

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

BÁRBARA SCARDINI DOMINGUES

**DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PILARES MISTOS DE AÇO REVESTIDOS
DE CONCRETO VIA ALGORITMOS GENÉTICO (AG) E DE DISPERSÃO DE
PARTÍCULAS (PSO): ANÁLISE DE IMPACTO AMBIENTAL**

VITÓRIA

2022

BÁRBARA SCARDINI DOMINGUES

**DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PILARES MISTOS DE AÇO REVESTIDOS
DE CONCRETO VIA ALGORITMOS GENÉTICO (AG) E DE DISPERSÃO DE
PARTÍCULAS (PSO): ANÁLISE DE IMPACTO AMBIENTAL**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil, orientado pelo Prof. Dr. Elcio Cassimiro Alves.

VITÓRIA

2022

BÁRBARA SCARDINI DOMINGUES

**DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PILARES MISTOS DE AÇO REVESTIDOS
DE CONCRETO VIA ALGORITMOS GENÉTICO (AG) E DE DISPERSÃO DE
PARTÍCULAS (PSO): ANÁLISE DE IMPACTO AMBIENTAL**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado ao Centro Tecnológico da
Universidade Federal do Espírito Santo,
como requisito parcial para a obtenção do
título de Bacharel em Engenharia Civil.

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador

Prof^a. Dr^a. Adenilcia Fernanda Grobério
Calenzani
Universidade Federal do Espírito Santo
Examinadora

Prof^a. Dr^a. Juliana da Cruz Vianna Pires
Universidade Federal do Espírito Santo
Examinadora

RESUMO

Os pilares mistos revestidos são compostos por um perfil de aço envoltos por uma seção de concreto, com ganhos consideráveis em resistência quando comparado com o pilar de aço isolado. Com o avanço tecnológico e o aumento da demanda por processos sustentáveis na construção civil, a busca por projetos estruturais ótimos não pode se limitar a fatores técnicos e financeiros. Nesse sentido, este trabalho tem como objetivo apresentar uma formulação para o dimensionamento otimizado de pilares mistos totalmente revestidos, escolhendo como função a emissão de CO₂ durante o processo de fabricação do concreto, perfil de aço, forma e armadura. Foi elaborada uma rotina computacional com interface gráfica por meio do Matlab@2020, utilizando as prescrições de projeto da ABNT NBR 8800:2008 e tomando como base o Algoritmo Genético (AG), nativo da caixa de ferramentas de otimização do programa, e um algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO) implementado. Resultados de cálculo do programa foram comparados com exemplos numéricos da literatura, com o intuito de aferir o dimensionamento do programa bem como verificar a eficiência na obtenção de soluções ótimas. De forma geral o programa foi capaz de dimensionar tais pilares com redução considerável na emissão de CO₂.

Palavras Chave: Pilar misto totalmente revestido; Otimização; Algoritmo genético; PSO; Emissão de CO₂.

ABSTRACT

Encased composite columns are composed of a steel profile covered by a concrete section, with considerable gains in strength when compared to the isolated steel column. With technological advances and the increase in demand for sustainable processes in civil construction, the search for optimal structural projects cannot be limited to technical and financial factors. In this sense, this work aims to present a formulation for the optimized design of fully encased composite columns, choosing as a function the CO₂ emission during the manufacturing process of concrete, steel profile and reinforcement. A computational routine with a graphical interface was developed using Matlab@2020, using the design requirements of ABNT NBR 8800:2008 and based on the Genetic Algorithm (GA), native to the program's optimization toolbox, and an algorithm Particle Swarm Optimization (PSO) implemented. Calculation results of the program were compared with numerical examples from the literature, in order to assess the program design as well as verify the efficiency in obtaining optimal solutions. In general, the program was able to dimension such columns with a considerable reduction in CO₂ emissions.

Keywords: Fully encased column; optimization; genetic algorithm; PSO; CO₂ emission.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, por iluminar meus caminhos e por me dar a oportunidade de compartilhar este momento com as pessoas que amo.

À minha mãe, Dilcemari, pelo apoio incondicional ao longo destes anos e por aceitar minhas decisões em todas as etapas da minha vida. Sem você nada disso teria acontecido.

Ao meu irmão, Arthur, pelo carinho e companheirismo de sempre. Amo você.

A meu pai, por incentivar e acreditar em mim.

A todos os meus familiares, por sempre apoiarem minhas escolhas e torcerem pelo meu crescimento.

Aos meus colegas de turma, pela cumplicidade e por tornarem os momentos difíceis mais leves. Em especial as minhas amigas Natalya e Laylla. Nós percorremos este caminho juntas, nos complementando e fortalecendo. Obrigada pela amizade e por compartilharem grandes momentos comigo.

Ao meu orientador, Élcio, por todo empenho, paciência e atenção. Obrigada por aceitar esse desafio e me conduzir com toda a experiência, tornando possível a conclusão desse trabalho.

Às professoras, Fernanda e Juliana, por contribuírem além da sala de aula desde o início da minha graduação.

Aos professores, funcionários e colegas do centro tecnológico e do curso de Engenharia Civil.

À Universidade Federal do Espírito Santo, por me acolher por todos esses anos e pelo ensino público e de qualidade.

E a todos que de forma direta ou indireta contribuíram para a realização deste trabalho, muito obrigada.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Disposição das armaduras na seção transversal.....	31
Figura 4.1 - Tela de entrada de dados do programa.	35
Figura 4.2 - Tela de resultado da verificação.	36
Figura 4.3 - Tela de resultado da otimização.....	36
Figura 4.4 - Seção transversal do exemplo 01.....	38
Figura 4.5 - Comparação de emissão de CO2 entre os componentes do pilar do exemplo 01.	40
Figura 4.6 - Comparação entre as funções de restrição do exemplo 01.	40
Figura 4.7 - Seção transversal do exemplo 2.....	42
Figura 4.8 - Comparação de emissão de CO2 entre os componentes do pilar do exemplo 02.	44
Figura 4.9 - Comparação entre as funções de restrição do exemplo 02.	44
Figura 4.10 - Soluções do pilar 1 para algoritmo genético.....	45
Figura 4.11 - Soluções do pilar 1 para PSO.	46
Figura 4.12 - Comparação de emissão de CO2 entre os componentes do pilar 1 do exemplo 03.	47
Figura 4.13 - Comparação entre as funções de restrição do pilar 1 do exemplo 03.....	47
Figura 4.14 - Soluções do pilar 2 para algoritmo genético.....	48
Figura 4.15 - Soluções do pilar 2 para PSO.	49
Figura 4.16 - Comparação de emissão de CO2 entre os componentes do pilar 2 do exemplo 03	50
Figura 4.17 - Comparação entre as funções de restrição do pilar 2 do exemplo 03.....	50
Figura 4.18 - Comparação de emissão de CO2 entre os componentes do pilar do exemplo 04.	53
Figura 4.19 - Comparação entre as funções de restrição do exemplo 04.	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento da armadura para pilares de concreto armado.	30
Tabela 3.2 - Emissão de CO2 dos materiais constituintes.....	32
Tabela 3.3 - Consumo de materiais constituintes do concreto.	32
Tabela 4.1 - Parâmetros de entrada dados por Fakury (2016).....	37
Tabela 4.2 - Análise comparativa dos resultados do exemplo 01.	38
Tabela 4.3 - Características do perfil otimizado do exemplo 01.	39
Tabela 4.4 - Resultados de emissão de CO2 do exemplo 01.....	39
Tabela 4.5 - Parâmetros de entrada dados por Calenzani (2021).	41
Tabela 4.6 - Análise comparativa dos resultados do exemplo 02.	42
Tabela 4.7 - Características do perfil otimizado do exemplo 02.	43
Tabela 4.8 - Resultados de emissão de CO2.	43
Tabela 4.9 - Características do pilar 1.	45
Tabela 4.10 - Características do pilar 1 otimizado.	46
Tabela 4.11 - Características do pilar 2.	48
Tabela 4.12 - Características do pilar 2 otimizado.	49
Tabela 4.13 - Características do pilar tubular otimizado por Guimarães et al. (2022)...	51
Tabela 4.14 - Características do perfil otimizado para o exemplo 04.	52

LISTA DE SÍMBOLOS

α	coeficiente relacionado à curva de dimensionamento à compressão
α_e	coeficiente relativo ao agregado graúdo utilizado no concreto
A_a	área da seção transversal do perfil de aço
A_c	área da seção transversal do concreto não-fissurado
A_s	área da seção transversal da armadura
A_{sn}	soma das áreas das barras da armadura na região de altura $2h_n$
A_{sni}	área de cada barra da armadura na região de altura $2h_n$
b_c	dimensão total da seção transversal
b_f	largura da mesa do perfil de aço
c_x	cobrimento do perfil de aço na direção x
c_y	cobrimento do perfil de aço na direção y
CO_{2c}	emissão de CO ₂ atribuída ao concreto
CO_{2a}	emissão de CO ₂ atribuída ao perfil de aço
CO_{2s}	emissão de CO ₂ atribuída à armadura longitudinal
CO_{2f}	emissão de CO ₂ atribuída à forma
δ	fator de contribuição do aço
d	altura da alma do perfil de aço.
e_i	distância do eixo da barra da armadura de área A_{si} ao eixo de simetria relevante da seção.
E_a	módulo de elasticidade do aço estrutural
E_c	módulo de elasticidade secante do concreto
$E_{c,red}$	módulo de elasticidade reduzido do concreto devido aos efeitos de retração e fluência
E_s	módulo de elasticidade do aço da armadura
$(EI)_e$	rigidez efetiva à flexão da seção transversal mista
ϕ	diâmetro da armadura longitudinal
f_{ck}	resistência característica do concreto
f_{cd}	resistência de cálculo do concreto
f_y	resistência característica ao escoamento do aço
f_{yd}	resistência de cálculo ao escoamento do aço
f_{ys}	resistência característica ao escoamento do aço da armadura
f_{sd}	resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura

h_c	dimensão total da seção transversal
h_n	altura da linha neutra plástica
I_a	momento de inércia do perfil de aço
I_c	momento de inércia do concreto
I_s	momento de inércia da armadura
KL	comprimento de flambagem do pilar.
K	coeficiente de flambagem de barras comprimidas
L	comprimento destravado do pilar entre contenções laterais.
$M_{pl,x,Rd}$	momento fletor resistente de cálculo no eixo x
$M_{pl,y,Rd}$	momento fletor resistente de cálculo no eixo y
$M_{x,Sd}$	momento fletor solicitante de cálculo no eixo x
$M_{y,Sd}$	momento fletor solicitante de cálculo no eixo y
$M_{c,x}$ e $M_{c,y}$	momentos dados pelos momentos fletores resistentes de plastificação de cálculo, iguais a $0,9M_{pl,x,Rd}$ e $0,9M_{pl,y,Rd}$, respectivamente
$M_{x,i,Sd}$	momento devido às imperfeições ao longo do pilar no eixo x
$M_{y,i,Sd}$	momento devido às imperfeições ao longo do pilar no eixo y
$M_{d,x}$ e $M_{d,y}$	momentos dados pelos momentos fletores máximos resistentes de plastificação de cálculo, iguais a $0,8M_{max,pl,x,Rd}$ e $0,8M_{max,pl,y,Rd}$, respectivamente
$M_{max,pl,x,Rd}$	momento fletor máximo resistente de plastificação de cálculo em relação ao eixo x
$M_{max,pl,y,Rd}$	momento fletor máximo resistente de plastificação de cálculo em relação ao eixo y
$M_{x,tot,Sd}$	momento fletor solicitante de cálculo total no eixo x
$M_{y,tot,Sd}$	momento fletor solicitante de cálculo total no eixo y
N_{Rd}	força axial de compressão resistente de cálculo
$N_{pl,Rd}$	força axial de compressão resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total
$N_{pl,a,Rd}$	força axial de compressão resistente de cálculo da seção transversal de aço à plastificação total
$N_{pl,c,Rd}$	força axial de compressão resistente de cálculo da seção transversal de concreto à plastificação total

$N_{pl,s,Rd}$	força axial de compressão resistente de cálculo da seção transversal da armadura à plastificação total
N_{Sd}	força axial de compressão solicitante
$N_{pl,R}$	força axial de compressão resistente característica da seção transversal à plastificação total
N_e	força axial de flambagem elástica
P	perímetro da seção transversal do pilar
$\lambda_{0,m}$	índice de esbeltez reduzido
t_w	espessura da alma do perfil do aço
t_f	espessura da mesa do perfil de aço
ρ	massa específica do aço
ρ_a	massa específica do perfil de aço
ρ_s	massa específica do aço da armadura
χ	fator de redução do aço
φ	coeficiente de fluência do concreto tomado
μ_x	coeficiente de atrito médio no eixo x
μ_y	coeficiente de atrito médio no eixo y
Z_a e Z_{an}	módulos de resistência plástica da seção do perfil de aço
Z_c e Z_{cn}	módulos de resistência plástica da seção de concreto, considerado não-fissurado
Z_s e Z_{sn}	são os módulos de resistência plástica da seção da armadura do concreto.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Objetivos.....	14
1.1.1	Objetivos específicos.....	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1	ABNT NBR 8800:2008	15
2.2	Método do Algoritmo Genético	22
2.3	Método de Dispersão de Partículas (PSO)	24
2.3.1	Método de Penalização Adaptativa (APM).....	25
2.4	Emissão de CO₂.....	28
3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO.....	30
3.1	Função Objetivo.....	31
3.2	Função das Restrições	32
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	35
4.1	Exemplo 01: Compressão pura	37
4.2	Exemplo 02: Flexo-compressão	41
4.3	Exemplo 03: Análise de eficiência da otimização	45
4.4	Exemplo 04: Comparação com pilar tubular	51
5	CONCLUSÃO.....	54
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56

1 INTRODUÇÃO

Os pilares mistos revestidos são compostos por um perfil de aço embutido em uma seção de concreto, com ganhos consideráveis em resistência quando comparado com o pilar de aço isolado. Suas vantagens estão relacionadas com a versatilidade das seções, que podem ser retangulares, circulares, triangulares e etc, além de garantir uma proteção contra o fogo, dado pelo revestimento de concreto em volta do aço (FIGUEIREDO, 1998).

Segundo Lourenção *et. al.* (2021), uma vez que inúmeras geometrias de seção transversal e diferentes combinações de classe de concreto e armaduras estão disponíveis para pilares mistos, a escolha da seção mais econômica pode ser um desafio. Para isso, tal escolha requer inevitavelmente uma análise de otimização, preferencialmente automatizada, uma vez que a tecnologia vem evoluindo e aliando-se a engenharia cada vez mais e podem surgir problemas complexos de serem resolvidos manualmente.

Dentre os variados métodos para realizar a otimização, o Algoritmo Genético, introduzido por John Holland, em 1960, é um modelo matemático baseado nos princípios da teoria da evolução de Darwin, no qual, dada a população inicial, novas populações são criadas e os indivíduos mais adequados são selecionados como solução do problema (LOURENÇÃO *et at.*, 2021).

Além disso, outro método de otimização proposto nesse trabalho é o PSO. Segundo Ratnaweera e Halgamuge (2004), esse método está se tornando muito popular devido à sua simplicidade de implementação e capacidade de convergir rapidamente para uma solução razoavelmente boa. É um método de otimização baseada em população, introduzida pela primeira vez por Kennedy e Eberhart em 1995, que busca a simulação de comportamentos sociais de animais, como cardume de peixes, bando de pássaros, etc.

Com o avanço tecnológico na engenharia e o aumento da demanda por processos sustentáveis na construção civil, implica-se que a busca por projetos estruturais ótimos não pode se limitar a fatores técnicos e financeiros. Dessa forma, autores como Santoro e Kripka (2020) e Tormen *et al.* (2020) destacam que para se chegar a uma solução ótima, variáveis adicionais como as emissões de CO₂ atribuídas ao ciclo de vida dos materiais também podem ser um fator preponderante para determinar o melhor resultado.

Logo, tendo em vista a discussão acerca dos itens citados acima, é esperado deste trabalho apresentar uma formulação para o dimensionamento otimizado de pilares mistos, escolhendo como função a emissão de CO₂ durante o processo de fabricação do concreto,

perfil de aço e armadura. Ainda, será elaborada uma rotina computacional com interface gráfica para o usuário por meio do Matlab@2020, utilizando as prescrições de projeto da ABNT NBR 8800:2008 e tomando como base o algoritmo genético, nativo da caixa de ferramentas de otimização do programa, assim como o PSO, a ser implementado.

1.1 Objetivos

O trabalho em questão possui como objetivo geral formular um problema de otimização para pilares mistos de aço revestidos com concreto armado, segundo a norma ABNT NBR 8800:2008, utilizando como função a análise de impacto ambiental.

1.1.1 Objetivos específicos

Ainda, para que se possa atingir o objetivo geral, o trabalho tem como objetivos específicos:

- Implementar rotinas de verificação através dos procedimentos de dimensionamento de pilares mistos revestidos segundo a ABNT NBR 8800:2008;
- Validar a implementação da ferramenta computacional desenvolvida;
- Desenvolver um programa para o dimensionamento ótimo de pilares mistos revestidos, com base no Algoritmo Genético e no PSO;
- Comparar a eficiência dos algoritmos escolhidos para otimização;
- Verificar e avaliar a otimização por meio de análises comparativas com bibliografias e literaturas existentes;

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para que pudesse ser alcançado o objetivo desse trabalho, foi feita uma revisão bibliográfica acerca do modo de dimensionamento de pilares mistos totalmente revestidos, apresentados nas normas brasileiras, assim como dos dois métodos de otimização propostos aqui, o algoritmo genético e o PSO. Além disso, buscou-se na literatura por artigos e pesquisas que envolvam problemas de otimização que minimizem o impacto ambiental provocado pela emissão de CO₂ na produção dos materiais.

2.1 ABNT NBR 8800:2008

A ABNT NBR 8800:2008 estabelece os requisitos básicos que devem ser obedecidos em um projeto de dimensionamento de estruturas de aço e mistas, com base no método dos estados limites últimos. No caso dos pilares mistos totalmente revestidos considerados nesse trabalho, a norma estabelece uma sequência de cálculo que será apresentada a seguir.

Para a verificação à compressão pura, a força axial resistente de cálculo deve ser igual ou maior que a solicitante e é dada por:

$$N_{Rd} = \chi N_{pl,Rd} \quad (2.1)$$

onde N_{Rd} é a força axial resistente de cálculo, χ é o fator de redução do aço e $N_{pl,Rd}$ é a força axial de compressão resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total, dada pela soma das forças de cada componente (perfil de aço, concreto e armadura longitudinal).

Ambos os valores de χ e $N_{pl,Rd}$ são calculados, respectivamente, pelas Eq. 2.2 e 2.3.

$$\begin{cases} \chi = 0,658^{\lambda_{0,m}^2}, & \lambda_{0,m} \leq 1,5 \\ \chi = \frac{0,877}{\lambda_{0,m}^2}, & \lambda_{0,m} > 1,5 \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} N_{pl,Rd} = N_{pl,a,Rd} + N_{pl,c,Rd} + N_{pl,s,Rd} \\ N_{pl,Rd} = f_{yd}A_a + \alpha f_{cd}A_c + f_{sd}A_s \end{cases} \quad (2.3)$$

onde $\lambda_{0,m}$ é o índice de esbeltez reduzido, f_{yd} é a resistência de cálculo ao escoamento do aço, f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto à compressão, f_{sd} é a resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura, A_a é a área da seção transversal do perfil de aço, A_c é a área da seção transversal do concreto não-fissurado, A_s é a área da seção transversal da armadura do concreto e α é um coeficiente igual a 0,85 para seções mistas revestidas.

O índice de esbeltez reduzido é calculado de acordo com a Eq. 2.4.

$$\lambda_{0,m} = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_e}} \quad (2.4)$$

onde $N_{pl,R}$ é o valor característico de $N_{pl,Rd}$, tomando-se, respectivamente, f_y , f_{ck} e f_{ys} no lugar de f_{yd} , f_{cd} e f_{sd} exibidos na Eq. 2.5 e N_e é a força axial de flambagem elástica. As duas forças são calculadas de acordo com as Eq. 2.5 e 2.6.

$$N_{pl,R} = f_y A_a + \alpha f_{ck} A_c + f_{ys} A_s \quad (2.5)$$

$$N_e = \frac{\pi^2 (EI)_e}{(KL)^2} \quad (2.6)$$

onde $(EI)_e$ é a rigidez efetiva à flexão da seção transversal mista e KL é o comprimento de flambagem do pilar.

A rigidez efetiva à flexão é dada pela Eq. 2.7:

$$(EI)_e = E_a I_a + 0,6 E_{c,red} I_c + E_s I_s \quad (2.7)$$

onde E_a é o módulo de elasticidade do aço estrutural, $E_{c,red}$ é o módulo de elasticidade reduzido do concreto, E_s é o módulo de elasticidade do aço da armadura, I_a é o momento de inércia da seção transversal do perfil de aço, I_c é o momento de inércia da seção transversal do concreto não-fissurado e I_s é o momento de inércia da seção transversal da armadura do concreto.

O módulo de elasticidade reduzido do concreto é um valor que inclui os efeitos de retração e fluência do concreto que podem ser simulados por uma redução do módulo de elasticidade do concreto, tomando-se, no lugar de E_c , o valor de $E_{c,red}$ dado pela Eq. 2.8.

$$E_{c,red} = \frac{E_c}{1 + \varphi \left(\frac{N_{G,Sd}}{N_{Sd}} \right)} \quad (2.8)$$

onde E_c é o módulo de elasticidade do concreto, φ é o coeficiente de fluência do concreto tomado, simplificadaamente, igual a 2,5 para seções totalmente revestidas e a relação é $N_{G,Sd}/N_{Sd}$ tomada igual a 0,6.

O módulo de elasticidade do concreto (E_c) é calculado pela Eq. 2.9.

$$E_c = \alpha_i E_{ci}$$

$$= \begin{cases} \alpha_i = 0.8 + 0.2 \frac{f_{ck}}{80}, & \alpha_i \leq 1,0 \\ E_{ci} = \begin{cases} \alpha_e 5600 \sqrt{f_{ck}}, & 20MPa \leq f_{ck} \leq 50MPa \\ \alpha_e 21500 \sqrt[3]{f_{ck} + 1.25}, & 50MPa < f_{ck} \leq 90MPa \end{cases} \end{cases} \quad (2.9)$$

onde α_e é o coeficiente relativo ao agregado graúdo utilizado no concreto, sendo 1,2, se basalto e diabásio, 1,0, se granito e gnaisse, 0,9, se granito, e 0,7, se arenito.

Já para os pilares submetidos à flexo-compressão, o dimensionamento pode ser feito de acordo com dois modelos de cálculos prescritos na ABNT NBR 8800:2008. Os subíndices x e y referem-se aos eixos horizontais e verticais da seção transversal, respectivamente.

- **Modelo I**

Para o modelo I de cálculo, as verificações das Eq. 2.10 e 2.11 devem ser atendidas.

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1,0, \quad \text{para } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,2 \quad (2.10)$$

$$\frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1,0, \quad \text{para } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0,2 \quad (2.11)$$

onde N_{sd} é a força axial solicitante de cálculo, $M_{x,Rd}$ e $M_{y,Rd}$ são os momentos fletores resistentes de cálculo, dados por $M_{pl,x,Rd}$ e $M_{pl,y,Rd}$ na Eq. 2.12, e $M_{x,Sd}$ e $M_{y,Sd}$ são os momentos fletores solicitantes de cálculo.

$$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0,5f_{cd1}(Z_c - Z_{cn}) + f_{sd}(Z_s - Z_{sn}) \quad (2.12)$$

onde Z_a e Z_{an} são os módulos de resistência plástico da seção do perfil de aço, Z_c e Z_{cn} são os módulos de resistência plástico da seção de concreto, considerado não-fissurado e Z_s e Z_{sn} são os módulos de resistência plástico da seção da armadura do concreto.

Os valores dos módulos de resistência plástico são calculados de acordo com as Eq. 2.13 a 2.39.

$$Z_s = \sum_{i=1}^n |A_{si}e_i| \quad (2.13)$$

onde e_i é a distância do eixo da barra da armadura de área A_{si} ao eixo de simetria relevante da seção.

a) No eixo x:

$$Z_c = \frac{b_c h_c^2}{4} - Z_a - Z_s \quad (2.14)$$

onde b_c é a dimensão total da seção transversal, no eixo x, e h_c é a dimensão total da seção transversal, no eixo y.

a.1) Para linha neutra plástica na alma do perfil de aço ($h_n \leq d/2 - t_f$)

$$h_n = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd1})}{2b_c f_{cd1} - 2t_w(2f_{yd} - f_{cd1})} \quad (2.15)$$

$$Z_{an} = t_w h_n^2 \quad (2.16)$$

$$Z_{sn} = \sum_{i=1}^n |A_{sni}e_{yi}| \quad (2.17)$$

$$Z_{cn} = b_c h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (2.18)$$

onde h_n é a altura da linha neutra plástica, t_w é a espessura da alma do perfil do aço, t_f é a espessura da mesa do perfil de aço, A_{sn} é a soma das áreas das barras da armadura na região de altura $2h_n$, A_{sni} é a área de cada barra da armadura na região de altura $2h_n$, e_{yi} é a distância do eixo da barra da armadura ao eixo x.

a.2) Para linha neutra plástica na mesa do perfil de aço ($d/2 - t_f < h_n \leq d/2$)

$$h_n = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd1}) + (b_f - t_w)(d - 2t_f)(2f_{yd} - f_{cd1})}{2b_c f_{cd1} - 2b_f(2f_{yd} - f_{cd1})} \quad (2.19)$$

$$Z_{an} = b_f h_n^2 - \frac{(b_f - t_w)(d - 2t_f)^2}{4} \quad (2.20)$$

$$Z_{sn} = \sum_{i=1}^n |A_{sni} e_{yi}| \quad (2.21)$$

$$Z_{cn} = b_c h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (2.22)$$

onde b_f é a largura da mesa do perfil de aço, d é a altura da alma do perfil de aço.

a.3) Para linha neutra plástica fora do perfil de aço ($d/2 < h_n \leq h_c/2$)

$$h_n = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd1}) - A_a(2f_{yd} - f_{cd1})}{2b_c f_{cd1}} \quad (2.23)$$

$$Z_{an} = Z_a \quad (2.24)$$

$$Z_{sn} = \sum_{i=1}^n |A_{sni} e_{yi}| \quad (2.25)$$

$$Z_{cn} = b_c h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (2.26)$$

b) No eixo y

$$Z_c = \frac{h_c b_c^2}{4} - Z_a - Z_s \quad (2.27)$$

b.1) Para linha neutra plástica na alma do perfil de aço ($h_n \leq t_w/2$)

$$h_n = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd1})}{2h_c f_{cd1} - 2d(2f_{yd} - f_{cd1})} \quad (2.28)$$

$$Z_{an} = dh_n^2 \quad (2.29)$$

$$Z_{sn} = \sum_{i=1}^n |A_{sni}e_{xi}| \quad (2.30)$$

$$Z_{cn} = h_c h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (2.31)$$

b.2) Para linha neutra plástica na mesa do perfil de aço ($t_w/2 < h_n \leq b_f/2$)

$$h_n = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd1}) + t_w(2t_f - d)(2f_{yd} - f_{cd1})}{2h_c f_{cd1} + 4t_f(2f_{yd} - f_{cd1})} \quad (2.32)$$

$$Z_{an} = 2t_f h_n^2 + \frac{(d - 2t_f)t_w^2}{4} \quad (2.33)$$

$$Z_{sn} = \sum_{i=1}^n |A_{sni}e_{xi}| \quad (2.34)$$

$$Z_{cn} = h_c h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (2.35)$$

b.3) Para linha neutra plástica fora do perfil de aço ($b_f/2 < h_n \leq b_c/2$)

$$h_n = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd1}) - A_a(2f_{yd} - f_{cd1})}{2h_c f_{cd1}} \quad (2.36)$$

$$Z_{an} = Z_a \quad (2.37)$$

$$Z_{sn} = \sum_{i=1}^n |A_{sni}e_{xi}| \quad (2.38)$$

$$Z_{cn} = h_c h_n^2 - Z_{an} - Z_{sn} \quad (2.39)$$

- **Modelo II**

Para o modelo II de cálculo a verificação dada na Eq. 2.40 deve ser atendida.

$$\frac{M_{x,tot,Sd}}{\mu_x M_{c,x}} + \frac{M_{y,tot,Sd}}{\mu_y M_{c,y}} \leq 1,0, \quad \text{para } N_{Sd} \leq N_{Rd} \quad (2.40)$$

onde $M_{x,tot,Sd}$ e $M_{y,tot,Sd}$ são os momentos fletores solicitantes de cálculo totais, μ_x e μ_y são coeficientes de atrito médio, $M_{c,x}$ e $M_{c,y}$ são dados, respectivamente, por $0,9M_{pl,x,Rd}$ e $0,9M_{pl,y,Rd}$.

Os momentos fletores solicitantes de cálculo totais são calculados de acordo com as Eq. 2.41 a 2.46:

$$M_{x,tot,Sd} = M_{x,Sd} + M_{x,i,Sd} \quad (2.41)$$

$$M_{y,tot,Sd} = M_{y,Sd} + M_{y,i,Sd} \quad (2.42)$$

$$M_{x,i,Sd} = \frac{N_{Sd}L_x}{200 \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{e2,x}}\right)} \quad (2.43)$$

$$M_{y,i,Sd} = \frac{N_{Sd}L_y}{150 \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{e2,y}}\right)} \quad (2.44)$$

$$N_{e2,x} = \frac{\pi^2(EI)_{e,x}}{L_x^2} \quad (2.45)$$

$$N_{e2,y} = \frac{\pi^2(EI)_{e,y}}{L_y^2} \quad (2.46)$$

Onde $M_{x,i,Sd}$ e $M_{y,i,Sd}$ são momentos devidos às imperfeições ao longo do pilar e L comprimento destravado do pilar entre contenções laterais.

Já os coeficientes de atrito médio são calculados pela Eq. 2.47:

$$\mu_x \text{ e } \mu_y = \begin{cases} 1 - \frac{N_{Sd} - N_{pl,c,Rd}}{N_{pl,Rd} - N_{pl,c,Rd}}, & N_{Sd} \geq N_c \\ \left(1 - \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}}\right) \left(\frac{2N_{Sd}}{N_{pl,c,Rd}} - 1\right) + \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}}, & \frac{N_c}{2} \leq N_{Sd} < N_c \\ 1 + \frac{2N_{Sd}}{N_{pl,c,Rd}} \left(\frac{M_{d,x}}{M_{c,x}} - 1\right), & 0 \leq N_{Sd} < \frac{N_c}{2} \end{cases} \quad (2.47)$$

onde $N_{pl,c,Rd}$ é a força axial resistente de cálculo da seção transversal de concreto à plastificação total, dado como $\alpha f_{cd} A_c$ e $M_{d,x}$ e $M_{d,y}$ são momentos dados pelos momentos fletores máximos resistentes de plastificação de cálculo, iguais a $0,8M_{max,pl,x,Rd}$ e $0,8M_{max,pl,y,Rd}$, respectivamente.

Esse momento fletor máximo resistente de plastificação de cálculo em relação ao eixo x ou y ($M_{max,pl,x,Rd}$ e $M_{max,pl,y,Rd}$) de seções mistas duplamente simétricas é calculado como na Eq. 2.48.

$$M_{max,pl,Rd} = f_{yd}Z_a + 0,5f_{cd}Z_c + f_{sd}Z_s \quad (2.48)$$

Onde $M_{max,pl,x,Rd}$ e $M_{max,pl,y,Rd}$ são momentos fletores máximos resistentes de plastificação de cálculo.

2.2 Método do Algoritmo Genético

O Algoritmo Genético (AG) é um método utilizado para otimização que foi introduzido por John Holland na década 1960. É um modelo matemático utilizado para minimizar um problema baseado nos princípios da teoria da evolução de Darwin, no qual, dada a população inicial, novas populações são criadas e os indivíduos mais adequados são selecionados como solução do problema (LOURENÇÃO *et al.*, 2021).

Em um algoritmo genético vários parâmetros controlam o processo evolucionário: tamanho da população, taxa de crossover, taxa de mutação, número de gerações, total de indivíduos (PACHECO, 2021).

O processo de otimização começa com a população inicial determinada como um conjunto aleatório de possíveis soluções, e deve ter um tamanho suficientemente grande para garantir uma variabilidade de indivíduos. A partir das características desses indivíduos, serão geradas as próximas gerações privilegiando aqueles com maior probabilidade de reprodução.

O processo de seleção de indivíduos é baseado na aptidão dos mesmos: indivíduos mais aptos têm maior probabilidade de serem escolhidos para reprodução (PACHECO, 2021). O operador de seleção pode simular o processo de seleção natural, no qual os pais mais aptos geram mais filhos e os pais menos aptos também geram filhos, mas em menor quantidade. Dentre as técnicas de seleção destacam-se: truncamento, torneio, roleta e ranking (HINRICHS, 2018).

A função objetivo, ou de aptidão, define parâmetros de um indivíduo em um determinado ambiente, obtendo como resultado se o indivíduo é apto ou não a sobreviver.

Os responsáveis por determinar os próximos indivíduos são os operadores genéticos, como o crossover, que é usado para combinar a informação genética de dois indivíduos para gerar um descendente, e a mutação, que é responsável por manter a diversidade da população (HINRICHS, 2018). Pares de genitores são escolhidos aleatoriamente da população, baseado na aptidão, e novos indivíduos são criados a partir da troca do material genético.

Todo o processo se repete até que o algoritmo atinja um critério de parada, seja por um número limite de gerações ou por uma solução que não possa ser melhorada.

Os algoritmos genéticos, normalmente, são aplicados para problemas de otimização mais complexos, como, por exemplo, para parâmetros que precisam ser combinados para que seja encontrada uma solução ou, ainda, para problemas com muitas

restrições ou condições que não podem ser representadas matematicamente (PACHECO, 2021).

Esse método tem sido aplicado para diferentes problemas de otimização, incluindo problemas da engenharia estrutural, como Prendes-Gero *et al.* (2018) que empregaram o AG para otimizar pórticos espaciais de aço a partir de diferentes padrões de projeto e observaram ganhos em torno de 10% quando comparados a projetos não otimizados. O estudo também destacou a possibilidade de trabalhar com variáveis discretas ao utilizar tal algoritmo como uma característica importante para a obtenção de bons resultados.

Fu *et al.* (2005) usaram o AG para encontrar soluções otimizadas para pontes de vãos simples com vigas contínuas de aço de diferentes comprimentos, com o principal objetivo de minimizar o peso e o custo da estrutura. O AG apresentou resultados satisfatórios, realçando sua proximidade com as condições reais de serviço quando utilizadas variáveis discretas.

Ramirez-Echeverri (2012) apresentaram um algoritmo genético multicromossômico com parâmetros auto-adaptativos para minimizar o peso de duas treliças de aço em um espaço tridimensional. Foram considerados o deslocamento e tensão máxima como restrições e a variável de projeto atribuídas foram as seções de cada elemento de treliça da estrutura. Os resultados obtidos mostram que os projetos com peso 35% menor que os projetos iniciais e comparáveis aos resultados obtidos em outros trabalhos.

Alves e Pietralonga (2020) desenvolveram um estudo dos modos de colapso de vigas alveolares dimensionadas por algoritmos genéticos. O resultado do trabalho indicou que o uso de tal algoritmo para busca de soluções estruturais converge para peças no limite da sua capacidade de carga, conseqüentemente gerando peças com menor consumo de aço.

Breda, Pietralonga e Alves (2020) utilizaram algoritmos genéticos para obter soluções otimizadas de vigas mistas e concluíram que através de algoritmos genéticos foram obtidos resultados mais eficientes em relação ao custo, ainda propuseram que tal metodologia poderia ser uma alternativa ao pré-dimensionamento. Ainda no mesmo trabalho, os autores propuseram a otimização de variáveis relacionadas ao dimensionamento de lajes mistas de aço, em que o AG foi usado para determinar o número ideal de vigas secundárias, bem como o projeto de laje mais econômico.

Lourenção *et al.* (2021) mostraram que o dimensionamento de pilares mistos de aço preenchidos com concreto, por meio do algoritmo genético, é mais atrativo em relação

ao custo quando utilizado concreto com resistência característica maior de 50 MPa, apesar do custo mais elevado.

Arpini *et al.* (2022) aplicaram o AG para minimizar as emissões de CO₂ e custos para sistemas de pisos mistos compostos por vigas de almas cheias e lajes *steel deck*. Neste estudo os autores calculam a quantidade ótimas de vigas secundárias, bem como avaliam a laje ideal em função do grau de interação entre as vigas e a laje.

2.3 Método de Dispersão de Partículas (PSO)

A técnica de otimização inspirada em dispersão de partículas, mais conhecida como PSO (do inglês, *Particle Swarm Optimization*), é um algoritmo bio-inspirado desenvolvido por Kennedy e Heberhart e se baseou no comportamento social de grupos de indivíduos, como peixes, insetos e, principalmente, os pássaros.

Durante a busca por alimento, por exemplo, os pássaros iniciam seus voos de forma aleatória e desordenada. Com o tempo, o voo torna-se organizado e um padrão de busca é demonstrado. Assim que o alimento é encontrado, espera-se que todo o bando se dirija até ele (SILVA *et al.*, 2010). Os pássaros são considerados partículas, a região sobrevoada pelos pássaros é equivalente ao espaço de busca e encontrar o local com comida ou o ninho, corresponde a encontrar a solução ótima (CARVALHO, 2014).

Comparado a outras técnicas de otimização evolutivas, tais como o algoritmo genético, o PSO, além de não possuir operadores de crossover e mutação entre os indivíduos, é de fácil implementação, rápida convergência e exige o ajuste de poucos parâmetros (KAR *et al.* 2012).

Semelhante aos algoritmos genéticos, o PSO começa com a inicialização aleatória de uma população de indivíduos (partículas) no espaço de busca (GOLDBERG, 1989), onde cada uma representa uma possível solução para o problema de otimização. As partículas voam pelo espaço de busca com velocidades que são ajustadas dinamicamente de acordo com seus comportamentos (SHI, 2004).

Essas partículas têm uma posição x_i e uma velocidade v_i , possuem valores de aptidão e voam em um espaço do problema D dimensional, aprendendo com a informação histórica de todas as partículas (CARVALHO, 2014). A velocidade v_i e a posição x_i da partícula i são apresentadas nas Eq. 2.49 e 2.50, respectivamente:

$$v_i(t + 1) = v_i(t) + c_1 \cdot r_1(x_{pbest} - x_i) + v_2 \cdot r_2(x_{gbest} - x_i) \quad (2.49)$$

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + v_i(t + 1) \quad (2.50)$$

onde $v_i(t)$ é a velocidade de cada partícula, t é a iteração atual, c_1 e c_2 são constantes de aceleração para controlar a influência da informação cognitiva e social, respectivamente, r_1 e r_2 são números randômicos reais entre 0 e 1, com distribuição uniforme, $x(t)$ é a posição atual da partícula, $x_i(t + 1)$ é a nova posição desta partícula e $v_i(t + 1)$ é a nova velocidade da partícula. Os índices $pbest$ e $gbest$ são a melhor posição de cada partícula até então e a melhor posição entre todas as partículas do enxame, respectivamente.

O conjunto de partículas x_i é gerado de forma aleatória e espalhado pelo espaço de busca conforme a Eq. 2.51.

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.51)$$

onde x_i^L e x_i^U contém os limites inferior superior, respectivamente, das posições das partículas, e n é o número de partículas.

O processo é inicializado com um enxame de partículas (posições) e velocidades aleatoriamente distribuídos dentro do espaço de busca. Em seguida é calculada a função objetivo e definidos os valores de x_{pbest} e x_{gbest} iniciais. Para cada partícula do enxame é atualizada a velocidade e a posição a partir das Eq. 1 e 2, calculada a função objetivo novamente e atualizados os valores x_{pbest} e x_{gbest} . Isso é repetido até que uma condição de parada seja satisfeita (CARVALHO *et al.*, 2015).

2.3.1 Método de Penalização Adaptativa (APM)

Para considerar as restrições no PSO, uma análise pode ser feita por meio de técnicas de penalização, que têm o objetivo de aproximar um problema com restrições em um problema sem restrições (CARVALHO *et al.*, 2015). Dentre as técnicas de penalização existentes, Barbosa e Lemonge (2002) propuseram o método de penalização adaptativa, ou APM (do inglês, *Adaptive Penalty Method*), no qual os valores dos coeficientes de penalização são adaptados ao longo do processo de evolução através de informações como, a média da função objetivo e o nível de violação de cada restrição.

De acordo com Barbosa e Lemonge (2008), a função de aptidão proposta pelo método APM é dada como:

$$F(x) = \begin{cases} f(x), & \text{se } x \text{ é possível, senão} \\ \bar{f}(x) + \sum_{j=1}^m k_j v_j(x) \end{cases} \quad (2.52)$$

$$\bar{f}(x) = \begin{cases} f(x), & \text{se } f(x) > \langle f(x) \rangle, \text{ senão} \\ \langle f(x) \rangle \end{cases} \quad (2.53)$$

onde $\langle f(x) \rangle$ é a média dos valores das funções objetivas na população atual e k_j é o parâmetro de penalidade de cada geração, definido como:

$$k_j = |\langle f(x) \rangle| \frac{\langle v_j(x) \rangle}{\sum_{l=1}^m [\langle v_l(x) \rangle]^2} \quad (2.54)$$

onde $\langle v_l(x) \rangle$ é a violação da l -ésima restrição calculada sobre a população atual.

Ratnaweera e Halgamuge (2004) apresentaram uma nova estratégia de automação de parâmetros para PSO e duas outras extensões para melhorar seu desempenho, em termos da solução ótima, após um número predefinido de gerações. A estratégia HPSO-TVAC (*self-organizing hierarchical particle swarm optimizer with TVAC*) superou todos os métodos considerados nesta investigação para a maioria das funções. Além disso, os métodos PSO foram considerados uma técnica promissora para otimizar o desempenho de motores de combustão interna.

Silva *et al.* (2010) analisaram alguns problemas de otimização, através do algoritmo PSO modificado, para tratar problemas com restrições pela técnica de penalização adaptativa (APM), que não necessita de parametrização e é ajustada ao longo da evolução do processo. No trabalho, foram apresentados testes da utilização do algoritmo PSO com o APM original e com suas variantes recentemente propostas, que mostraram uma eficiência do algoritmo na busca das soluções ótimas, tanto na utilização da versão original do APM, como em suas variantes.

Gomes (2011) investigou o uso de uma otimização de enxame de partículas (PSO) para otimização de peso de treliças, considerando variáveis de projeto de tamanho e forma

e com restrições de frequência. Quatro exemplos amplamente divulgados na literatura foram analisados e os resultados mostram que o algoritmo teve um desempenho semelhante aos outros métodos e até melhor em alguns casos.

Carvalho (2014) analisou problemas clássicos de otimização com restrições, tratando-os como sem restrições através do PSO com o método de penalização adaptativa (APM). Tal método adaptou os coeficientes de penalização de cada restrição fazendo uso de informações coletadas da população, como a média da função objetivo e o nível de violação de cada restrição. Diversos experimentos computacionais foram realizados e os resultados comprovam a competitividade do APM quando comparado com os resultados da literatura.

Barrera *et al.* (2014) compararam as técnicas de otimização PSO e AG em ambiente matlab para detectar e diagnosticar falhas em uma estrutura utilizando a resposta modal. Foram simuladas condições reais em uma estrutura do tipo viga segmentada de 10 peças simplesmente apoiada e treliça de 13 elementos para determinar o desempenho de detecção e diagnóstico dos sistemas propostos. Ambos os sistemas propostos são avaliados variando o número de modos de vibração e os resultados experimentais mostraram a eficácia e a robustez dos sistemas, apesar do desempenho variar de acordo com o sistema e a função objetivo utilizada.

Carvalho *et al.* (2015) mostraram um algoritmo evolutivo baseado no comportamento de enxame de partículas (PSO) adaptado para a solução de um problema de otimização de estruturas reticuladas com restrições de frequências de vibração. O algoritmo proposto foi validado através de experimentos computacionais em problemas de otimização estrutural amplamente discutidos na literatura, e os resultados obtidos foram considerados satisfatórios.

Além disso, esse algoritmo tem sido aplicado em diferentes problemas da engenharia estrutural, como por exemplo, Carvalho *et al.* (2018) utilizaram o PSO para propor um dimensionamento otimizado de estruturas treliçadas, no que diz respeito à minimização do peso destas. Um Método de Penalidade Adaptativo foi adotado para lidar com as restrições do problema, consideradas como as múltiplas frequências naturais do problema. Foram analisadas seis estruturas treliçadas que forneceram curvas de compensação entre os pesos otimizados versus o número de áreas de seção transversal distintas utilizadas nestas soluções.

Negrin *et al.* (2019) apresentaram uma otimização estrutural de um projeto utilizando ambiente matlab, aplicando as técnicas metaheurísticas AG e PSO, assim como

a hibridização dos algoritmos. Os resultados mostram que o PSO apresentou um comportamento melhor que o AG para este tipo de otimização, mas que, ao aplicar uma hibridização, o resultado foi mais eficiente. Os resultados em relação a estrutura, mostram que foi obtido um custo direto de construção mais barato ao se aplicar a metodologia proposta.

De Carvalho *et al.* (2020) desenvolveram algoritmos computacionais em ambiente matlab para resolver problemas de otimização de estruturas de concreto armado, como vigas e maciços de concreto (barragens de concreto), baseado em incertezas. Inicialmente, foi implementando o método da Simulação de Monte Carlo para o cálculo da probabilidade de falha e, posteriormente, incluiu o algoritmo desenvolvido de análise de confiabilidade utilizando o PSO como método de otimização. A utilização conjunta desses algoritmos contribuiu na obtenção de medidas que garantem a estabilidade das estruturas e redução de custos, identificando como uma excelente alternativa de otimização.

2.4 Emissão de CO₂

Vários estudos recentes têm sido feitos para a minimização do impacto ambiental de diversas estruturas, sendo a emissão de CO₂ uma das formas mais utilizadas para avaliar esse impacto, segundo Santoro e Kripka (2020). Nesse sentido, os autores otimizaram elementos de concreto armado com o objetivo de minimizar seu impacto ambiental e custo. Observou-se que menores valores de emissão de CO₂ e economia de custos são gerados para concretos menos resistentes quando o elemento estrutural é uma viga. Já para os pilares, os valores de emissões de CO₂ e os custos para maiores resistências do concreto foram menores.

Tormen *et al.* (2020) apresentaram um procedimento para otimização de vigas mistas de aço e concreto com seções I soldadas, com o objetivo de minimizar seus custos e o impacto ambiental. Foi utilizado o método de busca harmônica com as propriedades geométricas das vigas tomadas como variáveis discretas e, de maneira geral, o método implementado se mostrou como uma abordagem eficiente para redução de custos. Além disso, concluiu-se que a otimização desses custos, devido à racionalização do consumo de materiais, está diretamente relacionada à redução dos custos ambientais.

Erlacher e Alves (2021), apresentaram uma formulação do problema de otimização de vigas celulares mistas de aço e concreto considerando a interação parcial

entre viga e laje. O trabalho apresentou um programa capaz de verificar a segurança estrutural de vigas celulares mistas e otimizá-la, encontrando a combinação da geometria do perfil de aço, resistência característica do concreto e grau de interação que possui a menor emissão de CO₂ e atende aos critérios de segurança. Ao aplicar a formulação de otimização, verificou-se uma redução na massa estrutural do perfil e conseqüentemente uma redução na emissão de CO₂ no processo de produção do perfil.

Guimarães *et al.* (2022) formularam um problema de otimização, através do algoritmo genético, para três diferentes projetos de pilares mistos preenchidos, considerando como funções objetivo o custo financeiro e a emissão de CO₂ durante a fabricação. Os resultados mostraram que o dimensionamento ótimo, financeira e ambientalmente falando, correspondeu a um pilar misto CHS, sem armadura longitudinal e com a maior resistência do concreto ensaiado, com exceção de casos de flexão assimétrica. Além disso, os resultados indicam que o aço tem o maior impacto na emissão de CO₂.

Arpini *et al.* (2022) apresentaram a formulação de um problema de otimização para um sistema de piso misto, composto por *steel deck* e laje de concreto, utilizando o Algoritmo Genético existente na plataforma. A redução do impacto ambiental e econômico foram adotados como função objetivo, assumindo como parâmetros da otimização a emissão de CO₂ e o custo financeiro. A solução encontrada pelo programa reduz em até 17.70% as emissões de CO₂ e até 17.47% o custo financeiro.

3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

O problema proposto neste trabalho é dimensionar pilares mistos totalmente revestidos otimizados em relação a emissão do CO₂ liberado na fabricação dos materiais que os compõem através do *software* Matlab@2020, utilizando o ambiente do *AppDesigner* para desenvolvimento de uma interface gráfica para o usuário. Esse problema é formulado a partir dos parâmetros de entrada: carregamentos solicitantes, agregado graúdo do concreto, tipo aço utilizado para o perfil, cobrimento das armaduras e comprimento do pilar, considerado como birrotulado.

Dentre os agregados graúdos disponíveis, estão o granito, o gnaisse, o basalto, o calcário, o arenito e o diabásio. O tipo de aço do perfil deve ser escolhido entre os aços estruturais ASTM A36 e o ASTM A572 Grau 50, que possuem, respectivamente, 250 MPa e 345 MPa, como valores de resistência ao escoamento. Já o cobrimento das armaduras, é definido com base na classe de agressividade ambiental, relacionados pela ABNT NBR 6118:2014. Para pilares como elemento estrutural, a relação se dá de acordo com a Tabela 3.1.

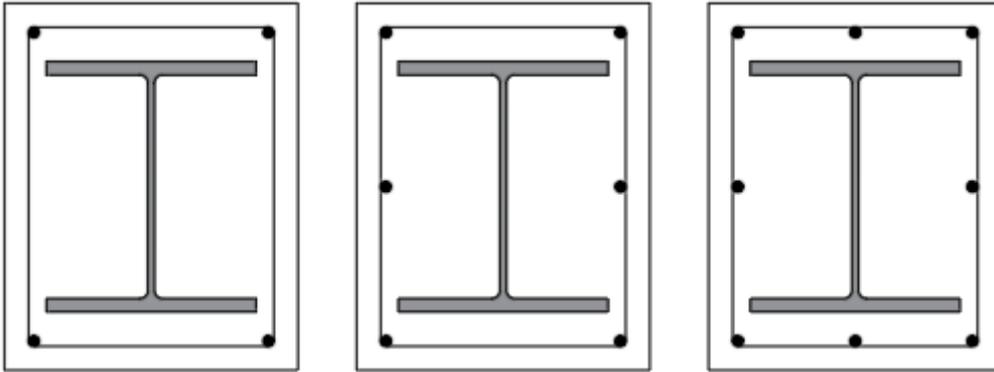
Tabela 3.1 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento da armadura para pilares de concreto armado.

Classe de agressividade ambiental			
I	II	III	IV
Cobrimento (mm)			
25	30	40	50

Definidas as condições iniciais de entrada, o programa irá elaborar uma solução otimizada utilizando quatro variáveis de projeto consideradas: perfil de aço (x1), resistência característica do concreto (x2), a quantidade de barras de armadura longitudinal (x3) assim como seu diâmetro (x4).

A primeira variável determina a geometria do perfil de aço por meio de busca em um catálogo de perfis estruturais laminados em forma de I ou H, comercializados pela Gerdau (2021). A variável x2 varia entre os valores de resistência comercial, variando de 5 em 5 MPa, entre 20 MPa – a resistência à compressão mínima prescrita pela ABNT NBR 6118:2014 – e 90 MPa. Quanto a x3, essa é estabelecida no mínimo como 4, uma vez que a ABNT NBR 8800:2008 exige a presença de armadura no concreto para pilares mistos totalmente revestidos, podendo ser ainda 6 ou 8. A Figura 3.1 mostra como será a disposição dessas armaduras na seção transversal. Por fim, a variável x4 pode assumir os valores 8, 10, 12,5, 16, 20 ou 25 mm.

Figura 3.1 - Disposição das armaduras na seção transversal.



Fonte: Autora (2022).

Para que o problema seja formulado, é necessário instruir duas funções ao programa: uma função objetivo, que será o parâmetro a ser de fato otimizado, e uma função de restrições, que serão os requisitos de dimensionamento de pilares mistos revestidos de acordo com a norma ABNT NBR 8800:2008.

Assim, o problema de otimização deste trabalho é baseado em encontrar uma solução ótima que minimize a função objetivo, que neste caso é a emissão de CO₂ do pilar, utilizando as restrições como critérios de falha. Definidas as duas funções, o *software* irá gerar um resultado que atenda a todas restrições e tenha o menor impacto ambiental.

3.1 Função Objetivo

A função a ser minimizada neste trabalho é dada pela Eq. 3.1 e determina, em quilogramas (kg), a emissão total atribuída ao pilar, com base nas parcelas do concreto, perfil de aço e armaduras.

$$\text{Mín Emissão CO}_2 = \text{CO}_{2c}A_cL + \text{CO}_{2a}A_aL\rho_a + \text{CO}_{2s}A_sL\rho_s + \text{CO}_{2f}PL \quad (3.1)$$

onde CO_{2c} , CO_{2a} , CO_{2s} e CO_{2f} são as emissões atribuídas ao concreto (kgCO₂/m³), perfil de aço (kgCO₂/kg), armaduras (kgCO₂/kg), e forma (kgCO₂/m²), respectivamente, A_c é a área da seção transversal do concreto (m²), A_a é a área da seção transversal do perfil de aço (m²), ρ_a é a massa específica do perfil de aço, adotada como 7850 kg/m³, A_s é a área total das armaduras longitudinais (m²), ρ_s é a massa específica do aço da armadura,

adotada como 7850 kg/m^3 , L é o comprimento do pilar (m) e P é o perímetro da seção transversal do pilar (m).

A emissão de CO_2 por quilograma de aço, tanto do perfil quanto da armadura, foi obtida de acordo com *Worldsteel Association* (2019). A emissão de CO_2 por área de forma foi fornecida por Santoro e Kripka (2020). Já os valores de emissão de CO_2 por volume de concreto e o consumo dos materiais componentes, para os diversos valores de resistência característica, foram fornecidos por Thomaz (2021), conforme apresentados na Tabela 3.2 e 3.3, respectivamente.

Tabela 3.2 - Emissão de CO_2 dos materiais constituintes.

Material	Emissão de CO_2	Material	Emissão de CO_2
Perfil de aço	1,900 kg CO_2/kg	Concreto – 50 MPa	186,261 kg CO_2/m^3
Armadura	1,924 kg CO_2/kg	Concreto – 55 MPa	192,591 kg CO_2/m^3
Forma	1,780 kg CO_2/m^2	Concreto – 60 MPa	198,429 kg CO_2/m^3
Concreto – 20 MPa	129,846 kg CO_2/m^3	Concreto – 65 MPa	203,844 kg CO_2/m^3
Concreto – 25 MPa	142,709 kg CO_2/m^3	Concreto – 70 MPa	208,896 kg CO_2/m^3
Concreto – 30 MPa	153,681 kg CO_2/m^3	Concreto – 75 MPa	213,629 kg CO_2/m^3
Concreto – 35 MPa	163,247 kg CO_2/m^3	Concreto – 80 MPa	218,081 kg CO_2/m^3
Concreto – 40 MPa	171,729 kg CO_2/m^3	Concreto – 85 MPa	222,285 kg CO_2/m^3
Concreto – 45 MPa	179,347 kg CO_2/m^3	Concreto – 90 MPa	226,266 kg CO_2/m^3

Tabela 3.3 - Consumo de materiais constituintes do concreto.

Fck [MPa]	Ccimento [kg/m ³]	Csílica [kg/m ³]	Careia [kg/m ³]	Cbrita [kg/m ³]
20	252,9794	25,29794	698,0927	1107,454
25	283,6642	28,36642	699,0478	1105,474
30	309,8322	30,98322	700,0066	1103,49
35	332,6441	33,26441	700,9691	1101,503
40	352,8637	35,28637	701,9354	1099,512
45	371,0205	37,10205	702,9054	1097,517
50	387,4967	38,74967	703,8793	1095,518
55	402,5772	40,25772	704,8569	1093,515
60	416,4801	41,64801	705,8384	1091,509
65	429,3762	42,93762	706,8238	1089,498
70	441,4013	44,14013	707,813	1087,484
75	452,6659	45,26659	708,8062	1085,466
80	463,2603	46,32603	709,8033	1083,444
85	473,2598	47,32598	710,8043	1081,418
90	482,7278	48,27278	711,8093	1079,388

3.2 Função das Restrições

As funções de restrição do programa são baseadas nas diretrizes de verificação encontradas na norma brasileira ABNT NBR 8800:2008. Nas Eq. 3.2 a 3.16, N_{sd} é o valor solicitante de cálculo da carga de compressão e M_{sd} é o momento fletor solicitante de cálculo. Os subíndices x e y referem-se aos eixos principais da seção transversal.

- Compressão pura: A carga de projeto sobre a resistência de projeto deve ser menor ou igual a 1:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} - 1 \leq 0 \quad (3.2)$$

- Limites de aplicabilidade para pilares mistos totalmente revestidos

$$\frac{\left(\frac{h_c}{b_c}\right)}{5} - 1 \leq 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\left(-\frac{h_c}{b_c}\right)}{0,2} + 1 \leq 0 \quad (3.4)$$

- O fator de contribuição do aço (δ) na capacidade resistente da seção mista deve atender aos limites prescritos nas Eq. 3.5 e 3.6.

$$\frac{\delta}{0,9} - 1 \leq 0 \quad (3.5)$$

$$-\frac{\delta}{0,2} + 1 \leq 0 \quad (3.6)$$

- Percentual máximo e mínimo de armaduras

$$\frac{0,3\%A_c}{A_s} - 1 \leq 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{A_s}{4\%A_c} - 1 \leq 0 \quad (3.8)$$

- Cobrimento máximo e mínimo do perfil de aço

$$\frac{-c_x}{\max\left(\frac{b_f}{6}; 4\right)} + 1 \leq 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{c_x}{0,4b_f} - 1 \leq 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{-c_y}{\max\left(\frac{b_f}{6}; 4\right)} + 1 \leq 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{c_y}{0,3d} - 1 \leq 0 \quad (3.12)$$

onde c_x e c_y são os cobrimentos do perfil de aço em relação ao eixo x e y, respectivamente.

- Diâmetro da armadura longitudinal

$$\frac{\Phi}{\frac{\text{mín}(h_c, b_c)}{8}} - 1 \leq 0 \quad (3.13)$$

onde Φ é o diâmetro (ou bitola) da armadura longitudinal.

- Flexo-compressão: As equações de interação devem ser respeitadas:

- Modelo de Cálculo I:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) - 1 \leq 0, \quad \text{para } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,2 \quad (3.14)$$

$$\frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) - 1 \leq 0, \quad \text{para } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0,2 \quad (3.15)$$

- Modelo de Cálculo II:

$$\frac{M_{x,tot,Sd}}{\mu_x M_{c,x}} + \frac{M_{y,tot,Sd}}{\mu_y M_{c,y}} - 1 \leq 0 \quad (3.16)$$

A solução do problema de otimização será obtida via Algoritmo Genético (AG) nativo do Matlab@2020 e por meio do Algoritmo de Dispersão de Partículas (PSO) implementado dentro da mesma plataforma. Para o PSO, foi adotada uma população inicial com 100 indivíduos, um critério de parada na ordem de 10^{-6} e no máximo 100 iterações. Além disso, as restrições para esse algoritmo serão avaliadas por meio do Método de Penalização Adaptativa.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para a validação do programa desenvolvido, foram feitas comparações dos resultados obtidos pelo programa com os encontrados na literatura, assim como uma otimização dos mesmos. Além disso, foi feita uma análise da eficiência dos algoritmos de otimização, todos eles relacionados ao dimensionamento de pilares mistos totalmente revestidos.

Na Figura 4.1, é mostrada a interface da janela de inserção de dados de entrada do programa e nas Figuras 4.2 e 4.3, são mostradas, respectivamente, a tela de saída de dados, relacionada a verificação à flexo-compressão e ao dimensionamento otimizado.

Figura 4.1 - Tela de entrada de dados do programa.

The screenshot shows the 'UI Figure' application window with the following data entered:

Category	Parameter	Value	
Solicitações	Nsd [kN]	2000	
	MxSd [kN.cm]	15000	
	MySd [kN.cm]	10000	
	Comp [cm]	300	
Perfil	Perfil	W 360 x 79,0	
	Aço do Perfil	ASTM A572 Grau 50	
Concreto	Fck [MPa]	40	
	Agressividade	II	
	Agregado	Granito	
	Armadura	Cobrimento [cm]	3
		φ [mm]	12,5
		N° barras	8
Armadura	Nx	3	
	Ny	3	

Fonte: Autora (2022).

Figura 4.2 - Tela de resultado da verificação.

UI Figure — □ ×

Entrada de Dados | Dimensionamento | **Otimização**

Dados de Entrada

Perfil N° barras Nx
 Aço Fck [MPa] ϕ [mm] Ny

Esforço Normal

Nrd [kN] Nrd Perfil [kN]
 Nsd [kN] Nrd Concreto [kN]
 Nsd/Nrd Nrd Armadura [kN]

Seção transversal

hc [cm]
 bc [cm]

Emissão de CO2

Emissão Total [kg]

Fator de Contribuição do Aço

$0,2 < \delta < 0,9$

Momento Fletor X

MxRd [kN.cm]
 MxSd [kN.cm]

Momento Fletor Y

MyRd [kN.cm]
 MySd [kN.cm]

Modelo de Cálculo [NBR 8800]

Modelo I ≤ 1
 Modelo II ≤ 1

Fonte: Autora (2022).

Figura 4.3 - Tela de resultado da otimização.

UI Figure — □ ×

Entrada de Dados | Dimensionamento | **Otimização**

Resultados

Algoritmo Fck [MPa]
 Perfil
 N° barras Nx hc [cm]
 ϕ [mm] Ny bc [cm]

Fator de Contribuição Aço

$0,2 < \delta < 0,9$

Emissões CO2

Emissão Total [kg]
 Emissão Perfil [kg]
 Emissão Concreto [kg]
 Emissão Armadura [kg]
 Emissão Forma [kg]

Esforço Normal

Nrd [kN] Ncrd Perfil [kN]
 Nsd [kN] Ncrd Conc [kN]
 Nsd/Nrd Ncrd Arm [kN]

Momento Fletor X

MxRd [kN.cm]
 MxSd [kN.cm]

Momento Fletor Y

MyRd [kN.cm]
 MySd [kN.cm]

Modelo de Cálculo [NBR 8800]

Modelo I ≤ 1
 Modelo II ≤ 1

Fonte: Autora (2022).

A análise de resultados foi dividida em quatro casos, incluindo um caso de validação de cálculo de compressão pura com otimização, uma verificação com dimensionamento otimizado à flexo compressão, uma análise de eficiência do algoritmo de otimização para situações arbitrárias e, por fim, uma comparação de resultados de otimização entre um pilar totalmente revestido e um pilar tubular preenchido da literatura.

4.1 Exemplo 01: Compressão pura

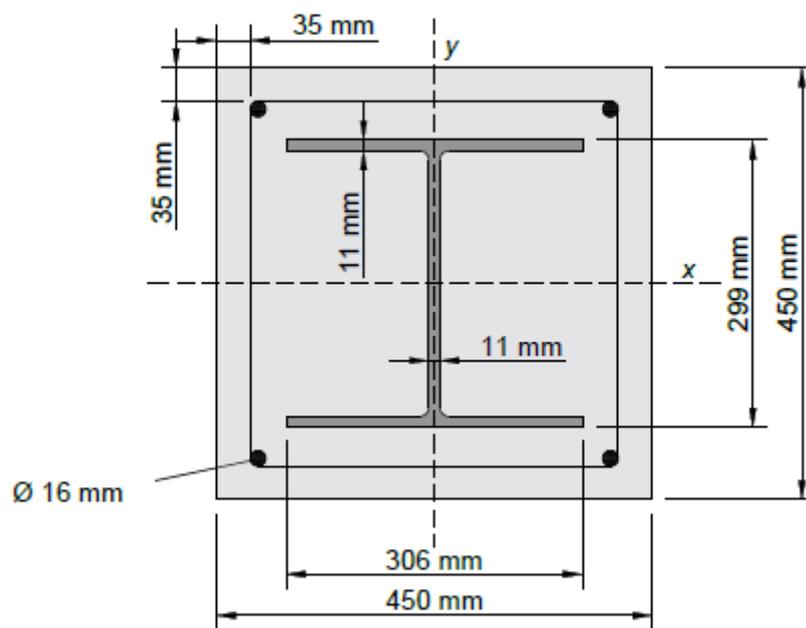
A fim de validar a parte do programa de cálculo da força de compressão pura, foi utilizado um exemplo apresentado por Fakury (2016). O Autor propõe determinar a força axial de compressão resistente de cálculo de um pilar misto birrotulado, situado em ambiente urbano, com as características apresentadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Parâmetros de entrada dados por Fakury (2016).

Item	Parâmetro	Valor
Pilar	Dimensões	450 x 450 mm
	Comprimento	350 cm
Concreto	f_{ck}	40 MPa
	Agregado graúdo	Gnaisse
Perfil de aço	f_y	345 MPa
Armadura	Quantidade	4
	Diâmetro	16 mm
	Cobrimento	35 mm
	f_{ys}	500 MPa

Neste exemplo numérico, foi utilizado o aço ASTM A572 – Grau 50 para o perfil HP 310 x 79, com a seção transversal detalhada na Figura 4.4.

Figura 4.4 - Seção transversal do exemplo 01.



Fonte: Autora (2022).

Logo, para validação do programa, os resultados obtidos por Fakury (2016) foram comparados com os resultados obtidos pelo programa e estão, ambos, apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Análise comparativa dos resultados do exemplo 01.

Item	Parâmetro	Fakury (2016)	Autora (2022)
Armadura longitudinal	Área (A_s)	8,04 cm ²	8,04 cm ²
	Momento de inércia em x ($I_{s,x}$)	2.664 cm ⁴	2.663,99 cm ⁴
	Momento de inércia em y ($I_{s,y}$)	2.664 cm ⁴	2.663,99 cm ⁴
Concreto	Área (A_c)	1.917 cm ²	1.916,96 cm ²
	Momento de inércia em x ($I_{c,x}$)	322.739 cm ⁴	322.738,76 cm ⁴
	Momento de inércia em y ($I_{c,y}$)	333.797 cm ⁴	333.796,76 cm ⁴
	Módulo de elasticidade ($E_{c,red}$)	1.275 kN/cm ²	1.275,03 kN/cm ²
Requisitos de projeto	Fator de contribuição do aço (δ)	0,38	0,385
	Força de flambagem elástica (N_e)	33.553 kN	33.553,79 kN
	Índice de esbeltez reduzido ($\lambda_{0,m}$)	0,556	0,56
	Força axial de compressão resistente de cálculo ($N_{c,Rd}$)	7.160 kN	7.153,65 kN

Ao observar a Tabela 4.2, pode-se notar que os valores convergiram para a mesma solução, com exceção do $N_{c,Rd}$, que apresentou uma pequena diferença em relação ao exemplo referência, provavelmente devido à aproximações de valores, o que não prejudica a análise de resultado. Com isso, verifica-se que o programa produz resultados satisfatórios em relação à parte de cálculo da força de compressão resistente.

Agora, com o intuito de avaliar o funcionamento dos algoritmos de otimização implementados, foi calculada a emissão de CO₂ do exemplo em questão, com base na Eq.

3.1, já citada anteriormente. Para isso, foi adotada uma força axial de compressão solicitante de 7000 kN, um valor próximo da força resistente calculada. Em seguida, foi feita a otimização a partir dos dois algoritmos utilizados neste trabalho, o AG e o PSO, e os valores obtidos foram apresentados nas Tabelas 4.3 e 4.4.

Tabela 4.3 - Características do perfil otimizado do exemplo 01.

Item	Parâmetro	AG	PSO
Pilar	Dimensões	403 x 404 mm	403 x 404 mm
Concreto	f_{ck}	60 MPa	60 MPa
Perfil de aço	Perfil	W 250 x 73,0 (H)	W 250 x 73,0 (H)
Armadura	Quantidade	8	6
	Diâmetro	10 mm	10 mm

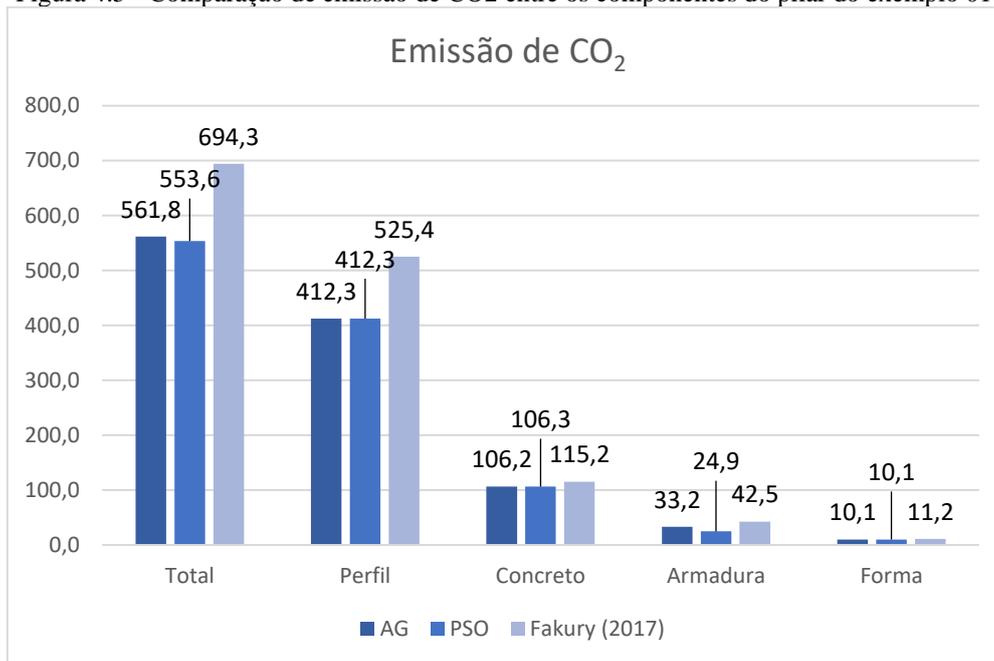
Tabela 4.4 - Resultados de emissão de CO₂ do exemplo 01.

Emissão de CO ₂	Fakury (2016)	Otimização AG	Otimização PSO
Perfil de aço	525,35 kg	412,30 kg	412,30 kg
Concreto	115,22 kg	106,20 kg	106,31 kg
Armadura	42,51 kg	33,21 kg	24,91 kg
Forma	11,21 kg	10,06 kg	10,06 kg
Total	694,30 kg	561,80 kg	553,57 kg

Conforme mostrado na Tabela 4.4, nota-se que a emissão total de CO₂ diminuiu, aproximadamente, 20% para ambos os algoritmos utilizados, quando o pilar foi otimizado. Observa-se que, mesmo a verificação $N_{Sd}/N_{c,Rd}$ perto do limite, os algoritmos ainda encontraram uma solução melhor para tal situação, logo verifica-se um funcionamento apropriado do programa.

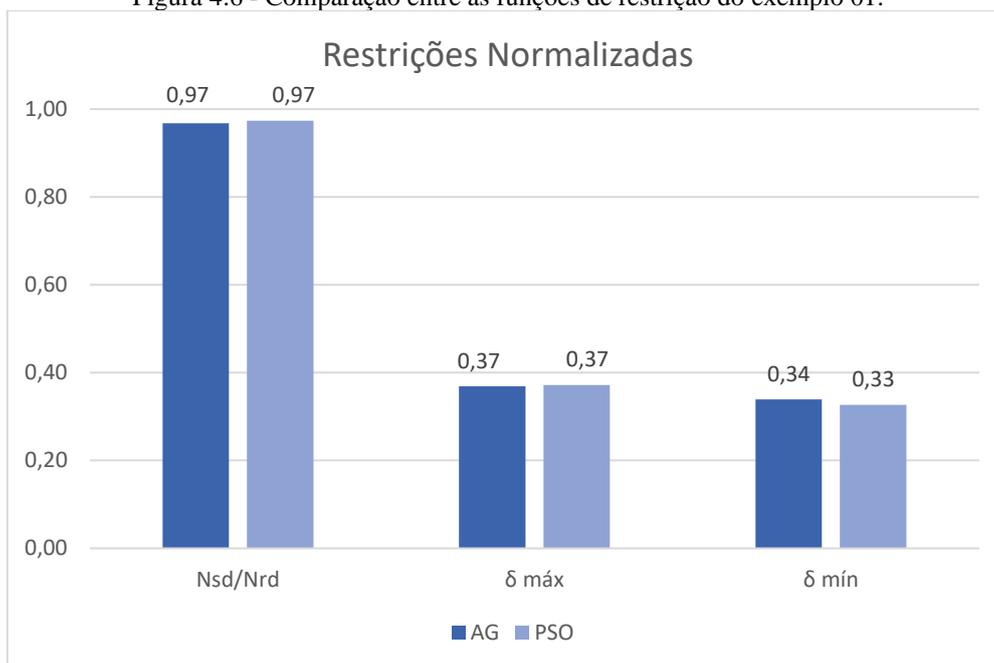
Ainda da Tabela 4.4, uma observação a ser feita é em relação aos algoritmos utilizados. É possível verificar que o PSO apresentou uma maior redução na emissão do que o AG, respectivamente 20,26% e 19,08%, mesmo que próximos.

Outras duas análises relevantes são sobre a comparação das emissões para cada componente do pilar e sobre as funções de restrição do problema. Para isso, foram elaborados dois gráficos, apresentados nas Figuras 4.5 e 4.6.

Figura 4.5 - Comparação de emissão de CO₂ entre os componentes do pilar do exemplo 01.

Fonte: Autora (2022).

Figura 4.6 - Comparação entre as funções de restrição do exemplo 01.



Fonte: Autora (2022).

Da Figura 4.5, observa-se que, apesar da emissão de cada componente ter diminuído de uma forma geral após a otimização, para ambos os algoritmos, o perfil de aço se manteve como o componente que mais contribui com a emissão de CO₂. Contudo, mesmo o perfil de aço prevalecendo nesse quesito, ao ser otimizado, a parcela de contribuição diminuiu, uma vez que, no exemplo dado por Fakury (2016), o perfil

responde por 76% da emissão total, enquanto que, para o AG e o PSO, essa parcela é de 73% e 74%, respectivamente.

Já o gráfico da Figura 4.6, mostra que a restrição de verificação das forças axiais, vista na Eq. 3.2, é a responsável por governar a otimização.

4.2 Exemplo 02: Flexo-compressão

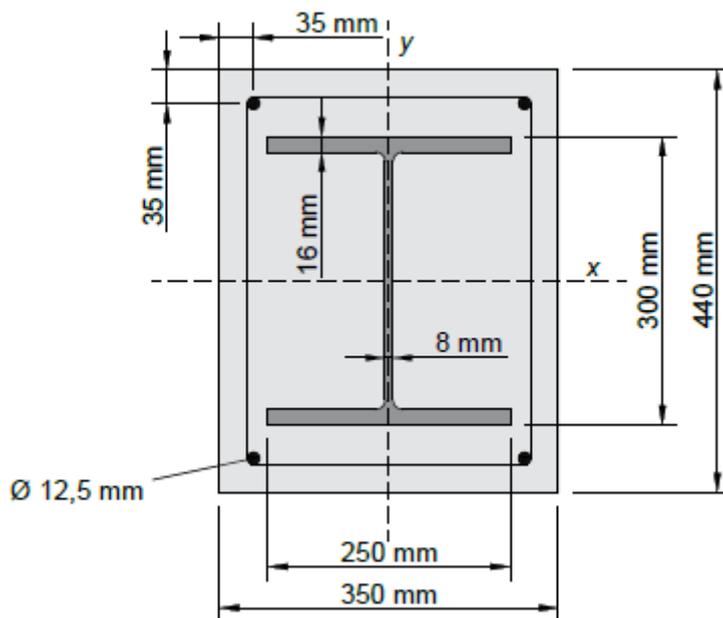
Para validar a verificação à flexo-compressão do programa, foi utilizado um exemplo dado por Calenzani (2021). Aqui, a Autora propõe determinar a força axial de compressão resistente de cálculo de um pilar misto birrotulado, assim como o momento fletor resistente de cálculo no eixo x. Por fim, pede-se que seja feita a verificação à flexo-compressão pelos métodos I e II retratados na norma. As características do pilar e da seção transversal estão apresentadas na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 - Parâmetros de entrada dados por Calenzani (2021).

Item	Parâmetro	Valor
Pilar	Dimensões	350 x 440 mm
	Comprimento	350 cm
Concreto	f_{ck}	30 MPa
Perfil de aço	f_y	350 MPa
Armadura	Quantidade	4
	Diâmetro	12,5 mm
	Cobrimento	35 mm
	f_{ys}	500 MPa

Neste exemplo numérico, foi utilizado um aço com resistência ao escoamento de 350 MPa para um perfil I 300 x 250 x 16 x 8 mm, como mostrado na seção transversal na Figura 4.7. Além disso, foi utilizada uma força de compressão axial solicitante de 2500 kN e um momento fletor solicitante no eixo x de 200 kN.m. Como o tipo de agregado graúdo não foi especificado, adotou-se o granito.

Figura 4.7 - Seção transversal do exemplo 2.



Fonte: Autora (2022).

Assim, para validação do programa, os resultados obtidos por Calenzani (2021) foram comparados com os resultados obtidos pelo programa e estão, ambos, apresentados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 - Análise comparativa dos resultados do exemplo 02.

Item	Parâmetro	Calenzani (2021)	Autora (2022)
Perfil	Área (A_a)	101,44 cm ²	101,44 cm ²
	Momento de inércia em x ($I_{a,x}$)	17.432 cm ⁴	17.431,52 cm ⁴
	Momento de inércia em y ($I_{a,y}$)	4186 cm ⁴	4.167,81 cm ⁴
Armadura longitudinal	Área (A_s)	4,91 cm ²	4,91 cm ²
	Momento de inércia em x ($I_{s,x}$)	1.680 cm ⁴	1.680,02 cm ⁴
	Momento de inércia em y ($I_{s,y}$)	962 cm ⁴	962,11 cm ⁴
Concreto	Área (A_c)	1.433,65 cm ²	1.433,65 cm ²
	Momento de inércia em x ($I_{c,x}$)	229.341 cm ⁴	229.341,80 cm ⁴
	Momento de inércia em y ($I_{c,y}$)	152.078 cm ⁴	152.078,41 cm ⁴
	Módulo de elasticidade ($E_{c,red}$)	1.073,5 kN/cm ²	1073.54 kN/cm ²
Requisitos de projeto	Fator de contribuição do aço (δ)	0,533	0,53
	Força de flambagem elástica (N_e)	16.235 kN	16.235,91 kN
	Índice de esbeltez reduzido ($\lambda_{0,m}$)	0,68	0,68
	Força axial de compressão resistente de cálculo ($N_{c,Rd}$)	4.985 kN	4.994,56 kN
	Altura da linha neutra em x ($h_{n,x}$)	11,53 cm	11,53 cm
	Momento fletor resistente de cálculo em x ($M_{pl,x,Rd}$)	51.311 kN.cm	51.314,29 kN.cm
	Verificação modelo I	0,848	0,85
Verificação modelo II	0,533	0,53	

Segundo a Tabela 4.6, nota-se que os resultados encaminharam para uma mesma solução. Alguns valores, que minimamente se distanciaram do exemplo utilizado como referência, podem ser justificados por aproximações e arredondamentos feitos durante o

cálculo, sem interferência significativa na análise final. Dessa forma, verifica-se que o programa verifica adequadamente a flexo-compressão dos pilares mistos.

Assim como no Exemplo 01, foi calculada a emissão de CO₂ do exemplo em questão, também com base na Eq. (3.1) e, em seguida, foi feita a otimização a partir dos dois algoritmos utilizados neste trabalho, o AG e o PSO, com o intuito de avaliar seus funcionamentos. Os valores obtidos estão apresentados nas Tabelas 4.7 e 4.8.

Tabela 4.7 - Características do perfil otimizado do exemplo 02.

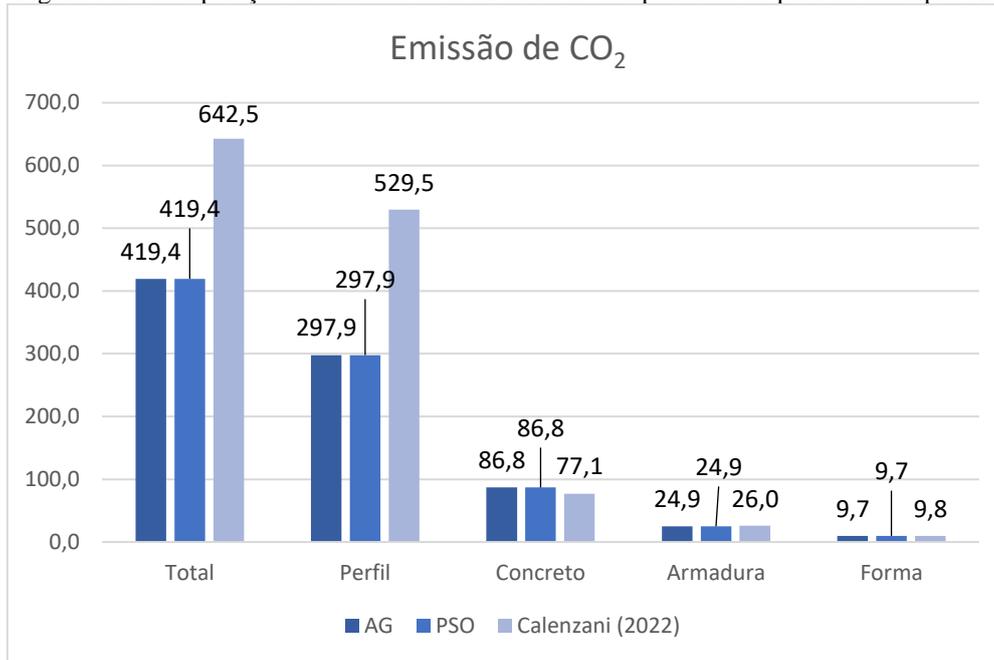
Item	Parâmetro	AG	PSO
Pilar	Dimensões	386 x 396 mm	386 x 396 mm
Concreto	f_{ck}	40 MPa	40 MPa
Perfil de aço	Perfil	HP 250 x 62,0 (H)	HP 250 x 62,0 (H)
Armadura	Quantidade	6	6
	Diâmetro	10 mm	10 mm

Tabela 4.8 - Resultados de emissão de CO₂.

Emissão de CO ₂	Calenzani (2021)	Otimização AG	Otimização PSO
Perfil de aço	529,54 kg	297,92 kg	297,92 kg
Concreto	77,11 kg	86,81 kg	86,81 kg
Armadura	25,96 kg	24,91 kg	24,91 kg
Forma	9,84 kg	9,74 kg	9,74 kg
Total	642,45 kg	419,38 kg	419,38 kg

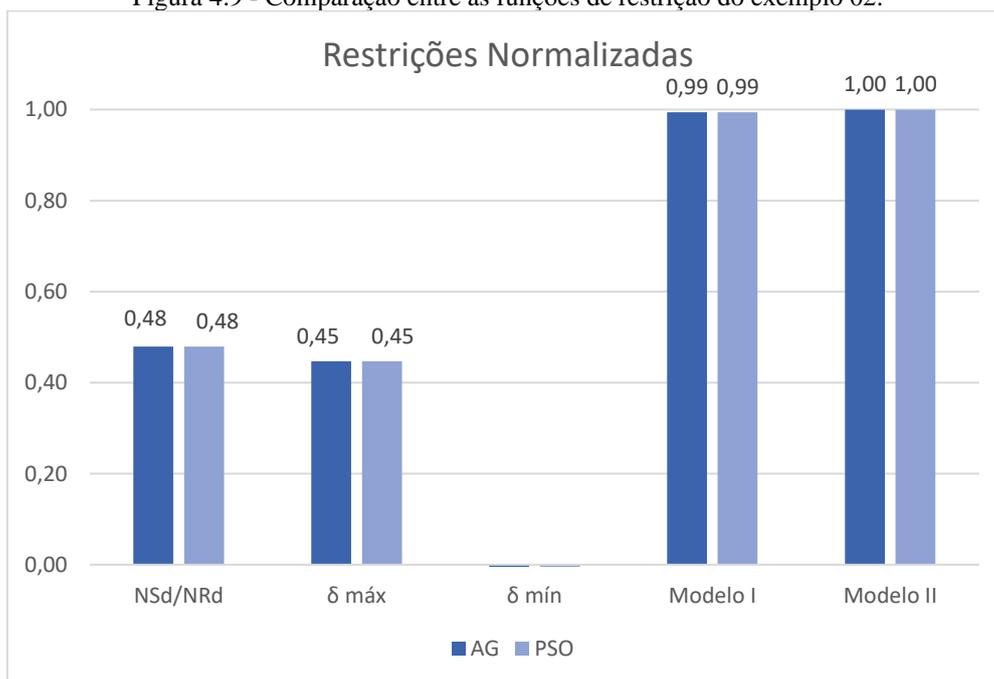
A partir dos resultados da Tabela 4.8, observa-se que a emissão total de CO₂ diminuiu 34,72% quando o mesmo exemplo foi dimensionado de forma otimizada com base nas restrições de flexo-compressão, tanto para o algoritmo AG quanto para o PSO. Esse valor é considerável e verifica um funcionamento apropriado do programa em relação a implementação dos códigos de otimização.

As análises de comparação das emissões para cada componente do pilar e das funções de restrição do problema também foram feitas para esse exemplo, e os mesmos gráficos foram apresentados nas Figuras 4.8 e 4.9.

Figura 4.8 - Comparação de emissão de CO₂ entre os componentes do pilar do exemplo 02.

Fonte: Autora (2022).

Figura 4.9 - Comparação entre as funções de restrição do exemplo 02.



Fonte: Autora (2022).

As mesmas conclusões a respeito da Figura 4.8 foram alcançadas, ou seja, apesar da emissão de cada componente ter diminuído após a otimização, com uma pequena exceção do concreto, o perfil de aço se manteve como o componente que mais contribuiu com a emissão de CO₂, isso para ambos os algoritmos. Contudo, mesmo o perfil de aço prevalecendo nesse quesito, ao ser otimizado, a parcela de contribuição diminuiu, dessa

vez mais consideravelmente. Em Calenzani (2021), o perfil responde por 82% da emissão total, enquanto na otimização essa parcela é de 71%, para os dois algoritmos.

No caso do gráfico da Figura 4.9, esse mostra que a restrição de verificação dada pelos modelos I e II de cálculo, são agora as que comandam a otimização, e a verificação da força axial passa a não ser tão influente como no primeiro exemplo.

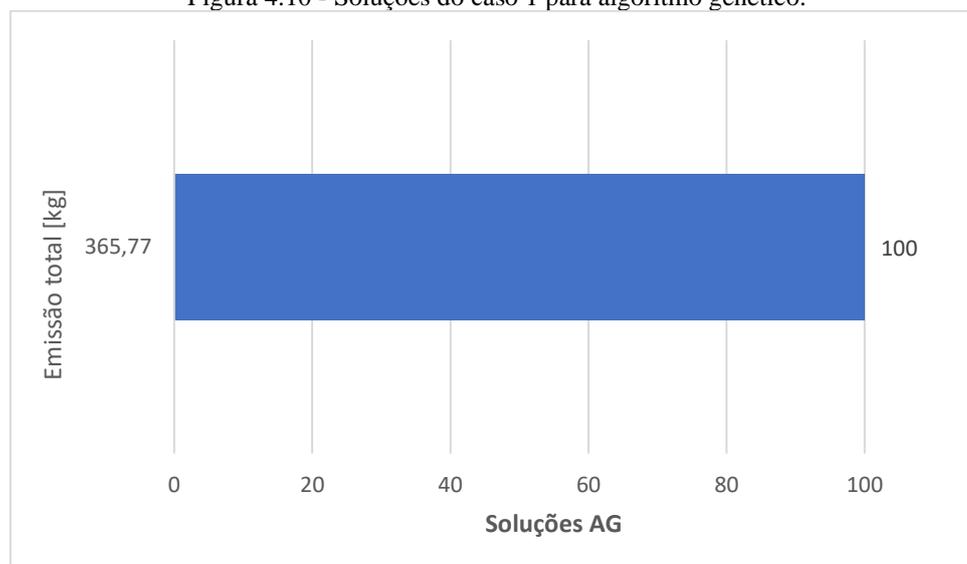
4.3 Exemplo 03: Análise de eficiência dos algoritmos

Neste exemplo, foram arbitradas duas condições de pilares com a intenção de avaliar a eficiência do dimensionamento otimizado à flexo-compressão. Foi realizada uma análise paramétrica, com 100 (cem) iterações para cada situação, de forma que fosse possível avaliar a eficiência dos algoritmos de otimização implementados no programa. As características do pilar utilizado para a primeira situação, assim como os resultados obtidos nas otimizações, estão apresentados, respectivamente, na Tabela 4.9 e nas Figura 4.10 e 4.11.

Tabela 4.9 - Características do caso 1.

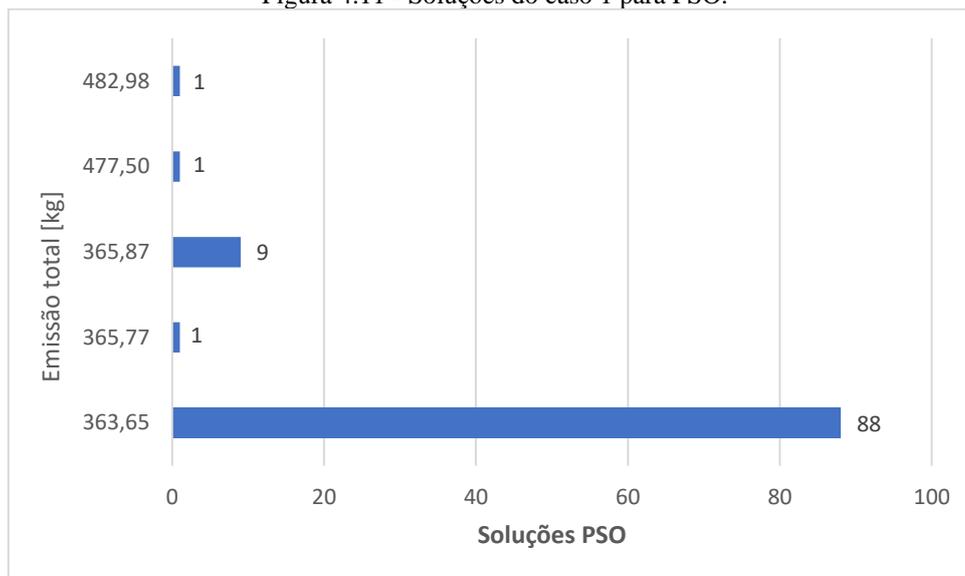
Parâmetro	Valor
Comprimento	300 cm
N_{Sd}	2000 kN
$M_{x,Sd}$	150 kN.m
$M_{y,Sd}$	100 kN.m
Cobrimento	3 cm
Agregado graúdo	Granito

Figura 4.10 - Soluções do caso 1 para algoritmo genético.



Fonte: Autora (2022).

Figura 4.11 - Soluções do caso 1 para PSO.



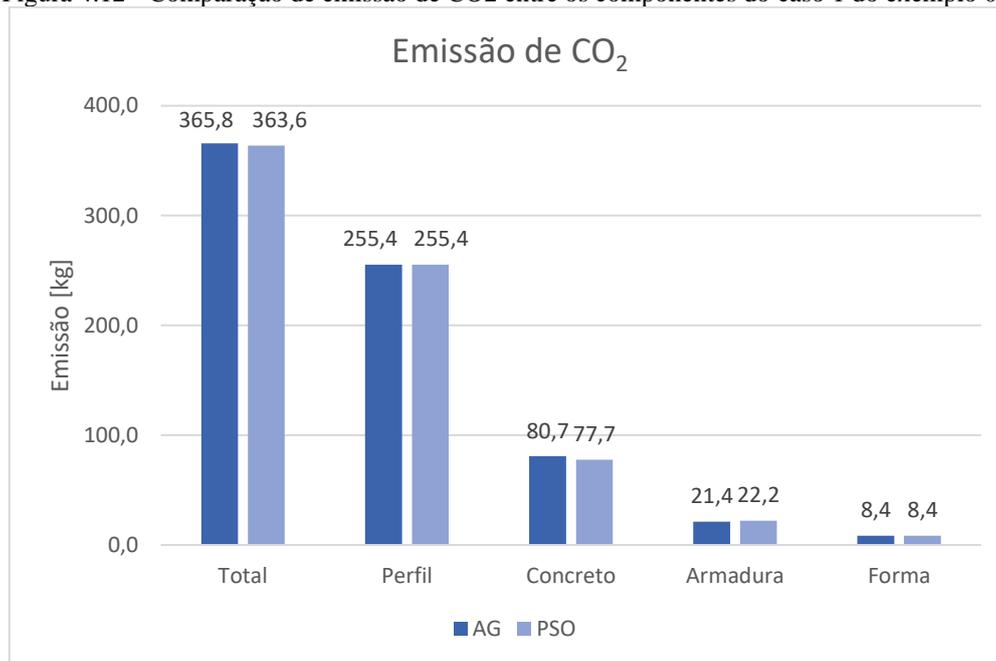
Fonte: Autora (2022).

Dos resultados expressos nas Figuras 4.10 e 4.11, observa-se que para tal situação de pilar, o algoritmo genético foi 100% eficiente na otimização, ou seja, a melhor solução encontrada foi sempre a mesma para as cem iterações, enquanto o PSO foi apenas 88%. Em contrapartida, o PSO encontrou uma emissão mínima global menor que o AG, 363,65 kg e 365,77 kg, respectivamente. Nesse caso, pode-se dizer que o PSO se apresentou mais eficiente para o dimensionamento otimizado. A Tabela 4.10 mostra um resumo das características do pilar encontrado como solução.

Tabela 4.10 - Características do caso 1 otimizado.

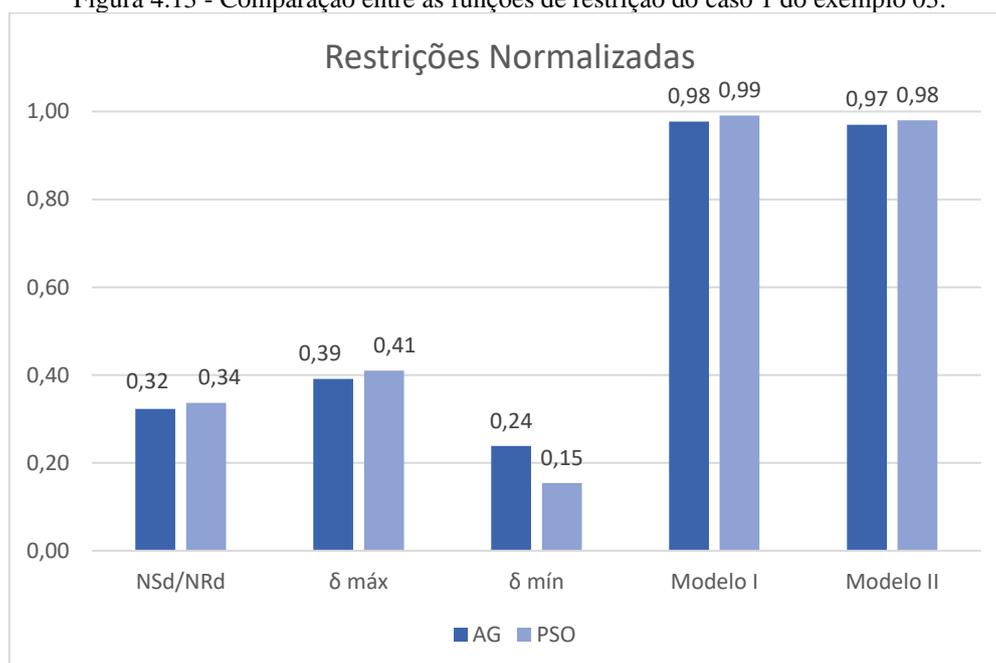
Item	Parâmetro	AG	PSO
Pilar	Dimensões	386 x 396 cm	391 x 410 mm
Concreto	f_{ck}	50 MPa	45 MPa
Perfil de aço	Perfil	HP 250 x 62,0 (H)	HP 250 x 62,0 (H)
Armadura	Quantidade	6	4
	Diâmetro	10 mm	12,5 mm
Emissão de CO ₂	Total	365,77 kg	363,65 kg

Para comparar as emissões de cada componente do pilar e as funções de restrição do problema, foram feitos os gráficos das Figuras 4.12 e 4.13.

Figura 4.12 - Comparação de emissão de CO₂ entre os componentes do caso 1 do exemplo 03.

Fonte: Autora (2022).

Figura 4.13 - Comparação entre as funções de restrição do caso 1 do exemplo 03.



Fonte: Autora (2022).

Em relação a Figura 4.12, essa mostra que o perfil de aço também se manteve como o componente que mais contribui com a emissão de CO₂, isso para ambos os algoritmos. Nesse caso, a parcela de contribuição do perfil é 70% da emissão total, para os dois algoritmos.

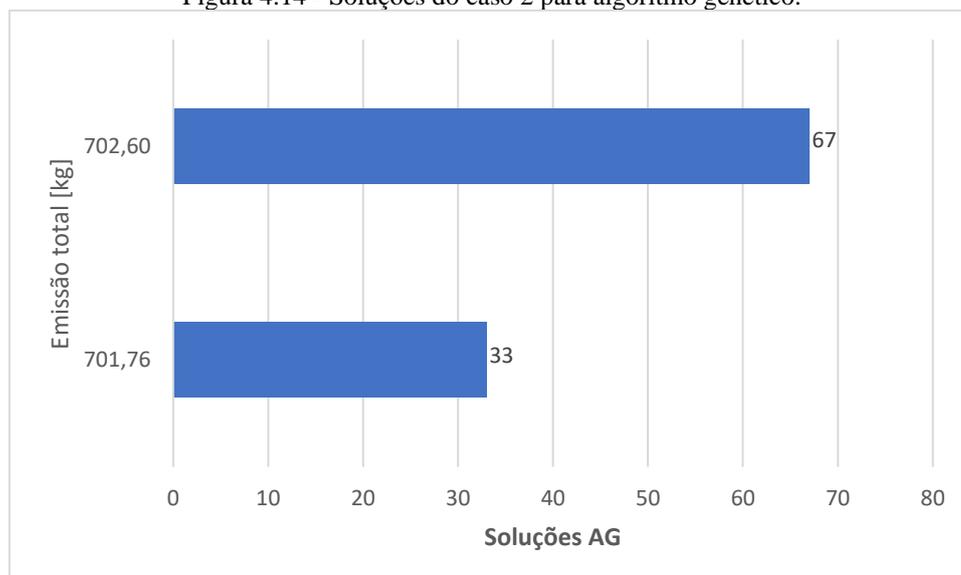
No caso do gráfico da Figura 4.13, esse também mostra que, a restrição de verificação dada pelos modelos I e II de cálculo, é também a responsável por guiar a otimização.

Para a segunda situação testada, as características do pilar utilizado, assim como os resultados obtidos nas otimizações, estão apresentadas, respectivamente, na Tabela 4.11 e nas Figura 4.14 e 4.15.

Tabela 4.11 - Características do caso 2.

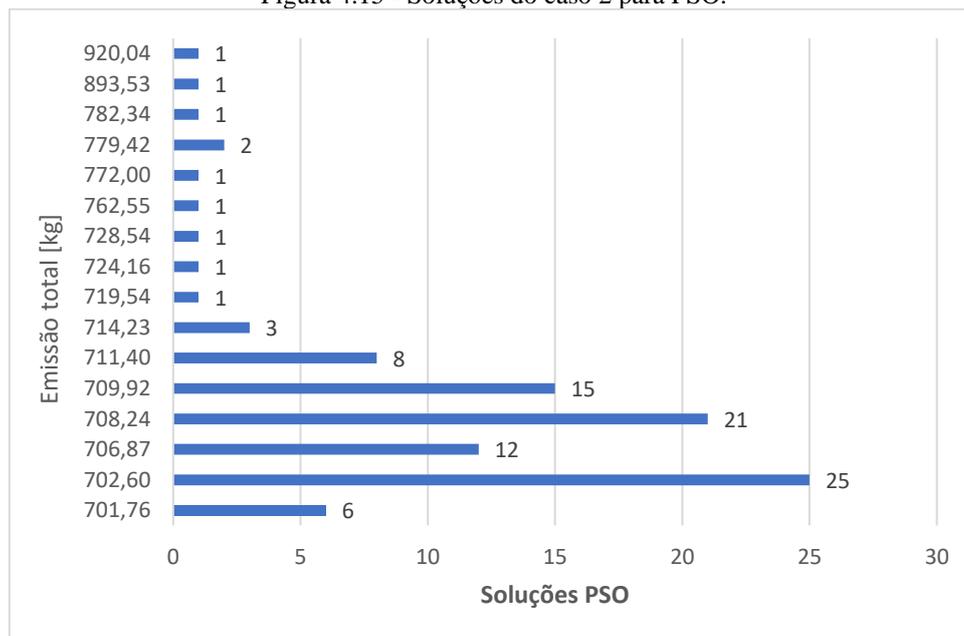
Parâmetro	Valor
Comprimento	350 cm
N_{Sd}	3000 kN
$M_{x,Sd}$	200 kN.m
$M_{y,Sd}$	150 kN.m
Cobrimento	4 cm
Agregado graúdo	Gnaisse

Figura 4.14 - Soluções do caso 2 para algoritmo genético.



Fonte: Autora (2022).

Figura 4.15 - Soluções do caso 2 para PSO.



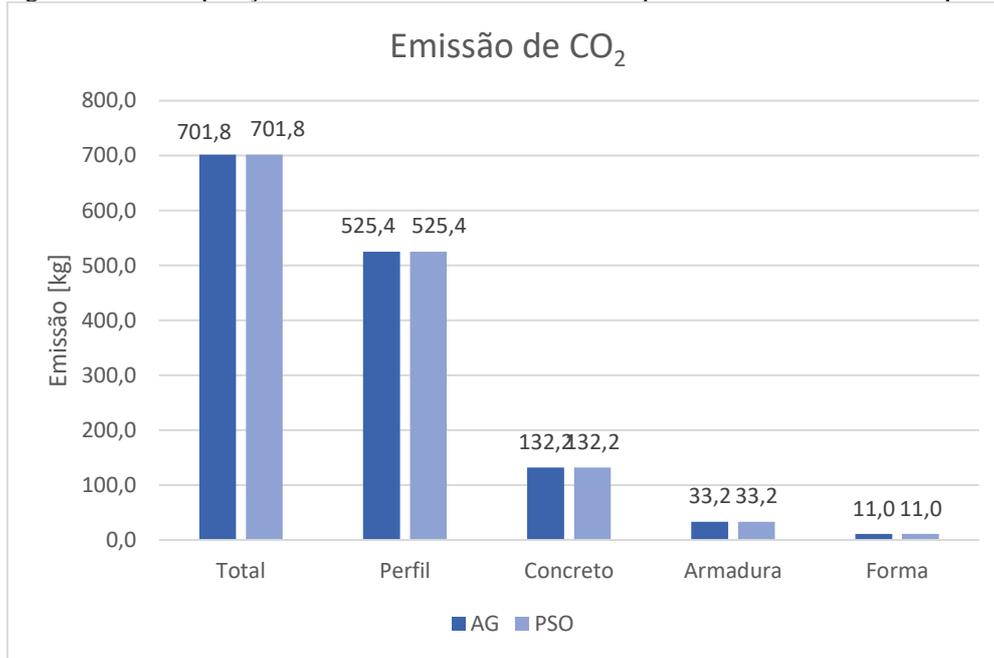
Fonte: Autora (2022).

Conforme visto nas Figuras 4.14 e 4.15, para tal situação, houveram algumas divergências nas soluções encontradas por ambos algoritmos. No entanto, o PSO apresentou uma variedade de soluções muito maior que o AG, apesar de ambos terem encontrado o mesmo mínimo global, de 701,76 kg. Logo, para essa situação de pilar, seria necessário que a otimização fosse feita mais algumas vezes pelo algoritmo do PSO, antes de chegar em alguma conclusão, e analisar se esse cenário de diferentes soluções pode diminuir. Para resumir as características dos pilares encontrados como solução, foi elaborada a Tabela 4.12.

Tabela 4.12 - Características do caso 2 otimizado.

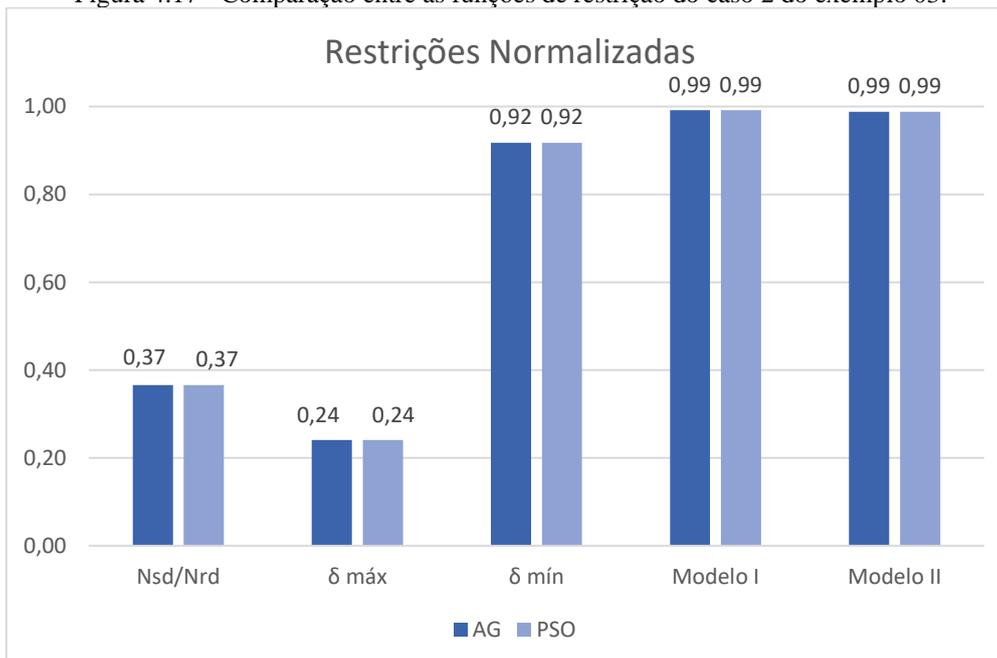
Item	Parâmetro	AG	PSO
Pilar	Dimensões	514 x 365 mm	514 x 365 mm
Concreto	f_{ck}	75 MPa	75 MPa
Perfil de aço	Perfil	W 360 x 79,0	W 360 x 79,0
Armadura	Quantidade	8	8
	Diâmetro	10 mm	10 mm
Emissão de CO ₂	Total	701,76 kg	701,76 kg

Da mesma forma, foram feitos os gráficos das Figuras 4.16 e 4.17 para comparar as emissões de cada componente do pilar e as funções de restrição do problema.

Figura 4.16 - Comparação de emissão de CO₂ entre os componentes do caso 2 do exemplo 03

Fonte: Autora (2022).

Figura 4.17 - Comparação entre as funções de restrição do caso 2 do exemplo 03.



Fonte: Autora (2022).

Em relação a Figura 4.16, essa mostra que o perfil de aço também se manteve como o componente que mais contribui com a emissão de CO₂, isso para ambos os algoritmos. Nesse caso, a parcela de contribuição do perfil é 75% da emissão total, para os dois algoritmos.

No caso do gráfico da Figura 4.17, esse também mostra que a restrição de verificação dada pelos modelos I e II de cálculo é também a responsável por guiar a otimização.

Um ponto a ser acrescentado na análise dos algoritmos, é em relação ao tempo para que as soluções fossem encontradas. Foi observado que o AG leva, em média, 9,67 minutos para encontrar as 100 soluções otimizadas, enquanto o PSO apresentou um tempo médio de 31,67 minutos.

4.4 Exemplo 04: Comparação com pilar tubular

Um exemplo que pode ser utilizado para comparação de impactos ambientais entre pilares mistos é o exemplo de pilares tubulares preenchidos apresentado por Guimarães *et al.* (2022). Os Autores propõem otimizar o dimensionamento de um pilar tubular de aço preenchido com concreto submetido à flexo-compressão, com os valores solicitantes de 1500 kN, para força axial de compressão, e momentos fletores de 25 kN.m para ambas as direções, x e y. Além disso, foi considerado um comprimento de 3 metros para o pilar e o granito ou gnaiss como agregado graúdo. Os resultados foram obtidos para diferentes tipos de seção, levando em conta a presença ou não de armadura longitudinal. Para o exemplo em questão, foi utilizada apenas a solução que apresentou a menor emissão: uma seção circular com a presença de armaduras. As características desse pilar otimizado estão expressas na Tabela 4.13.

Tabela 4.13 - Características do pilar tubular otimizado por Guimarães *et al.* (2022).

Item	Parâmetro	Valor
Seção Circular		
Pilar	Diâmetro	219,1 mm
	Espessura	4,5 mm
Concreto	f_{ck}	50 MPa
Armadura	Quantidade	7
	Diâmetro	10 mm
Emissão de CO₂	Total	123,74 kg

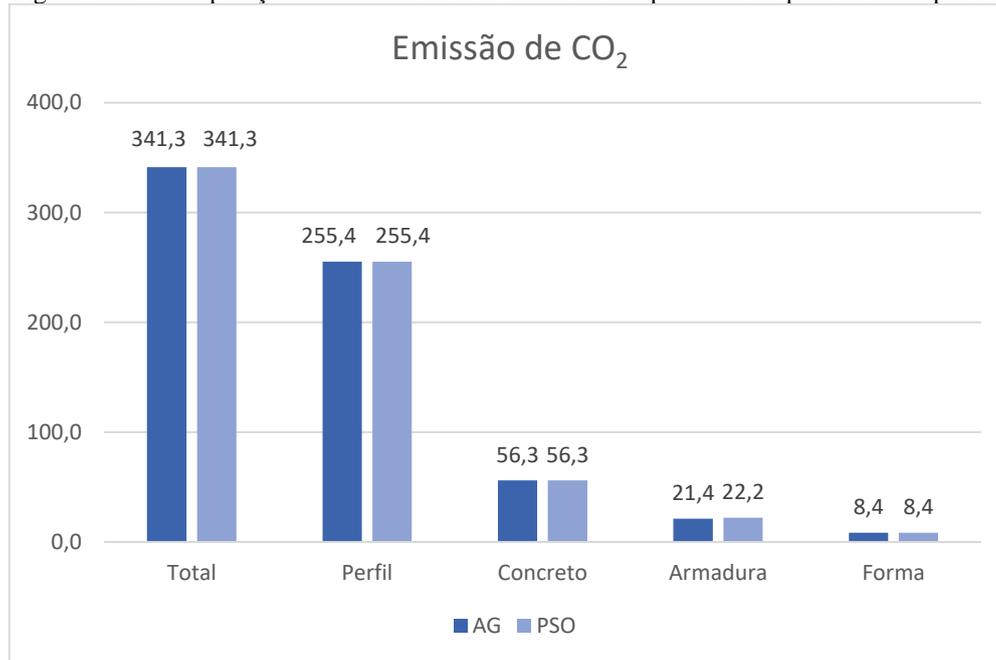
Os mesmos parâmetros de entrada descritos anteriormente foram empregados para o pilar totalmente revestido e o mesmo foi otimizado com base no programa proposto por este trabalho. Os resultados da otimização estão apresentados na Tabela 4.14.

Tabela 4.14 - Características do perfil otimizado para o exemplo 04.

Item	Parâmetro	AG	PSO
Pilar	Dimensões	386 x 396 mm	386 x 396 mm
Concreto	f_{ck}	20 MPa	20 MPa
Perfil de aço	Perfil	HP 250 x 62,0 (H)	HP 250 x 62,0 (H)
Armadura	Quantidade	6	6
	Diâmetro	10 mm	10 mm
Emissão de CO₂	Total	341,32 kg	341,32 kg

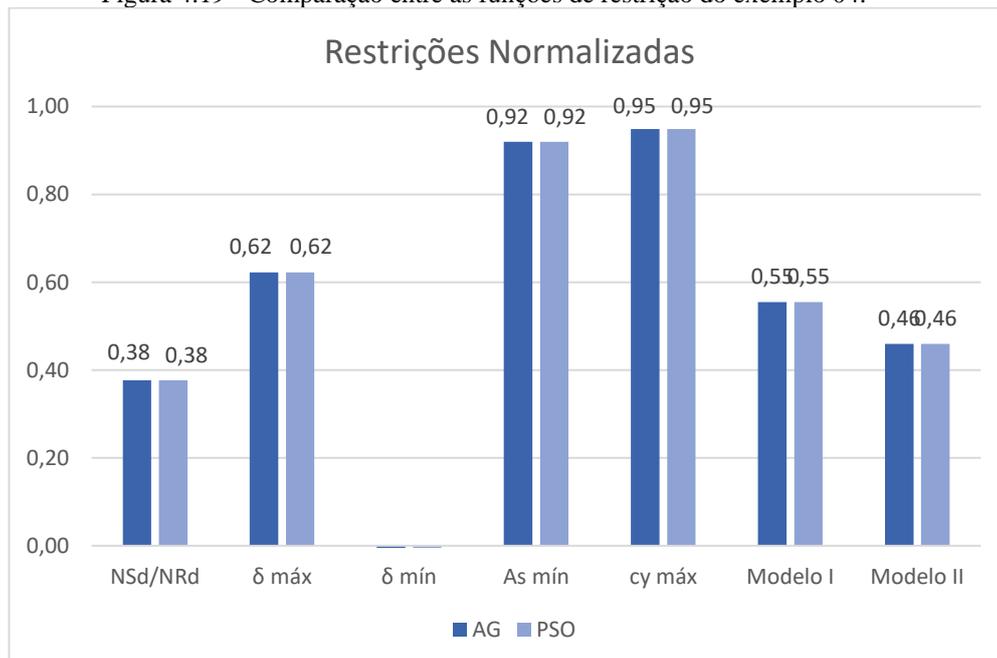
Ao considerar os resultados de emissão total das Tabelas 4.13 e 4.14, nota-se que a opção de pilar misto tubular se apresentou mais eficiente, ambientalmente falando, uma vez que a emissão calculada por Guimarães *et al.* (2022) mostrou-se bem menor. Entretanto, algumas ressalvas podem ser feitas, uma vez que diferentes considerações são feitas para cada situação. Neste trabalho, foi incluído no cálculo de emissão total a contribuição da forma utilizada na moldagem do pilar totalmente revestido, item que é dispensado em pilares com perfil tubular. Além disso, a ABNT NBR 8800:2008 exige a presença de armaduras longitudinais nos pilares totalmente revestidos, o que pode contribuir para maiores restrições geométricas em relação ao dimensionamento das mesmas. E, por fim, os perfis de aço utilizados nos pilares totalmente revestidos são mais robustos que os tubulares, algo que também pode contribuir para o aumento da emissão de CO₂, dado que o perfil possui a maior parcela de emissão do pilar, tendo em vista os exemplos anteriores.

Os gráficos das Figuras 4.18 e 4.19 foram feitos para comparar as emissões de cada componente do pilar e as funções de restrição do problema e, da mesma forma, mostram que o perfil de aço também se manteve como o componente que mais contribui com a emissão de CO₂, isso para ambos os algoritmos, com uma parcela de contribuição de 75% da emissão total. Já a Figura 4.19, diferente dos demais exemplos, mostra que a restrição de verificação dada pelos modelos I e II de cálculo não é mais a responsável por comandar a otimização. Dessa vez, as restrições de área mínima de armadura longitudinal e cobertura máxima do perfil na direção y foram as que prevaleceram para esse exemplo. Contudo, recomenda-se que tal otimização seja processada mais algumas vezes, uma vez que cenário foi diferente do esperado.

Figura 4.18 - Comparação de emissão de CO₂ entre os componentes do pilar do exemplo 04.

Fonte: Autora (2022).

Figura 4.19 - Comparação entre as funções de restrição do exemplo 04.



Fonte: Autora (2022).

5 CONCLUSÃO

O intuito geral deste trabalho foi dimensionar pilares mistos totalmente revestidos, submetidos à flexo-compressão, otimizados em relação à emissão do CO₂ liberado na fabricação dos materiais componentes. No decorrer, foram empregadas as orientações de dimensionamento da ABNT NBR 8800:2008 e desenvolvido um programa de cálculo através do *software* Matlab@2020, utilizando o ambiente do *AppDesigner* para desenvolvimento de uma interface gráfica para o usuário. Dentro das ferramentas disponíveis do *software*, foi aplicada a função de Algoritmo Genético (AG) e, ainda, implementado um algoritmo de dispersão de partículas (PSO), na busca das soluções otimizadas e uma possível comparação de eficiência entre ambos algoritmos.

O programa desenvolvido foi então aferido com exemplos dispostos na literatura, verificando resultados satisfatórios para validação do mesmo. Em seguida, foi feita a otimização desses exemplos, obtendo resultados mais apropriados em relação à emissão do CO₂, para ambos os algoritmos.

Além disso, foi feita uma avaliação da eficiência dos algoritmos por meio de duas situações arbitradas aleatoriamente. Para ambos os casos, apesar do algoritmo genético ter sido mais preciso, o PSO sempre encontrou uma solução igual ou menor que o AG. Nesse caso, pode-se dizer que o PSO se apresentou mais eficiente para o dimensionamento otimizado. Contudo, para determinadas condições, recomenda-se que o mesmo procedimento seja repetido pelo algoritmo do PSO, de forma a analisar se esse cenário de diferentes soluções pode diminuir.

Por fim, um exemplo da literatura foi utilizado para comparação de impactos ambientais entre os pilares deste trabalho e pilares tubulares preenchidos, notando-se que a segunda opção apresentou menor impacto ambiental. Entretanto, esse resultado pode ter sido influenciado pelas diferentes considerações que são feitas para os pilares totalmente revestidos, como inclusão da emissão da forma, a exigência da presença de armaduras longitudinais e a robustez dos perfis de aço para esse tipo de pilar.

Um comportamento observado foi que o perfil de aço se manteve sempre como o componente que mais contribuiu com a emissão total de CO₂. No entanto, ao ser otimizado, a porcentagem de contribuição diminuiu. Além disso, notou-se também que, de uma forma geral, as verificações de flexo-compressão dadas pelos modelos de cálculo I e II, foram as restrições responsáveis por governar a otimização.

Em suma, conforme visto nos exemplos apresentados, todos os resultados obtidos na otimização foram mais eficientes do que os exemplos originalmente propostos. Logo cumpriu-se o objetivo geral de desenvolver peças otimizadas.

Enfim, o programa desenvolvido pode servir como ferramenta auxiliadora na prática do dimensionamento desse tipo de pilar, realizando verificações de forma rápida e filtrando resultados a fim de obter a melhor solução.

REFERÊNCIAS

- ALVES, E. C.; PIETRALONGA, T. C. Análise dos modos de colapso no dimensionamento ótimo de vigas alveolares via algoritmos genéticos. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**, Série III n ° 12. 2020.
- ARPINI, P. A. T.; LOUREIRO, M. C.; BREDÁ, B. D.; CALENZANI, A. F.; ALVES, E. C. Optimum design of a composite floor system considering environmental and economic impacts, **Rev. IBRACON Estrut. Mater.**, v. 15, n. 3, e15302, 2022, <https://doi.org/10.1590/S1983-41952022000300002>
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- ALVES, E. C.; LUBKE, G. P. **Dimensionamento Ótimo e Análise dos Modos de Colapso de Vigas Alveolares e Aço**. – Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, p. 38-64, 2019.
- BARBOSA, H.J.C.; LEMONGE, A.C.C. An adaptive penalty scheme in genetic algorithms for constrained optimization problems. **Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference - GECCO**, p. 287–294, 9-13 July 2002. Morgan Kaufmann Publishers, New York.
- BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. An adaptive penalty method for genetic algorithms in constrained optimization problems. In *Frontiers in Evolutionary Robotics*, I-Tech Education, Austria, v. 34, 2008.
- BREDÁ, B. D., PIETRALONGA, T. C.; ALVES, E. C. Optimization of the structural system with composite beam and composite slab using Genetic Algorithm. **IBRACON Structures and Materials Journal**, v. 13, n. 6, p. 1–14, 2020.
- BARRERA, R.; GÓMEZ, I.; QUIROGA, J. (2014). Detección de daños en estructuras: estudio comparativo entre los algoritmos de optimización AGs y PSO. **Revista ingeniería de construcción**, v. 29(1), p. 61-70. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50732014000100004>
- CALENZANI, A. F. G., “5º Exercício prático de estruturas mistas”. Notas de Aula, UFES. Acesso: 16/10/2021
- CARVALHO, E. C. R. **Solução de problemas de otimização com restrições usando estratégias de penalização adaptativa e um algoritmo do tipo PSO**. 2014. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

CARVALHO, J. P. G.; CARVALHO, E. C. R.; BERNARDINO, H. S.; HALLAK, P. H.; LEMONGE, A. C. C. Solução de problemas de otimização estrutural com restrições de frequências de vibração via PSO. In: XXXVI IBERO-LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL ENGINEERING, p. 1-15, Rio de Janeiro, Brasil, 2015.

CARVALHO, J. P. G.; LEMONGE, A. C. C.; CARVALHO, E. C. R.; HALLAK, P. H.; BERNARDINO, H. S. Truss optimization with multiple frequency constraints and automatic member grouping. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 57, n. 2, p. 547-577, 2018.

DE CARVALHO, J. V. A.; DE SIQUEIRA, C. F.; PEREIRA, G. de O. S.; RIBEIRO, H. M. D.; PAMPLONA, P. X.; DE MEDEIROS, E. M. Otimização de estruturas de concreto armado baseada em confiabilidade usando o matlab. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 62., 2020, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: IBRACON, 2020.

ERLACHER, G.; ALVES, E. C. Optimal Design of Composite Cellular Beams with Partial Interaction and its Environmental Impacts. In: JOINT IBERO-LATIN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING-CILAMCE, XLII.; PAN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL MECHANICS-PANACM, ABMEC-IACM, III., 9-12nov. 2021., Rio de Janeiro, Brazil. **Proceedings[...]**, Rio de Janeiro, Brazil, 2021.

FAKURY, R. H.; SIVA, A. L. R.; CALDAS, R. B. **Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto**, 1ª Ed. Pearson Education do Brasil, São Paulo, 2016.

FIGUEIREDO, L. M. B. **Projeto e construção de pilares mistos aço-concreto**. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós Graduação da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

FU, K. C.; ZHAI, Y.; ZHOU, S. Optimum design of welded steel plate girder bridges using a genetic algorithm with elitism. **Journal of Bridge Engineering**, v. 10, n. 3, p. 291-301, 2005.

GERDAU. Perfis estruturais Gerdau: Tabela de bitolas. Disponível em: <<https://www2.gerdau.com.br/catalogos-and-manuais>>. Acesso: 23/12/2021.

GOLDBERG, D. E. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.

GOMES, H. M. Truss optimization with dynamic constraints using a particle swarm algorithm. *Expert Systems with Applications*, v. 38(1), p. 957–968, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.07.086>

GUIMARÃES, S. A.; KLEIN, D.; CALENZANI, A. F. G.; ALVEZ, E. C. Optimum design of steel columns filled with concrete via genetic algorithm: environmental impact and cost analysis. **REM**. Ouro Preto, v. 75, n. 2, p. 117-128, 2022.

HINRICHS, B E. **Uma Solução Utilizando Algoritmo Genético para o Problema de Comprometimento de Unidades de Energia**. 2018. 46f. Trabalho de Conclusão de Curso de bacharelado em Engenharia de Computação – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2018.

KAR, R.; MANDAL, D.; MONDAL, S.; GHOSHAL, S. P. Crazy based Particle Swarm Optimization algorithm for FIR band stop filter design, *Swarm and Evolutionary Computation*, 2012.

LOURENÇÃO, J. S.; ARPINI, P. A. T.; ERLACHER, G.; ALVES, E. C. Optimized Design of Concrete Filled Steel Columns, **Rev. IBRACON Estrut. Mater.**, 2021.

MATLAB, The language of technical computing. Version 2020a. The MathWorks, Inc, 2020. Disponível em: <https://www.mathworks.com/?s_tid=gn_logo>. Acesso: 18/08/2021.

NEGRIN, I.; NEGRIN, A.; CHAGOYEN, E. Optimización metaheurística de conjuntos estructurales de hormigón armado. **Rev. ing. constr.**, Santiago, v. 34, n. 2, p. 181-192, agosto 2019. Disponível em: <<http://www.scielo.cl/scielo.php>>

PACHECO, M. A. C., “Algoritmos genéticos: princípios e aplicações”. Notas de Aula, PUC Rio de Janeiro. Acesso: 02/09/2021.

PRENDES-GERO, M. B.; BELLO-GARCÍA, A.; COZ-DÍAZ, J. J.; DOMÍNGUEZ, F. J. S.; GARCÍA NIETO, P.J. Optimization of steel structures with one genetic algorithm according to three international building codes. **Construction Journal**, v. 17, n. 1, p. 47-59, 2018.

RAMIREZ-ECHEVERRI, S.; VILLALBA-MORALES, J. D. An approximation to the use of self-adaptive genetic algorithms in weight optimization of 3-D steel trusses. **Ing. compet.**, Cali, v. 23, n. 1, e7337, June 2021. Disponível em: <http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-30332021000100001&lng=en&nrm=iso>

RATNAWEERA, A.; HALGAMUGE, S. K.; WATSON, H. C. Self-organizing hierarchical particle swarm optimizer with time-varying acceleration coefficients. **IEEE Transactions on evolutionary computation**, v. 8, n. 3, p. 240-255, 2004.

SANTORO, J. F.; KRIPKA, M. Minimizing environmental impact from optimized sizing of reinforced concrete elements, **Comput. Concr.**, v. 25, n. 2, p. 111–118, 2020.

SHI, Y. **Particle Swarm Optimization**. Eletronic Date Systems, Inc. IEEE Neural Networks Society, 2004.

SILVA, A. F.; LIMA, B. S. L. P.; JACOB, B. P.; LEMONGE, A. C. C.; BARBOSA, H. J. C. Solução de Problemas de Otimização com Restrições via um Algoritmo Bio-inspirado utilizando uma Estratégia de Penalização Adaptativa. **Nono Simpósio de Mecânica Computacional**, 2010.

THOMAZ, E. C. S. Concretos de Alta Resistência – Traços Tendências, Notas de Aula, IME. Disponível em: <http://aquarius.ime.eb.br/>. Acesso: 21/011/2021.

TORMEN, A. F.; PRAVIA, Z. M. C.; RAMIRES, F. B.; KRIPKA, M. Optimization of steel concrete composite beams considering cost and environmental impact, **Steel and Composite Structures**, v. 34, n. 3, p. 409-421, 2020.

WORLDSTEEL ASSOCIATION. LCI data for steel products. Disponível em: <https://www.worldsteel.org> Acesso: 21/08/2021: 2019.