,30	23,80	35,00	10,70	12,80	26,80
1,31	23,64	35,32	10,62	12,78	26,54
1,32	23,48	35,64	10,54	12,76	26,28
1,33	23,32	35,96	10,46	12,74	26,02
1,34	23,16	36,28	10,38	12,72	25,76
1,35	23,00	36,60	10,30	12,70	25,50
1,36	22,84	36,84	10,24	12,68	25,30
1,37	22,68	37,08	10,18	12,66	25,10
1,38	22,52	37,32	10,12	12,64	24,90
1,39	22,36	37,56	10,06	12,62	24,70
1,40	22,20	37,80	10,00	12,60	24,50
1,41	22,04	38,06	9,96	12,58	24,30
1,42	21,88	38,32	9,92	12,56	24,10
1,43	21,72	38,58	9,88	12,54	23,90
1,44	21,56	38,84	9,84	12,52	23,70
1,45	21,40	39,10	9,80	12,50	23,50
1,46	21,26	39,32	9,76	12,48	23,34
1,47	21,12	39,54	9,72	12,46	23,18
1,48	20,98	39,76	9,68	12,44	23,02
1,49	20,84	39,98	9,64	12,42	22,86
1,50	20,70	40,20	9,60	12,40	22,70

Lajes com 2 bordos adjacentes engastados e os outros 2 livremente apoiados				TIPO 3	
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,51	20,60	40,20	9,56	12,38	22,58
1,52	20,50	40,20	9,52	12,36	22,46
1,53	20,40	40,20	9,48	12,34	22,34
1,54	20,30	40,20	9,44	12,32	22,22
1,55	20,20	40,20	9,40	12,30	22,10
1,56	20,10	40,20	9,36	12,30	21,98
1,57	20,00	40,20	9,32	12,30	21,86
1,58	19,90	40,20	9,28	12,30	21,74
1,59	19,80	40,20	9,24	12,30	21,62
1,60	19,70	40,20	9,20	12,30	21,50
1,61	19,60	40,20	9,18	12,28	21,40
1,62	19,50	40,20	9,16	12,26	21,30
1,63	19,40	40,20	9,14	12,24	21,20
1,64	19,30	40,20	9,12	12,22	21,10
1,65	19,20	40,20	9,10	12,20	21,00
1,66	19,12	40,20	9,06	12,20	20,90
1,67	19,04	40,20	9,02	12,20	20,80
1,68	18,96	40,20	8,98	12,20	20,70
1,69	18,88	40,20	8,94	12,20	20,60
1,70	18,80	40,20	8,90	12,20	20,50
1,71	18,72	40,20	8,88	12,20	20,42
1,72	18,64	40,20	8,86	12,20	20,34
1,73	18,56	40,20	8,84	12,20	20,26
1,74	18,48	40,20	8,82	12,20	20,18
1,75	18,40	40,20	8,80	12,20	20,10
1,76	18,34	40,20	8,78	12,20	20,02
1,77	18,28	40,20	8,76	12,20	19,94
1,78	18,22	40,20	8,74	12,20	19,86
1,79	18,16	40,20	8,72	12,20	19,78
1,80	18,10	40,20	8,70	12,20	19,70
1,81	18,04	40,20	8,68	12,20	19,64
1,82	17,98	40,20	8,66	12,20	19,58
1,83	17,92	40,20	8,64	12,20	19,52
1,84	17,86	40,20	8,62	12,20	19,46
1,85	17,80	40,20	8,60	12,20	19,40
1,86	17,74	40,20	8,58	12,20	19,32
1,87	17,68	40,20	8,56	12,20	19,24
1,88	17,62	40,20	8,54	12,20	19,16
1,89	17,56	40,20	8,52	12,20	19,08
1,90	17,50	40,20	8,50	12,20	19,00
1,91	17,44	40,20	8,48	12,20	18,96
1,92	17,38	40,20	8,46	12,20	18,92
1,93	17,32	40,20	8,44	12,20	18,88
1,94	17,26	40,20	8,42	12,20	18,84
1,95	17,20	40,20	8,40	12,20	18,80
1,96	17,18	40,20	8,40	12,20	18,74
1,97	17,16	40,20	8,40	12,20	18,68
1,98	17,14	40,20	8,40	12,20	18,62
1,99	17,12	40,20	8,40	12,20	18,56
2,00	17,10	40,20	8,40	12,20	18,50
> 2,00	14,20	40,20	8,00	12,00	16,70