

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

ILAN RAMOS BARBOZA

**COMPARATIVO DE DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE VIGAS
PROTENDIDAS EM AÇO ENTRE ALGORITMO GENÉTICO E
ALGORITMO DE ENXAME DE PARTÍCULAS**

VITÓRIA
2022

ILAN RAMOS BARBOZA

**COMPARATIVO DE DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE VIGAS
PROTENDIDAS EM AÇO ENTRE ALGORITMO GENÉTICO E
ALGORITMO DE ENXAME DE PARTÍCULAS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil, orientado pelo Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves.

VITÓRIA

2022

ILAN RAMOS BARBOZA

**COMPARATIVO DE DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE VIGAS
PROTENDIDAS EM AÇO ENTRE ALGORITMO GENÉTICO E
ALGORITMO DE ENXAME DE PARTÍCULAS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador

Prof. Dr. Rodrigo Silveira Camargo
Universidade Federal do Espírito Santo
Examinador

Prof. Dra. Janaina Pena Soares de Oliveira
Instituto Federal do Espírito Santo
Examinadora Externa

RESUMO

Este trabalho visa construir com informações comparativas a eficiência da utilização de técnicas computacionais com a intenção de auxiliar no dimensionamento ótimo de vigas protendidas em aço. As ferramentas utilizadas foram o Algoritmo Genético, nativo da plataforma do MATLAB e a Otimização por Enxame de Partículas, conhecido como PSO, implementado na mesma plataforma. O programa conta com uma interface gráfica onde é possível escolher o modelo computacional a ser utilizado naquela iteração, onde é utilizado como base a norma NBR 8800:2008 para estabelecer os limites de dimensionamento. Os resultados ótimos obtidos são objetos de comparação com exemplos numéricos da literatura, conferindo a aplicabilidade e dando confiabilidade aos valores obtidos neste trabalho. Numa perspectiva geral o programa foi capaz de obter economias de até 30% quando comparados com outros autores e estabelecer relação entre as duas técnicas estudadas.

Palavras-chave: Otimização; Vigas; Aço; Algoritmo Genético; AG; Otimização por Enxame de Partículas; PSO; MATLAB.

ABSTRACT

This paper aims to construct with comparative information about the efficiency of the usage of computational techniques with the intention to assist the planning prestressed steel beams regarding its optimal solution. The tools user were the native Genetic Algorithm on the MATLAB platform and the Particle Swarm Optimization, known as PSO, built on the same platform. The program contains a graphical interface where it is possible to choose the computational model to be used with the data provided by the user at that time, which will be used as a basis to find the optimal solution to its design limits according to restrictions imposed by NBR 8800:2008. The optimal results obtained are compared with numerical values of the literature, giving applicability and reliability to the values obtained with the techniques used in this paper. In a general perspective, the program was able to obtain savings up to 30% when compared to other authors and establish a relationship between the two techniques studied.

Keywords: Optimization; Beams; Steel; Genetic Algorithm; GA; Particle Swarm Optimization; PSO; MATLAB.

AGRADECIMENTOS

À Deus, acima de tudo, que permitiu que no tempo certo as coisas acontecessem.

Vó Alaíde, mais uma vez: obrigado por tudo.

Foi uma jornada intensa e longa, agradeço aos familiares que estiveram presentes nos altos e baixos dela: mãe Aparecida, vô Aloir, tio Sérgio, tia Wanderleia e primos Lucas e Thiago, vocês são essenciais para mim, meus mais sinceros agradecimentos, espero tê-los sempre comigo.

Não serei capaz de agradecer o suficiente ao Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves, do qual levarei para o restante da minha jornada pessoal e profissional as longas conversas que tivemos, independentemente da carreira, onde dentre orientações e conselhos, aprendi mais do que poderia imaginar. Não obstante, não mediu esforços para que eu pudesse concluir o curso de Engenharia Civil, mesmo que a vida parecesse empurrar em sentido contrário.

À Universidade Federal do Espírito Santo, todos os profissionais da instituição em geral e do Departamento de Engenharia Civil, onde me deram a oportunidade de me desenvolver como pessoa e me tornar um engenheiro, fazendo parte de um capítulo marcante de minha história.

Aos amigos que fizeram o caminho ser um pouco menos tortuoso e árduo.

Obrigado.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Fluxograma Algoritmo Genético	37
Figura 2. Fluxograma Otimização por Enxame de Partículas	40
Figura 3. Corte transversal com variáveis usadas no Algoritmo Genético.....	44
Figura 4. Tela inicial do programa de otimização.....	50
Figura 5. Tela do programa caso o usuário opte por perfil monossimétrico	51
Figura 6. (a) Vista lateral da viga com carga; (b) seção transversal da viga	53
Figura 7. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 1 via AG	55
Figura 8. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 1 via AG.....	56
Figura 9. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 1 via PSO	58
Figura 10. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 1 via PSO ..	59
Figura 11. Gráfico comparativo entre resultados de AG e PSO	60
Figura 12. Vista lateral da viga com carga	61
Figura 13. Seção transversal da viga	61
Figura 14. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 2 via AG	65
Figura 15. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 2 via AG.....	66
Figura 16. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 2 via PSO	69
Figura 17. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 2 via PSO ..	70
Figura 18. Gráfico comparativo entre resultados de AG e PSO	72
Figura 19. Vista lateral da viga com carregamentos	73
Figura 20. Seção transversal da viga	73
Figura 21. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 3 via AG	77
Figura 22. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 3 via AG.....	77
Figura 23. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 3 via PSO	81
Figura 24. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 3 via PSO ..	81
Figura 25. Gráfico comparativo entre resultados de AG e PSO	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Economia média adicionando protensão em estruturas metálicas	17
Tabela 2. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Abbas et al. (2018) via AG	54
Tabela 3. Resultados de limites de restrição baseado em Abbas et al. (2018) via AG .	54
Tabela 4. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Abbas et al. (2018) via PSO.....	57
Tabela 5. Resultados de limites de restrição baseado em Abbas et al. (2018) via PSO	57
Tabela 6. Resultados econômicos comparando AG e PSO no Exemplo 1	60
Tabela 7. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Rezende (2007) via AG	63
Tabela 8. Resultados de limites de restrição baseado em Abbas et al. (2018) via AG .	64
Tabela 9. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Rezende (2007) via PSO.....	67
Tabela 10. Resultados de limites de restrição baseado em Rezende (2007) via PSO .	68
Tabela 11. Resultados econômicos comparando AG e PSO no Exemplo 2	71
Tabela 12. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Ferreira (2007) via AG	75
Tabela 13. Resultados de limites de restrição baseado em Ferreira (2007) via AG	76
Tabela 14. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Ferreira (2007) via PSO.....	79
Tabela 15. Resultados de limites de restrição baseado em Ferreira (2007) via PSO...	80
Tabela 16. Resultados econômicos comparando AG e PSO no Exemplo 3	83

LISTA DE SÍMBOLOS

b	largura
b_{mesa}	largura da mesa
f_y	resistência ao escoamento do aço
h	altura
k	parâmetro de rigidez
r	raio de giração
t	espessura
t_f	espessura da mesa
t_w	espessura da alma
A	área
A_g	área bruta da seção transversal
C_b	fator de modificação para diagrama de momento fletor não-uniforme
C_w	constante do empenamento da seção transversal
E	módulo de elasticidade do aço
F	força; valor de ação
F_G	valor característico das ações permanentes
F_Q	valor característico das ações variáveis
I	momento de inércia
J	constante de torção da seção transversal
L	distância; comprimento; vão
M	momento fletor
N	força axial
Q	fator de redução total associado à flambagem local
V	força cortante
W	módulo de resistência elástico
Z	módulo de resistência plástico
δ	deslocamento; flecha
γ	coeficiente de ponderação

λ	parâmetro de esbeltez
λ_p	parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação
λ_r	parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento
χ	fator de redução associado à resistência à compressão
σ_r	tensão residual de compressão nas mesas

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	12
1.1 OBJETIVO GERAL	13
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
1.3 JUSTIFICATIVA	14
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1 ANÁLISE DE ESTRUTURAS COM VIGAS DE AÇO	16
2.1.1 VANTAGENS NO USO DE VIGAS DE AÇO PROTENDIDAS.....	16
2.1.2 DESVANTAGENS NO USO DE VIGAS DE AÇO PROTENDIDAS.....	16
2.1.3 ECONOMIA COM PROTENSÃO EM VIGAS DE AÇO.....	17
2.2 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE AÇO	18
2.2.1 MOMENTO FLETOR RESISTENTE DE CÁLCULO.....	18
2.2.3 FORÇA CORTANTE RESISTENTE DE CÁLCULO.....	27
2.2.4 MOMENTO FLETOR SOLICITANTE DE CÁLCULO.....	30
2.2.5 MOMENTO FLETOR SOLICITANTE DE CÁLCULO NO VAZIO.....	31
2.2.5 FORÇA CORTANTE SOLICITANTE DE CÁLCULO.....	32
2.2.6 FORÇA NORMAL SOLICITANTE DE CÁLCULO.....	32
2.2.7 DESLOCAMENTO MÁXIMO.....	33
2.2.8 DESLOCAMENTO TOTAL.....	33
2.3 DIMENSIONAMENTO ÓTIMO VIA SOFTWARE	34
2.3.1 ALGORITMOS GENÉTICOS.....	35
2.3.2 OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS (PSO).....	39
3 – FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	44
3.1 FUNÇÃO OBJETIVO	44
3.2 FUNÇÕES DE RESTRIÇÃO	45
4 – RESULTADOS E ANÁLISES NUMÉRICAS	49
4.1 APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA	49
4.2 EXEMPLO 1 – ABBAS ET AL. (2018)	52
4.2.1 RESULTADOS COM USO DO ALGORITMO GENÉTICO.....	53
4.2.2 RESULTADOS COM USO DO PSO.....	56
4.2.3 COMPARATIVO AG E PSO.....	59
4.3 EXEMPLO 2 – REZENDE (2017)	60

4.3.1 RESULTADOS COM USO DO ALGORITMO GENÉTICO.....	62
4.3.2 RESULTADOS COM USO DO PSO	66
4.3.3 COMPARATIVO AG E PSO.....	70
4.4 EXEMPLO 3 – FERREIRA (2007)	72
4.4.1 RESULTADOS COM USO DO ALGORITMO GENÉTICO.....	74
4.4.2 RESULTADOS COM USO DO PSO	78
4.4.3 COMPARATIVO AG E PSO.....	82
5 – CONCLUSÕES	85
6 – REFERÊNCIAS	87

1 – INTRODUÇÃO

Construções metálicas tiveram sua utilização iniciada em 1779, na construção da ponte sobre rio Severn na Inglaterra. Inicialmente o aço foi empregado na construção primordialmente em pontes, a partir do século XIX com o advento da Revolução Industrial, a popularidade do aço em construções cresceu exponencialmente, uma vez que estas construções que utilizam esse material são vistas como rápidas, precisas e detentoras de um retorno financeiro excelente. Nas construções brasileiras o aço tem crescido de maneira expressiva, permitindo que os profissionais da área encontrem soluções construtivas mais robustas, eficientes e com qualidade ainda maior.

Estruturas feitas em aço levam vantagem em relação a outros materiais construtivos em alguns aspectos como: maior adaptabilidade ao design arquitetônico das peças; possibilidade de inserção de vãos maiores; menor tempo para execução da obra; maior consciência na quantidade de material a ser gasto, devido ao fato do processo de manufatura dos componentes serem industrializados; mais fácil de inserir adaptações e extensões na obra; e um menor custo reduzido nas fundações se comparado à estruturas de concreto, devido ao seu perfil mais leve.

A técnica da protensão é uma tecnologia realizada com o auxílio de um macaco hidráulico que desloca os cabos de aço de alta resistência, sua teoria baseia-se no cancelamento das tensões de tração na seção transversal. Quando a tensão de compressão é exercida fora do centro de gravidade da seção estrutural, além da compressão, é criado um momento na direção oposta ao momento gerado pelo carregamento da estrutura, obtendo-se assim um menor momento fletor resultante.

O processo de dimensionamento clássico consiste, normalmente, em adotar uma configuração inicial para então verificar se os requisitos de dimensionamento naquele cenário são atendidos, caso o processo seja atendido em todos os parâmetros, o dimensionamento está feito, tendo então, pouca busca pela economia de recursos, mas pela resolução do problema em encontrar um dimensionamento.

Com o crescente avanço da tecnologia, as buscas por alternativas em métodos de dimensionamento, como por exemplo na utilização de algoritmos de otimização são cada

vez mais acessíveis. Ravindray, Venkateswarly e Raju (2007) realizam análise numérica e experimental em vigas de aço protendidas para chegar no modelo ideal de otimização para cada situação específica, objetivando encontrar o melhor cenário de dimensionamento.

Uma gama de métodos meta-heurísticos tem sido constantemente desenvolvidos e aplicados para resolver diversos problemas propostos pela natureza, como exemplo o trabalho de Prendes-Gero et al. (2018), que utilizaram o Algoritmo Genético para encontrar o peso mínimo de uma estrutura metálica de 3 andares que fosse capaz de suportar ações externas, onde obtiveram resultados um resultado positivo em até 10% de economia se comparado com modelos não otimizados.

Ademais, tem sido crescente também a utilização do método de Otimização por Enxame de Partículas (do inglês, Particle Swarm Optimization – PSO), que tem obtido bons resultados em diversos segmentos, como reportam os autores Jun Ye et al. (2016) que obtiveram resultados expressivamente superiores em relação a modelos não otimizados de viga de aço na resistência à flexão, com valores entre 26% e 75% a mais.

É notório, através de referências da academia, a vantagem da utilização de métodos de otimização no dimensionamento. Aliando à crescente tecnologia computacional, métodos meta-heurísticos, normalmente carregados de longos e complexos cálculos, tornam-se cada vez mais acessíveis para serem utilizados numa recorrência diária.

1.1 OBJETIVO GERAL

Tendo em vista a nova realidade tecnológica a qual estamos submetidos, o trabalho em questão visa apresentar a formulação do problema de otimização envolvendo vigas de aço protendidas segundo a norma NBR 8800:2008, para que o resultado obtido seja comparado com exemplos dispostos em literatura e entre os métodos utilizados para otimização. O programa desenvolvido foi implementado com a plataforma MATLAB. Para a resolução do problema de otimização, o software faz uso do Algoritmo Genético nativo do MATLAB e o PSO implementado na mesma plataforma.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para cumprir com o proposto do trabalho, será necessário:

- Implementar o PSO dentro da plataforma do MATLAB e comparar soluções obtidas com o AG;
- Analisar problemas da literatura de forma a avaliar a eficiência das soluções obtidas;
- Verificar o impacto do uso da protensão nas soluções ótimas finais de vigas de aço.

1.3 JUSTIFICATIVA

O processo de manufatura de estruturas de aço está em constante transformação, fazendo uso cada vez mais intenso da tecnologia em seu dia a dia, permitindo uma maior manobra em relação aos custos, tornando hoje uma opção equiparável ou mais vantajosa financeiramente. No entanto, ao passo que a questão financeira é valorizada e posta em pauta como um grande atrativo devido ao menor custo, este tipo de construção proposta gera também uma redução no uso de materiais.

O trabalho almeja expor quão benéfico torna-se o cenário de dimensionamento de vigas de aço com protensão quando utilizado métodos computacionais. Por fim, o programa em exposto possui a rotina de cálculo necessária para validação do dimensionamento proposto, auxiliando aos engenheiros que façam uso da plataforma em sua rotina.

2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A quantidade de recursos e capacidade humana limitados resultaram numa busca cada vez mais intensa pelos métodos computacionais. Com o avanço da tecnologia, tanto na parte computacional, em estudos para novos empregos de materiais de construção, a área da Engenharia Civil permanece num ciclo de constante desenvolvimento, estando sempre em busca da melhor qualidade e segurança com o menor custo.

Devido a essa atratividade no setor financeiro, onde os gastos podem ser constantemente reduzidos, inúmeras pesquisas nesta área passaram a surgir, levantando diferentes conclusões em relação ao uso da protensão em vigas de aço. Troistky (1990) aborda alguns tipos de seções transversais em diferentes condições de suporte. Em seu estudo o autor aponta ser equivocado alguns estudos de protensão no aço, que seria tentar aplicar um sistema de protensão no aço equivalente à protensão do concreto, retardando a proliferação da protensão em estruturas metálicas. Para o autor, a protensão no aço deve se limitar a tornar nula as tensões indesejáveis na estrutura. De modo a simplificar a análise técnica-econômica de estruturas metálicas protendidas, ele determina a equação (01) para encontrar o menor custo com vigas metálicas protendidas.

$$Q = \gamma L \frac{P_x}{\sigma_{all}} \quad (01)$$

Onde:

Q = peso do aço

γ = peso específico do aço

L = comprimento do elemento protendido

P_x = força de protensão aplicada

σ_{all} = tensão admissível

2.1 ANÁLISE DE ESTRUTURAS COM VIGAS DE AÇO

A protensão está disponível para aplicação no Brasil desde a década de 40, quando foi utilizada na ponte do Galeão, no Rio de Janeiro. No entanto, apesar da tecnologia estar disponível há bastante tempo, o desenvolvimento tecnológico em estruturas metálicas é recente e tem se difundido bastante em países da Europa, mas ainda não é popular em outras localidades.

Esta tecnologia passou a ser difundida cada vez mais devido as claras percepções de suas vantagens estruturais, fomentando uma extensa quantidade de pesquisas acerca deste tema.

2.1.1 VANTAGENS NO USO DE VIGAS DE AÇO PROTENDIDAS

De acordo com Trotsky (1990, p. 9), entre as numerosas vantagens em comparação com estruturas que não empregam a protensão, é possível relatar a possibilidade de redução de momentos fletores, além do fato de que a viga metálica protendida pode ter tensões de tração e compressão atuando, ao passo que em estruturas de concreto a protensão visa obter tensões de compressão com o propósito de evitar possíveis fissuras naquele componente.

Ainda segundo o autor, a protensão permite a utilização de fios ou cabos feitos com aço de alta resistência em que as deformações são menores, em torno de 1,5 a 2 vezes menor, enquanto comparado com cabos de aço comum que chegam a valores entre 4 a 6 vezes menor.

2.1.2 DESVANTAGENS NO USO DE VIGAS DE AÇO PROTENDIDAS

Apesar de ser um tema de interesse crescente dentro da construção civil, a protensão demanda alguns cuidados específicos, demandando uma mão de obra especializada, que a depender da localização da obra, pode não ser encontrada. Ademais, requer aço de alta resistência, embutindo assim um custo adicional no material, podendo ocorrer situações em que não se torna mais vantajosa financeiramente a protensão, para este caso, torna-se necessário o dimensionamento adequado para checar o melhor cenário.

2.1.3 ECONOMIA COM PROTENSÃO EM VIGAS DE AÇO

Lançando um comparativo entre estruturas protendidas e estruturas sem protensão, em todos os países em que este estudo foi realizado, é mostrado uma economia de materiais e recursos financeiros quando a opção escolhida é utilizar estruturas protendidas. A protensão em estruturas de metal permite, se adequadamente dimensionada, a economia de materiais na construção, gerando assim um consequente impacto financeiro. Mukhanov (1968) expõe o fato de que com a protensão é possível economizar entre 10-18% do volume de aço, gerando uma redução no custo total da obra em torno de 5-15%.

Os autores Brodka e Klobukowski (1969) obtiveram após estudos, uma tabela que relaciona a economia tanto em aço, quanto em economia no custo total quando utilizada esta tecnologia, os dados estão relacionados na tabela 1, na qual a unidade de medida foi adaptada, onde os autores originalmente utilizaram pés como unidade de medida, para adaptar a tabela se faz a conversão para metros.

Tabela 1. Economia média adicionando protensão em estruturas metálicas

Estrutura	Economia de aço (%)	Economia de custo (%)
-----------	---------------------	-----------------------

Vigas	10-12	8-12
Treliças de até 30,48 metros de vão	5-10	2-5
Treliças de cobertura entre 30,48 e 39,62 metros	10-20	5-10
Treliças de cobertura entre 39,62 e 60,96 metros	10-45	7-20
Quadros e arcos entre 30,48 e 60,96 metros	20-50	10-30

Fonte: Brodka e Klobukowski (1969)

Em comparação com vigas tradicionais de concreto, Júnior (1976) concluiu através de um estudo numérico, uma economia no peso total variando entre 15% e 30% se usadas vigas protendidas, economia esta que pode gerar grande impacto no orçamento final de uma fundação. O autor destaca, no entanto, que a economia em custo seria consideravelmente menor para vigas sujeitas a grande momento fletor, onde o custo adicional dos sistemas de ancoragem e protensão seriam diluídos no custo total.

2.2 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE AÇO

Para que a otimização possa encontrar uma solução ótima através de métodos computacionais, é necessário estabelecer uma série de restrições para que o algoritmo, independentemente do método selecionado, tenha um caminho para escolher qual se adapta melhor a função objetivo que será o alvo.

Portanto, para que as funções de restrição sejam elaboradas da maneira que foram utilizadas neste trabalho e detalhadas no tópico 3, é necessário ressaltar uma série de equações que as compõem e são necessárias de serem impostas, estas serão detalhadas em seguida e são referenciadas pela norma que rege este trabalho, a NBR 8800:2008.

2.2.1 MOMENTO FLETOR RESISTENTE DE CÁLCULO

Para limitar os esforços máximos permitidos considerando a resistência característica do aço que está sendo utilizado, há de se relacionar o momento fletor resistente com o

momento solicitante. Para o cálculo do momento fletor resistente de cálculo exposto nesta seção, uma sequência de passos é necessária para chegar de fato no valor de M_{Rd} , uma vez que o M_{rk} a ser utilizado dependerá de uma série de comparações entre os valores de M_{rk} obtidos em cada uma das flambagens, entre a flambagem da alma, lateral ou da mesa.

$$M_{Rd} = \frac{M_{rk}}{\gamma_{al}} \quad (2)$$

Onde:

M_{rk} momento fletor resistente nominal
 γ_{al} coeficiente de ponderação da resistência (1,10)

2.2.1.1 FLAMBAGEM LOCAL DA ALMA (FLA)

Considera-se aqui a sequência de passos para a situação de flambagem local da alma, onde são calculados os parâmetros de esbeltez e o momento de plastificação e elástico.

$$M_{cr} = f_y W \quad (3)$$

Onde:

f_y resistência ao escoamento do aço
 W módulo de resistência mínimo elástico da seção, relativo ao eixo da flexão

$$M_{pl} = Z_x f_y \quad (4)$$

Onde:

Z_x módulo de resistência plástico
 f_y resistência ao escoamento do aço

$$\lambda = \frac{h}{t_w} \quad (5)$$

Onde:

- λ parâmetro de esbeltez referente ao momento fletor resistente
- h altura da alma
- t_w espessura da alma

$$\lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (6)$$

Onde:

- λ_p parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação
- E módulo de elasticidade do aço
- f_y Resistência ao escoamento do aço

$$\lambda_r = 5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (7)$$

Onde:

- λ_r parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento
- E módulo de elasticidade do aço
- f_y Resistência ao escoamento do aço

Cálculo do M_{rk} :

- Se $\lambda \leq \lambda_p$:

$$M_{rk} = M_{pl} \quad (8)$$

- Se $\lambda \geq \lambda_r$: (alma esbelta)

$$M_{rk} = 0 \quad (9)$$

- Senão:

$$M_{rk} = M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \quad (10)$$

2.2.1.2 FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO (FLT)

Sequência de passos considerando a flambagem lateral, onde são calculados os parâmetros de esbeltez e os momentos de plastificação e elástico.

$$M_r = 0,7 f_y W \quad (11)$$

Onde:

- f_y resistência ao escoamento do aço
- W módulo de resistência mínimo elástico da seção, relativo ao eixo da flexão

$$M_{pl} = Z_x f_y \quad (12)$$

Onde:

Z_x módulo de resistência plástico
 f_y resistência ao escoamento do aço

(13)

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,039 \frac{J L_b^2}{C_w}\right)}$$

Onde:

C_w constante do empenamento da seção transversal
 C_b fator de modificação para diagrama de momento fletor não-uniforme
 E módulo de elasticidade do aço
 I_y momento de inércia eixo y
 L_b distância entre duas seções contidas à flambagem lateral com torção (comprimento destravado)
 J constante de torção da seção transversal

(14)

$$\lambda = \frac{L_b}{r_y}$$

Onde:

λ parâmetro de esbeltez referente ao momento fletor resistente
 L_b distância entre duas seções contidas à flambagem lateral com torção (comprimento destravado)
 r_y raio de giração da seção em relação ao eixo principal de inércia perpendicular ao eixo de flexão

(15)

$$\lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

Onde:

- λ_p parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação
 E módulo de elasticidade do aço
 f_y resistência ao escoamento do aço

(16)

$$\lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{(I_y J)}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 C_w \beta_1^2}{I_y}}}$$

Onde:

- λ_r parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento
 I_y momento de inércia da seção em relação ao eixo que passa pelo plano médio da alma
 J constante de torção da seção transversal
 r_y raio de giração da seção em relação ao eixo principal de inércia perpendicular ao eixo de flexão
 C_w constante de empenamento da seção transversal

Cálculo do M_{rk} :

- Se $\lambda \leq \lambda_p$:

(17)

$$M_{rk} = M_{pl}$$

- Se $\lambda \geq \lambda_r$:

$$M_{rk} = M_{cr} \quad (18)$$

- Senão:

$$M_{rk} = C_b (M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}) \quad (19)$$

2.2.1.3 FLAMBAGEM LOCAL DA MESA COMPRIMIDA (FLM)

Por fim, considerando o momento fletor resistente, calcula-se os parâmetros de esbeltez e os momentos de plastificação e elástico para a flambagem local da mesa. Deve-se levar em consideração o fato de que este trabalho abrangerá o escopo de perfis soldados, uma vez que visa trabalhar com grandes vãos.

$$M_r = 0,7 f_y W \quad (20)$$

Onde:

- f_y resistência ao escoamento do aço
- W módulo de resistência mínimo elástico da seção, relativo ao eixo da flexão

$$M_{cr} = \frac{0,90 k_c E W}{\lambda^2} \quad (21)$$

Onde:

- E módulo de elasticidade
 W módulo de resistência mínimo elástico da seção, relativo ao eixo da flexão
 λ parâmetro de esbeltez referente ao momento fletor resistente

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} \quad (22)$$

- h altura da alma
 t_w espessura da alma

- Se $k_c \leq 0,35$:

$$k_c = 0,35 \quad (23)$$

- Se $k_c \geq 0,76$:

$$k_c = 0,76 \quad (24)$$

$$M_{pl} = Z_x f_y \quad (25)$$

Onde:

Z_x módulo de resistência plástico
 f_y resistência ao escoamento do aço

$$\lambda = 0,5 \frac{b_f}{t_w} \quad (26)$$

Onde:

λ parâmetro de esbeltez referente ao momento fletor resistente
 b_f largura da mesa
 t_w espessura da mesa

$$\lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (27)$$

Onde:

λ_p parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação
 E módulo de elasticidade do aço
 f_y resistência ao escoamento do aço

$$\lambda_r = 0,95 \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r)/k_c}} \quad (28)$$

Onde:

λ_r parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento

- E módulo de elasticidade do aço
- f_y resistência ao escoamento do aço
- σ_r tensão residual de compressão nas mesas

Cálculo do M_{rk} :

- Se $\lambda \leq \lambda_p$:

$$M_{rk} = M_{pl} \quad (29)$$

- Se $\lambda \geq \lambda_r$:

$$M_{rk} = M_{cr} \quad (30)$$

- Senão:

$$M_{rk} = M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \quad (31)$$

2.2.3 FORÇA CORTANTE RESISTENTE DE CÁLCULO

Ainda levando em conta a necessidade de limitar os esforços máximos permitidos considerando a resistência característica do aço, calcula-se a força cortante resistente, para compará-la posteriormente com a força solitante.

- Se $\lambda \leq \lambda_p$:

$$V_{Rd} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{al}} \quad (33)$$

- Se $\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r$:

$$V_{Rd} = \frac{\lambda_p V_{pl}}{\lambda \gamma_{al}} \quad (34)$$

- Se $\lambda \geq \lambda_r$:

$$V_{Rd} = 1,24 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda}\right)^2 \frac{V_{pl}}{\gamma_{al}} \quad (35)$$

Onde:

- V_{pl} força cortante correspondente à plastificação da alma por cisalhamento
- γ_{al} coeficiente de ponderação da resistência (1,10)
- λ parâmetro de esbeltez referente ao momento fletor resistente
- λ_p parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação
- λ_r parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento

$$\lambda = \frac{h}{t_w} \quad (36)$$

Onde:

- λ parâmetro de esbeltez referente ao momento fletor resistente
- h altura da alma
- t_w espessura da alma

(37)

$$\lambda_p = 1,10 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}}$$

Onde:

- λ_p parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação
 E módulo de elasticidade do aço
 f_y resistência ao escoamento do aço

$$k_v \begin{cases} 5,0, \text{almas sem enrijecedores transversais, para } \frac{a}{h} > 3 \text{ ou para } \frac{a}{h} > \left[\frac{260}{h/t_w} \right]^2 \\ 5 + \frac{5}{(a/h)^2}, \text{ para os outros casos} \end{cases}$$

(38)

$$\lambda_r = 1,37 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}}$$

Onde:

- a distância entre enrijecedores
 λ_r parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento
 E módulo de elasticidade do aço
 f_y resistência ao escoamento do aço

(39)

$$V_{pl} = 0,60 A_w f_y$$

Onde:

- A_w área efetiva de cisalhamento, correspondente ao produto entre a altura total da seção transversal (d) com a espessura da alma (t_w)

f_y resistência ao escoamento do aço

2.2.4 MOMENTO FLETOR SOLICITANTE DE CÁLCULO

Cenário considerando todos os carregamentos no sistema.

- Se a quantidade de cabos = 0:

$$M_{sd} = \frac{F_d L^2}{8} + 1,25 \frac{M_{rd_max_pontual}}{100} \quad (40)$$

Onde:

F_d combinação última, utilizando das constantes dispostas em norma e os carregamentos em cada cenário, calcula-se a ELU

$M_{rd_max_pontual}$ maior momento gerado pelas cargas pontuais (caso conste no cenário)

L comprimento do vão

- Se a quantidade de cabos for diferente de 0:

$$M_{sd} = \frac{F_d L^2}{8} - M_{prot} + 1,25 \frac{M_{rd_max_pontual}}{100} \quad (41)$$

Onde:

F_d combinação última, utilizando das constantes dispostas em norma e os carregamentos em cada cenário, calcula-se a ELU

$M_{rd_max_pontual}$	maior momento gerado pelas cargas pontuais (caso conste no cenário)
L	comprimento do vão
M_{prot}	momento gerado pela protensão naquele cenário

2.2.5 MOMENTO FLETOR SOLICITANTE DE CÁLCULO NO VAZIO

O cenário abaixo considera apenas o peso próprio e a protensão.

- Se a quantidade de cabos = 0:

$$M_{sd_vazio} = \frac{F_d L^2}{8} \quad (42)$$

Onde:

F_d	combinação última, utilizando das constantes dispostas em norma e os carregamentos em cada cenário, calcula-se a ELU
L	comprimento do vão

- Se a quantidade de cabos for diferente de 0:

$$M_{sd} = \frac{F_d L^2}{8} - M_{prot} \quad (43)$$

Onde:

F_d	combinação última, utilizando das constantes dispostas em norma e os carregamentos em cada cenário, calcula-se a ELU
-------	--

L	comprimento do vão
M_{prot}	momento gerado pela protensão naquele cenário

No caso do cenário em que o momento gerado pela protensão ocasione um valor maior, tornando a equação negativa, deve-se inverter o valor final, seguindo normalmente com o valor em módulo, adotando o valor positivo.

2.2.5 FORÇA CORTANTE SOLICITANTE DE CÁLCULO

$$V_{sd} = \frac{F_d L}{2} + 1,25 V_{rd_{max_pontual}} \quad (44)$$

Onde:

F_d	combinação última, utilizando das constantes dispostas em norma e os carregamentos em cada cenário, calcula-se a ELU
L	comprimento do vão
$V_{rd_{max_pontual}}$	força cortante máxima gerada pelas cargas pontuais dispostas no cenário avaliado

2.2.6 FORÇA NORMAL SOLICITANTE DE CÁLCULO

A única força que se encontra atendendo este cenário é a força gerada pela protensão.

$$N_{sd} = F_{prot} \quad (45)$$

Onde:

F_{prot} força gerada pela protensão

2.2.7 DESLOCAMENTO MÁXIMO

Flecha máxima permitida pela norma para o tipo de viga utilizada neste trabalho.

$$\delta = \frac{L}{350} [mm] \quad (46)$$

Onde:

L extensão do vão analisado

2.2.8 DESLOCAMENTO TOTAL

Combinação das flechas devido a carregamentos.

$$\delta_{total} = \delta_{gq} + \delta_{prot} + \delta_{cp} \quad (47)$$

Onde:

δ_{gq} flecha considerando a combinação rara de ações
 δ_{prot} flecha devido à protensão
 δ_{cp} flecha considerando somente as cargas pontuais

$$\delta_{gq} = \frac{5 q L^4}{384 E_a I_x} \quad (48)$$

Onde:

q	carregamento no exemplo que está sendo calculado
L	comprimento do vão
E	módulo de elasticidade do aço
I_x	momento de inércia eixo x

$$\delta_{prot} = \frac{M_{prot} L^2}{8 E_a I_x} \quad (49)$$

Onde:

M_{prot}	momento gerado pela protensão
L	comprimento do vão
E	módulo de elasticidade do aço
I_x	momento de inércia eixo x

2.3 DIMENSIONAMENTO ÓTIMO VIA SOFTWARE

A utilização de recursos computacionais tem sido frequentemente buscada em estudos recentes, uma vez que normalmente o dimensionamento ótimo encontra-se em iterações de possíveis valores que correspondam para suportar a estrutura que está sendo planejada. Com este conhecimento, autores como Partovi e Fanaie (2020) utilizaram o software ABAQUS para comprovar o fato de que a adição de cabos para protensão em

vigas metálicas resultam na redução da deflexão com diferentes condições de apoio. O resultado foi comparado entre as equações teóricas com o Método dos Elementos Finitos, demonstrando que o modelo pode prever adequadamente a deflexão de vigas.

Abbas et al. (2018) utilizaram o mesmo modelo de Método dos Elementos Finitos com o software ANSYS para minimizar a massa estrutural da viga e empregar energia, comprovando também um aumento das vantagens na solução final do problema ao adicionar a protensão e compará-los com os resultados obtidos sem protensão.

Bettin e Andrade (2016) obtiveram através do software SAP2000-V17 o resultado de que a protensão é viável em estruturas de telhado treliçadas em forma de arco, implementando o método dos elementos finitos para alcançar a solução ótima. No estudo, foi alcançada uma economia de material em até 90% quando a opção pela protensão é escolhida, compensando os custos da protensão.

Tendo em vista a grande quantidade de softwares disponíveis no mercado para inserir os diferentes métodos de análise para dimensionamento, é importante ter domínio do método a ser utilizado independentemente da plataforma na qual será utilizada para obter os resultados.

A inteligência computacional visa, por meio das observações da natureza, extrair técnicas que soem similares ao comportamento humano, como por exemplo o aprendizado, evolução e adaptação. O trabalho dos autores Yildirim e Ackay (2019) utilizou a lógica fuzzy junto de uma abordagem utilizando o Algoritmo Genético. Os autores ressaltam a importância de manter a alta eficiência no uso dos recursos, uma vez que são utilizados de maneira intensa na construção civil, fazendo-se necessário encontrar o custo mínimo.

Diante das numerosas técnicas possíveis de serem utilizadas para otimização, o presente trabalho utiliza a plataforma MATLAB e compara os resultados obtidos entre o Algoritmo Genético (AG) e Otimização por Enxame de Partículas (PSO).

2.3.1 ALGORITMOS GENÉTICOS

Frequentemente utilizados em problemas complexos de otimização, Algoritmos Genéticos (do inglês, Genetic Algorithm, GA) são inspirados na teoria Darwiniana da evolução das espécies e na genética, constituídos de uma técnica comprovada de maneira teórica e empírica. Sua sobressalência em relação a métodos clássicos deve-se ao fato de que estes são designados a resolverem um problema específico e somente este, dificultando assim a adaptabilidade a diferentes situações e a criação de ambientes computacionais para calcular de maneira mais eficiente uma solução ótima.

Deb (1998) explica em seu artigo que a teoria dos Algoritmos Genéticos foi elaborada por John Holland em 1975 quando publicou seu livro *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, onde o autor deu início a um crescimento exponencial de pesquisas utilizando o GA, sendo implementado de maneira cada vez mais intensa o uso deste sistema em sistemas computacionais, visando a busca de soluções otimizadas nos mais diversos campos.

O Algoritmo Genético busca na evolução natural e da recombinação genética, onde a busca adaptativa permite a reprodução e sobrevivência daqueles que estão mais aptos a sobreviverem naquele ambiente imposto. O ponto central da teoria envolve o balanço entre a eficiência e a eficácia necessária para sobrevivência em diferentes ambientes, demandando assim, robustez.

Em pormenores, a teoria consiste que dentro de uma determinada população, alguns dos indivíduos podem ser soluções de um problema específico. No entanto, a partir do cruzamento de alguns deles, pode-se preservar características predominantes dos ancestrais e contar com a mutação que os beneficiaria. A cada nova geração criada, a mesma substitui a anterior, que com um aumento na variabilidade genética, tornam-se mais próximos de uma solução adequada, retornando assim, o melhor indivíduo após um determinado número de evoluções.

No entanto, para que seja possível chegar a uma solução ótima, o Algoritmo Genético deve passar pelas etapas ilustradas na Figura 1:

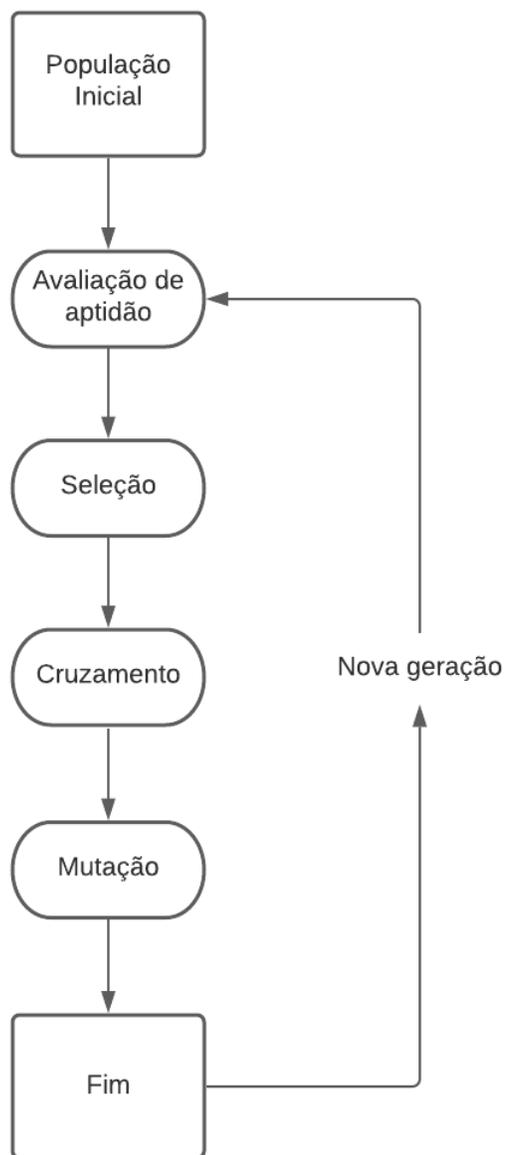


Figura 1. Fluxograma Algoritmo Genético

Fonte: Autor (2022)

Na etapa (1) a população inicial deve ser criada, com uma quantidade de indivíduos determinada, de modo que seja suficientemente grande de modo a ocorrer uma variabilidade suficiente nos genes disponíveis, os genes de cada indivíduo representam uma série de parâmetros ou variáveis que definem cada indivíduo (2) ocorre uma

avaliação para cada indivíduo, onde é determinado se o indivíduo está probabilisticamente apto ou não para a reprodução, esta avaliação ocorre através de uma pontuação de aptidão de cada indivíduo (3) seleciona-se os indivíduos que obtiveram uma pontuação maior na etapa anterior, cada par (dois indivíduos selecionados) será responsável por repassar a herança genética (4) etapa crucial do algoritmo, onde há o cruzamento dos indivíduos selecionados, trocando entre si alguns dos genes de cada um, até o ponto em que o cruzamento é consolidado (5) após o cruzamento, alguns destes genes podem sofrer mutação, podendo evitar uma convergência para um valor ótimo precoce, mantendo a diversidade da população. Esta sequência de etapas deve ser repetida até que alcance um número de iterações pré-determinado ou quando a solução final chega num valor satisfatório o suficiente para encerrar este ciclo.

Desde que John Holland propagou os conhecimentos da técnica, diversos artigos fizeram uso de tal método para testar a eficiência do uso na construção civil. Kripakaran, Hall e Gupta (2011) implantaram o Algoritmo Genético para prover as a otimização necessária para encontrar as soluções ótimas que obtiveram em estruturas metálicas com ligações rígidas, ao passo que era dado inicialmente uma quantidade necessária de ligações rígidas e o programa iria gradualmente decaindo o número necessário para então encontrar o número ideal.

Agrawal, Chandwani e Porwal (2013) utilizaram o Algoritmo Genético para obter soluções em relação a engenharia estrutural, onde objetivaram encontrar a solução ótima seguindo os preceitos da norma, com reduções entre 8,5% - 10,5% do peso efetivo, oferecendo tanto uma economia em material e custos, quanto um aumento na segurança do produto dimensionado.

Alves e Pietralonga (2020) concluíram na análise dos modos de colapso no dimensionamento ótimo de vigas alveolares que o algoritmo genético apresentou resultados satisfatórios, uma vez que os resultados gerados pelo programa utilizado foram valores próximo às restrições impostas, indicando que poderia gerar soluções reais que com custo financeiro consideravelmente menor ao que é empregado no mercado.

Skoglund, Leander e Karoumi (2020) fizeram uso do método GA com o objetivo de otimizar custos, quantidade de material gasto em obra e emissão de CO₂ seguindo os parâmetros impostos por norma em vigas, onde foram utilizados diferentes tipos de aço para a mesma seção da viga, de modo a verificar a viabilidade de utilização de aços de alta resistência. O estudo obteve uma solução ótima que resultou numa substancial redução de custos, material e impacto ambiental ao empregar o aço de alta resistência.

Alves e Ramos (2020) comprovaram a eficiência do uso de Algoritmo Genético em seu estudo sobre vigas mistas alveolares de concreto e aço, uma vez que obtiveram melhorias em relação ao peso estrutural em todos os cenários quando comparados com referências anteriores da literatura.

Mageveske et al. (2021) aplicaram o AG para obter a solução de problemas de vigas protendidas de aço para perfis duplamente simétricos. Em comparação com a literatura os autores apontam ganhos de até 20% na redução do custo final.

2.3.2 OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS (PSO)

A teoria de Otimização por Enxame de Partícula (do inglês PSO – Particle Swarm Optimization) apresentada na década de 90 por Kennedy e Eberhart, foi inspirado na análise comportamental dos pássaros que estão à procura de alimento ou local para abrigar um ninho. Quando ocorre a procura, cada pássaro (indivíduo) pode ter um ganho com as experiências dos membros de um grupo (enxame). Em suma, o PSO é uma técnica computacional evolutiva que se baseia num comportamento social que através de uma gama de possíveis soluções é possível encontrar uma solução ótima.

Para que seja possível encontrar a solução ótima, uma sequência de passos deve ser seguida para seguir o método da Otimização por Enxame de Partículas como exposto na figura 2:

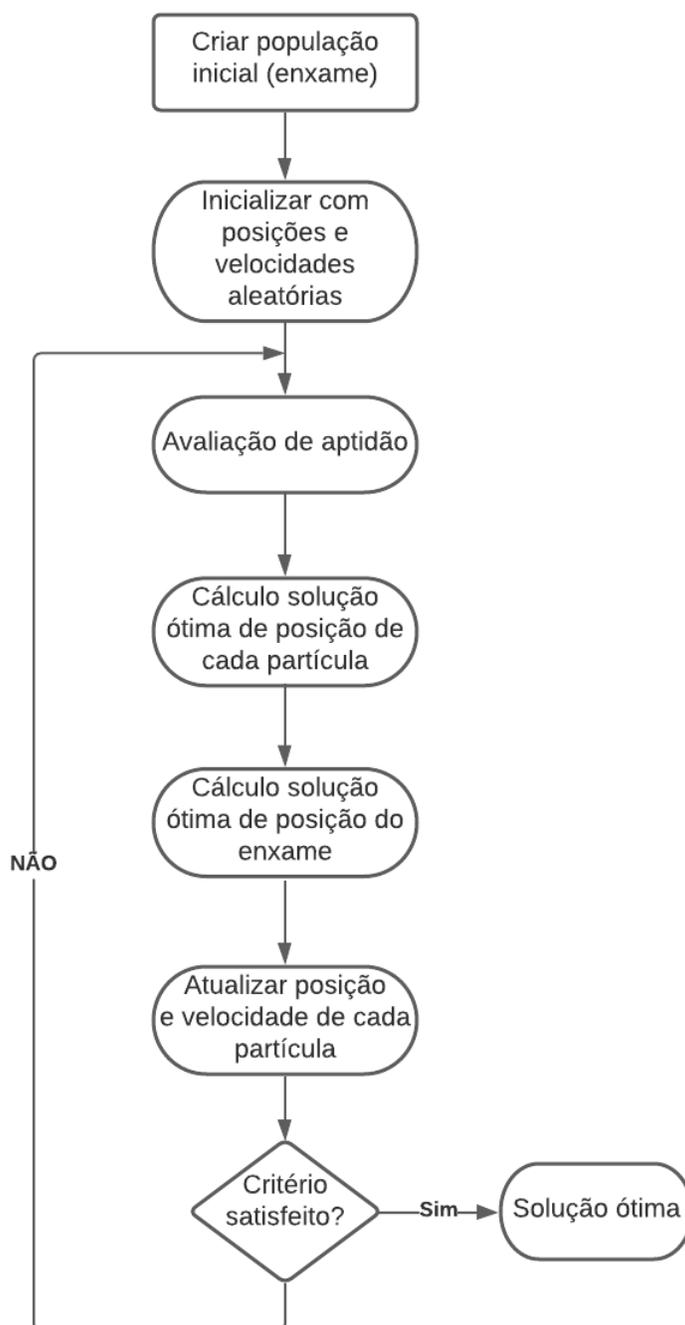


Figura 2. Fluxograma Otimização por Enxame de Partículas

Fonte: Autor (2022)

Na etapa (1) há uma população inicial que é gerada de maneira aleatória na etapa (2) é associado a cada uma das partículas uma posição (x_i) e uma velocidade (v_i) de maneira arbitrária, uma vez que ainda não há parâmetros para realizar um cálculo mais preciso de suas velocidades e posições para a etapa (3) é calculada a qualidade da posição da partícula analisada, aqui obtido pela equação 48, obtido pelo raiz da média de validação das partículas componentes do campo naquele momento:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \check{y}_i)^2}{n}} \quad (50)$$

Seguindo para a etapa (4), nesta etapa calcula-se a posição ótima de cada partícula, caso a partícula na iteração atual esteja com o melhor valor de posição, esta passa a ser a nova posição ótima, caso contrário, permanece a última posição ótima para a etapa (5), a lógica é similar, porém agora é avaliado dentre as posições das partículas presentes no enxame na etapa (6) a posição (equação 49) e velocidade (equação 50) de cada partícula é atualizado.

$$x_i^{it+1} = x_i^{it} + v_i^{it+1} \quad (51)$$

(52)

$$v_i^{it+1} = v_i^{it} + (c_1^{it} * rand^{it} * (pbest_i^{it} - x_i^{it})) + (c_2^{it} * rand^{it} * Gbest^{it} - x_i^{it})$$

Onde:

x_i^{it} = posição da partícula no momento i da iteração

v_i^{it} = velocidade da partícula no momento i da iteração

c_1^{it} = parâmetro de confiança daquela partícula

c_2^{it} = parâmetro de confiança do enxame

$rand^{it}$ = função randômica que gera valores entre 0 e 1

$pbest_i^{it}$ = melhor posição encontrada para aquela partícula até aquele momento

$Gbest_i^{it}$ = melhor posição encontrada entre todas as partículas

Por fim, atua-se um critério de decisão, onde é avaliado se a nova solução obtida pelas equações passa pela comparação de atender ou não ao critério de satisfação do resultado final, caso a solução seja satisfatória, é encontrada a solução ótima, caso contrário, retorna-se para a etapa (3) onde o processo iterativo recomeça a ponto de encontrar uma nova solução ótima.

Kaveh e Shohoki (2015) em seu estudo com algoritmo de otimização híbrida, utilizando uma mescla de CBO (Colliding Bodies Optimization) com PSO para encontrar o dimensionamento ótimo de vigas casteladas apoiadas lateralmente, obteve resultados favoráveis quando incluiu o PSO junto do CBO, obtendo valores equivalentes ou menores quando utilizou o PSO em 5 dos 6 casos de seções estudadas pelos autores.

David e Stephen (2018) através de seu estudo para obter custos mínimos em problemas envolvendo o design de vigas soldadas comparando diversos métodos computacionais, puderam concluir que o PSO cumpre o seu papel de ser uma posta simples e eficiente de técnica de otimização, como valores de solução ótima precisamente no ideal ou bem próximo do valor ideal.

Nguyen et al. (2020) fizeram uso da técnica computacional PSO para confirmar a possibilidade de uso dela para determinar a capacidade de flambagem de vigas de aço com abertura circular. Os autores puderam constatar que a técnica possui uma boa solução ótima a depender da busca dos intervalos propostos de maneira adequada ao programa. Foi sugerido também que o resultado seja confirmado por outras técnicas de otimização, como propõe o presente trabalho em comparar duas técnicas diferentes.

Tran e Bui (2019) estudaram em relação a detecção de danos em vigas de aço utilizando a técnica de enxame de partículas e comparando com resultados obtidos de maneira experimental, onde foi medida a vibração da estrutura. Os autores puderam relatar que a técnica de otimização utilizada consegue identificar com precisão o local do dano e a

gravidade dos danos, obtendo a confirmação de aplicabilidade do método para identificar danos. Os autores sugerem para estudos futuros a aplicabilidade do PSO para estruturas mais complexas e várias fontes de dano.

3 – FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O programa de otimização visa a redução do custo total para vigas de aço soldadas em forma de I duplamente simétricas e monossimétricas a partir da otimização das propriedades geométricas da seção transversal e da quantidade de cabos de protensão a serem utilizados. As variáveis de projeto estão apresentados na Figura (3)

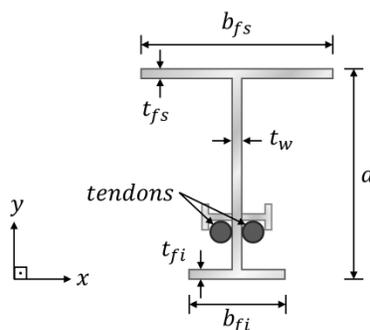


Figura 3. Corte transversal com variáveis usadas no Algoritmo Genético

Fonte: Autor (2022)

Em relação as variáveis utilizadas, o número de cabos (n_{cabos}), a altura da seção transversal (d), largura superior (b_{fs}) e inferior (b_{fi}) dos banzos são representadas como variáveis inteiras, ao passo que as espessuras superior (t_{fs}) e inferior (t_{fi}) e a espessura da alma (t_w) são consideradas variáveis contínuas.

3.1 FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo deve gerar redução de custos de aço e sua instalação para formas duplamente simétricas ou monossimétricas. A equação 51 representa o modelo utilizado para obter o custo total, considerando as despesas com o volume de aço, número de cabos utilizados para protensão e sua instalação.

$$f(x) = \left(C t_s A_s + \frac{1000 C t_t n_{cabos} \mu_t}{9,8} \right) L_{vão} + (n_{cabos} C t_{ti}) \quad (53)$$

Onde:

$C t_s$ = custo unitário do tipo de viga de aço (R\$)

A_s = área da seção transversal (m²)

$C t_t$ = custo unitário do cabo de protensão (R\$)

n_{cabos} = número de cabos de protensão (unid)

μ_t = peso específico do tipo de aço dos cabos de protensão (kN/m)

$L_{seção}$ = comprimento do vão (m)

$C t_{ti}$ = custo de instalação da protensão por unidade de cabo (R\$)

Os custos e valores considerados para obter os resultados neste trabalho foram baseados na tabela do Sistema de Custos Referenciais de Obras – SICRO, para referência, constam:

- ($C t_s$) Aço da viga: R\$ 12,88
- ($C t_t$) Cabo de protensão: R\$ 12,69
- ($C t_{ti}$) Instalação (9,5 mm): R\$ 125,66
- ($C t_{ti}$) Instalação (15,2 mm): R\$ 158,65
- (μ_t) Peso específico (Φ 9,5 mm) = 0,004158 kN/m
- (μ_t) Peso específico (Φ 15,2 mm) = 0,012152 kN/m

3.2 FUNÇÕES DE RESTRIÇÃO

Seguindo as normas da NBR 8800:2008 de Estado Limite Último (ELU) e de Serviço (ELS) para duplamente simétrico e monossimétrico, as funções de restrição são

expostas entre as equações 54 - 70. O coeficiente de combinação γ_g das ações equivale a 1,25 e 1,35 e o de combinações γ_q corresponde a 1,4 e 1,5.

$$M_{sd} / M_{rd} \leq 1 \quad (54)$$

$$M_{sdvazio} / M_{rd} \leq 1 \quad (55)$$

$$V_{sd} / V_{rd} \leq 1 \quad (56)$$

$$N_{sd} / N_{rd} \leq 1 \quad (57)$$

$$\delta_{total} / \delta_{limite} \leq 1 \quad (58)$$

$$\delta_{vazio} / \delta_{limite} \leq 1 \quad (59)$$

$$\left(\left(\frac{N_{sd}}{N_{rd}} \right) + \left(\frac{8}{9} \right) \right) \cdot \left(\frac{M_{sdvazio}}{M_{rd}} \right) \leq 1 \quad (60)$$

$$\left(\frac{N_{sd}}{2 \cdot N_{rd}} \right) + \left(\frac{M_{sdvazio}}{M_{rd}} \right) \leq 1 \quad (61)$$

$$\left(\left(\frac{N_{sd}}{N_{rd}} \right) + \left(\frac{8}{9} \right) \right) \cdot \left(\frac{M_{sd}}{M_{rd}} \right) \leq 1 \quad (62)$$

$$\left(\frac{N_{sd}}{2 \cdot N_{rd}} \right) + \left(\frac{M_{sd}}{M_{rd}} \right) \leq 1 \quad (63)$$

$$\left(\frac{d}{b_{fmaior}} \right) / 4 \leq 1 \quad (64)$$

$$1 \geq \left(\frac{d}{b_{fmaior}} \right) \quad (65)$$

$$1 \geq \left(\frac{d}{b_{fmaior}} \right) + 1.5 \quad (66)$$

$$\left(\frac{4}{\sqrt{(h/t_w)}} \right) / 0.76 \leq 1 \quad (67)$$

$$1 \geq \left(\frac{4}{\sqrt{(h/t_w)}} \right) / 0.35 \quad (68)$$

$$\sigma_t / f_y \leq 1 \quad (69)$$

$$\sigma_c / f_y \leq 1 \quad (70)$$

M_{sd} = Momento devido ao carregamento (kNm)

M_{rd} = Momento fletor resistente da viga (kNm)

$M_{sdvazio}$ = Momento sem carregamento (kNm)

V_{sd} = Força cortante resistente devido à carga (kN)

V_{rd} = Força cortante resistente ao cisalhamento (kN)

N_{sd} = Força normal devido à carga (kN)

N_{rd} = Força axial de compressão resistente (kN)

δ_{total} = Deslocamento devido a carga no eixo x (mm)

δ_{limite} = Deslocamento máximo no eixo y devido ao modulo de elasticidade do aço (mm)

δ_{vazio} = Deslocamento sem carregamento no eixo y (mm)

d = Altura da seção transversal (mm)

$b_{f_{maior}}$ = Largura da mesa (mm)

h = Altura da alma (mm)

t_w = Espessura da alma (mm)

σ_t = Tensão de tração máxima (kN/m²)

f_y = Tensão de escoamento máxima do aço (kN/m²)

σ_c = Tensão de compressão máxima do aço (kN/m²)

As funções de restrição 54 - 57 limitam os esforços máximos permitidos considerando a resistência do aço sendo utilizado. 58 e 59 avaliam a flecha em relação ao ELS, enquanto 60 - 63 corrigem as cargas na determinação da flexão para estes estados. Equações 64 - 68 dizem respeito as propriedades geométricas da seção transversal, evitando a

ocorrência de flambagem além dos limites estabelecidos pela norma brasileira. Equações 69 e 70 condicionam a propriedade de tensão limite do aço utilizado na viga aos limites de compressão e tração.

O presente trabalho se propõe a resolver o problema de otimização via Algoritmo Genético nativo do MATLAB e PSO implementado na mesma plataforma, respeitando as condições supracitadas.

4 – RESULTADOS E ANÁLISES NUMÉRICAS

Para que o presente trabalho cumpra com os fins propostos de avaliar a eficiência de técnicas computacionais, serão analisados três exemplos da literatura, onde dois envolvem vigas monossimétricas em forma de I apresentados por Abbas et al. (2018) e Ferreira (2007) e por fim Rezende (2007) envolvendo viga duplamente simétrica com viga também em forma de I.

Ao fazer uso da otimização alguns valores foram pré-estabelecidos, como o valor da resistência característica à tração (f_{ptk}) equivalente a 1900 MPa, coeficiente de modificação do diagrama de momento fletor (C_b) igual a 1 e a distância entre os enrijecedores equivalente ao comprimento do vão em cada um dos exemplos analisados. Para o peso próprio não foi necessário considerar um valor específico, uma vez que as técnicas computacionais consideram muitos valores antes de encontrar a solução ótima, portanto, ficando a cargo do programa o cálculo deste valor. Como consequência, os limites inferiores e superiores para espessuras das mesas, além da altura da seção transversal foram limitados, respectivamente em [1,6 - 4,4], [10 - 55], [55 - 200] centímetros, e para o número total de cabos [0 - 20] unidades.

4.1 APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA

De modo a maximizar a eficiência na obtenção de resultados através da otimização, evitando que o usuário tenha que refazer uma sequência de cálculos a todo instante, foi utilizado um programa que simplificasse esse processo. O MATLAB tem o propósito de simplificar a entrada de dados e fazer toda a lógica matemática previamente programada a depender do método selecionado no instante. A figura 4 exibe a tela inicial do programa, onde os dados serão imputados.

Figura 4. Tela inicial do programa de otimização

Fonte: Autor (2022)

A tela do programa divide-se em duas metades, onde a primeira metade é interativa com o usuário, ao passo que a segunda metade será obtido o retorno através dos dados que o usuário inseriu no programa.

Em relação ao que tange a interação do usuário, primeiramente o usuário deve escolher se está trabalhando com um perfil duplamente simétrico ou monossimétrico, caso o usuário opte por esta última, o programa automaticamente se adapta, exigindo que o usuário impute valores diferentes para este cenário, como mostra a figura 5, onde agora o campo de espessura da mesa (t_f) não está mais disponível para preenchimento do usuário, uma vez que será um dos valores retornados pelo programa. Além do mais, alguns dados também estão liberados para o usuário selecionar a opção de preencher ou decidir que o programa calcule, como a espessura e largura das mesas inferior e superior.

Figura 5. Tela do programa caso o usuário opte por perfil monossimétrico

Fonte: Autor (2022)

Prosseguindo com os valores a serem atribuídos, após a escolha do tipo de perfil, é necessário a entrada de dados do perfil, como a extensão do vão (metros), comprimento destravado (metros), distância entre enrijecedores (metros), posicionamento dos cabos (centímetros) e espessura da alma (centímetros).

Em sequência, faz-se necessária a entrada de dados em relação as cargas atuantes no vão, sendo possível imputar as cargas permanentes e sobrecargas em kN/m e até 4 cargas pontuais, não sendo necessárias incluí-las, porém caso o usuário coloque as cargas pontuais, a distância considerada deve ser a partir da ponta da extrema esquerda.

O próximo campo remete ao coeficiente de modificação do diagrama de momento fletor (C_b), onde o usuário tem a opção de adotar um valor constante, como os autores aqui referenciados utilizaram 1,00, ou pode optar pela otimização deste valor, de modo a economizar ainda mais no valor final. É necessário ressaltar a importância deste valor de modo que há teorias em relação ao que deve ser atribuído este valor, não podendo deixar aberto o escopo para otimização. Para o presente trabalho, o valor da constante é atribuído em 1,00 para os três cenários estudados.

A perda de protensão é um fator constante que deve ser levado em conta, este trabalho concorrerá com os autores estudados, propondo uma perda de protensão equivalente, de modo a ter a comparação mais fiel possível. Caso o usuário opte, o valor pode ser considerado nulo para fins de estudo, uma vez que sempre haverá perda.

Em seguida, como o valor do custo de perfil oscila bastante, faz-se necessário atribuir um campo específico para este dado. No entanto, para efeitos de obter uma comparação mais fidedigna, todos os valores atribuídos neste trabalho consideram o mesmo valor.

Para a escolha dos materiais que serão trabalhados, o programa trabalha com algumas opções, onde o perfil de aço pode ser escolhido entre A36, A572-42, A572-50, A572-55, A572-60, A572-65, A242. Para a cordoalha, há diâmetros de 9,5, 12,7 e 15,2 centímetros. Por fim, para o aço a resistência característica à ruptura por tração com valores de 190 e 210 kN/cm²

O programa encontrará o melhor cenário possível, onde inclui casos em que a protensão não é o melhor cenário, ou então trunca para que considere apenas onde a protensão não está presente. Após feita a escolha de obter o perfil de aço ótimo, independentemente da escolha da protensão, é necessária a escolha da técnica computacional, onde é necessário escolher entre o Algoritmo Genético e o PSO.

Por fim, na outra metade são os resultados que o programa retornará após o encerramento da otimização independentemente do método escolhido, onde todos os campos serão preenchidos de maneira automática.

4.2 EXEMPLO 1 – ABBAS et al. (2018)

Abbas et al. (2018) em seu trabalho, utilizaram um modelo de otimização para viga apoiada utilizando o método de Elementos Finitos no software ANSYS, onde aplicaram duas funções objetivos, propondo otimizar a energia de deformação e as dimensões da forma. Portanto, para o presente trabalho será considerado a comparação com a segunda função objetivo.

Os autores não consideram perdas na protensão, portanto será utilizado neste trabalho valores entre 0 e 20%, para que seja possível construir diferentes parâmetros de análise. As figuras 6 e 7, mostram a viga de perfil com a carga e sua respectiva seção transversal, ilustrando a geometria da viga em formato de I e a disposição dos cabos.

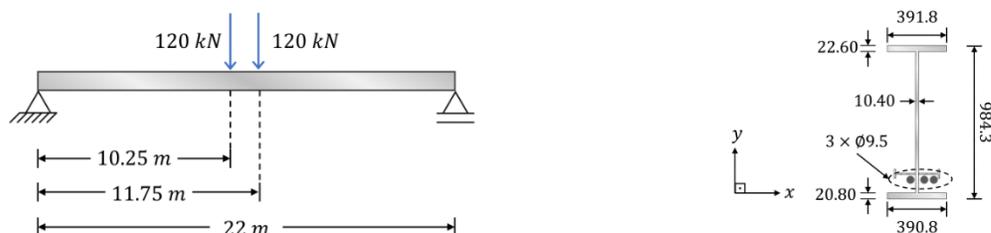


Figura 6. (a) Vista lateral da viga com carga; (b) seção transversal da viga (dimensões em mm)

Fonte: Autor (2022)

Além do caso duplamente simétrico, este exemplo adota uma viga com cargas de 2 pontos de 120 kN, aplicadas nos pontos de 10,25 e 11,75 m do apoio à esquerda e os seguintes valores:

- Comprimento do vão ($L_{vão}$) de 22 m
- Espessura da alma (t_w) de 10,40 mm
- Cordoalha de protensão com diâmetro de 9,5 mm
- Posicionamento dos tendões 50 mm acima da seção inferior da mesa inferior
- Limite de escoamento da viga de aço (f_y) de 200 Mpa
- Módulo de elasticidade (E) igual a 200000 Mpa

4.2.1 RESULTADOS COM USO DO ALGORITMO GENÉTICO

Para os resultados expostos na Tabela 2, onde foi considerado um cenário comparativo entre a solução ótima provida pelo Algoritmo Genético e os resultados obtidos por Abbas et al. (2018), é perceptível que na maior parte dos casos há um incremento na quantidade de cabos utilizada no estudo dos autores de comparação. No entanto, para compensar

este aumento, há uma diminuição no volume de aço na viga, como se pode observar na coluna 8, onde são retratados os valores de momento de inércia. Comparando os valores finais, incluindo os cabos, instalação e quantidade de aço utilizado, em casos monossimétricos onde foram obtidos os menores valores, há uma economia de até 24,58%.

Tabela 2. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Abbas et al. (2018) via AG

Referência	d(mm)	b _{finf} (mm)	b _{fsup} (mm)	t _{finf} (mm)	t _{fsup} (mm)	N _{cabos}	I _x (e+4mm ⁴)	δ (mm)	σ _c (MPa)	σ _t (MPa)	Custo Total (R\$)
Abbas et al. (2018)	984.3	390.8	391.8	20.80	22.60	3	465231.00	56.83	-193.40	147.20	60240.10
MSL0	1160	190	300	16	17.3	4	385754.38	54.45	-197.64	246.32	45367.84
MSL5	1040	250	290	16	20.7	5	343695.94	60.47	-199.98	245.40	46681.80
MSL10	1150	180	310	16	17.0	6	373515.84	51.08	-194.68	239.95	45435.21
MSL15	1180	160	300	16	18.1	6	386537.39	49.52	-185.36	246.44	45717.50
MSL20	1040	240	310	16	18.7	8	335035.67	56.16	-203.42	232.63	46616.52
DSL0	1080	270	270	20.8	20.8	3	412110.28	62.29	-203.75	183.07	49275.69
DSL5	1080	270	270	20.8	20.8	3	412110.28	62.70	-204.48	184.84	49275.69
DSL10	1020	280	280	20.8	20.8	6	371947.36	62.74	-202.84	165.26	49545.36
DSL15	1070	270	270	20.8	20.8	4	403413.29	62.60	-204.39	180.84	49288.47
DSL20	1070	270	270	20.8	20.8	5	403413.29	60.95	-201.50	173.80	49532.58

Fonte: Autor (2022)

Tabela 3. Resultados de limites de restrição baseado em Abbas et al. (2018) via AG

Referência	M _{Ed} / M _{Rd}	M _{Ed (vazio)} / M _{Rd}	V _{Ed} / V _{Rd}	N _{Ed} / N _{Rd}	δ _{tot} / δ _{lim}	δ _{vaz} / δ _{lim}	Flexão (vazio)	Flexão combinada	σ _t / σ _{lim}	σ _c / σ _{lim}
Abbas et al. (2018)	-	-	-	-	0.90	-	-	-	0.74	0.97
MSL0	0.921832	0.035201	0.203909	0.142744	0.866285	0.125525	0.106573	0.993204	0.79	0.99
MSL5	0.91633	0.037817	0.1809	0.143079	0.96201	0.148498	0.109356	0.98787	0.80	0.98
MSL10	0.904417	0.077628	0.201926	0.190869	0.812684	0.212578	0.173063	0.999851	0.78	0.96
MSL15	0.905297	0.075714	0.20729	0.18715	0.787898	0.2022	0.169289	0.998872	0.74	0.99
MSL20	0.895398	0.081597	0.18123	0.194309	0.893407	0.247826	0.178751	0.992553	0.81	0.93
DSL0	0.947596	0.01389	0.188162	0.08351	0.990913	0.029722	0.055645	0.989351	0.92	0.99
DSL5	0.950996	0.017291	0.188162	0.079335	0.997429	0.023205	0.056958	0.990663	0.92	0.99
DSL10	0.922699	0.034008	0.176823	0.143094	0.99807	0.132773	0.105555	0.994246	0.83	1.00
DSL15	0.949829	0.005486	0.186224	0.094667	0.995831	0.046807	0.05282	0.997162	0.90	0.99
DSL20	0.936407	0.007928	0.186285	0.111373	0.969724	0.072913	0.063614	0.992093	0.87	0.99

Fonte: Autor (2022)

Para as restrições que foram obtidas na tabela 3, o momento no vazio, forças normais e cortantes, deflexão no vazio e carregamento no vazio foram consideravelmente baixos nos dois casos estudados. Já para os casos de carga combinada e momento fletor o algoritmo oscilou bem próximo do limite, onde em 80% dos casos de solução ótima para monossimétricos na relação entre flexão total e a flexão limite foram menores que o encontrado por Abbas et al. (2018). A disparidade entre as restrições que beiraram o limite e as que foram relativamente insignificantes no estudo podem ser observadas na figura 7. O gráfico seguinte, na figura 8 demonstra a relação do custo total com o custo obtido por Abbas et al. (2018), tornando clara a vantagem econômica.

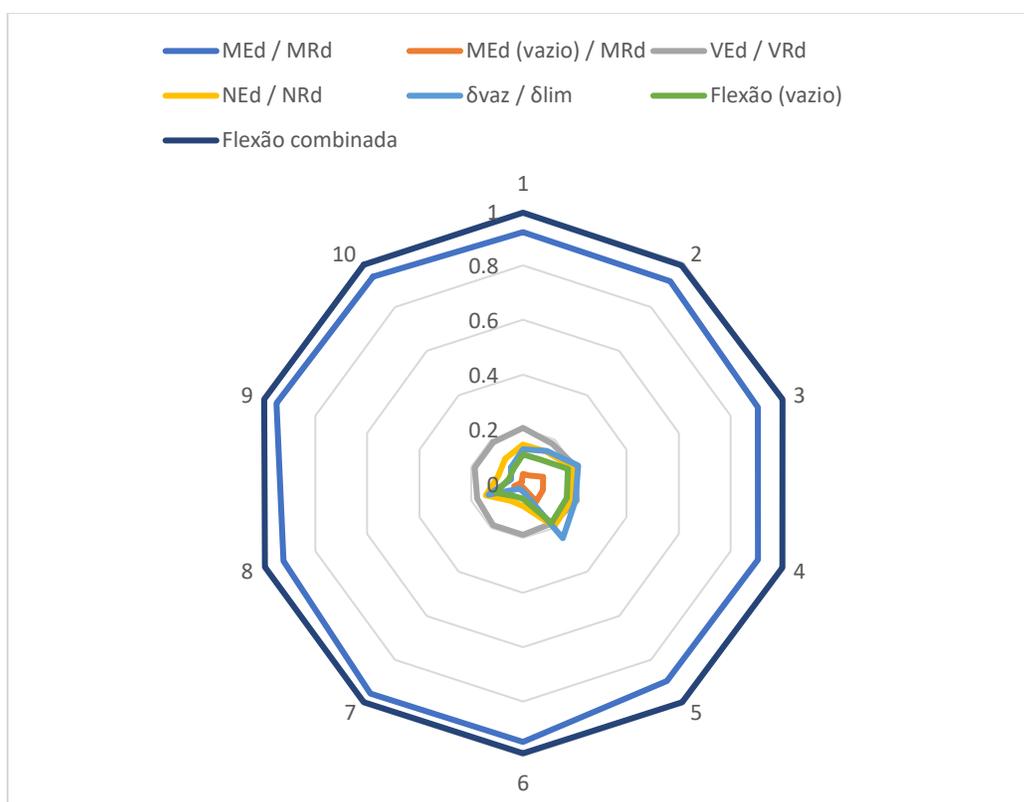


Figura 7. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 1 via AG

Fonte: Autor (2022)

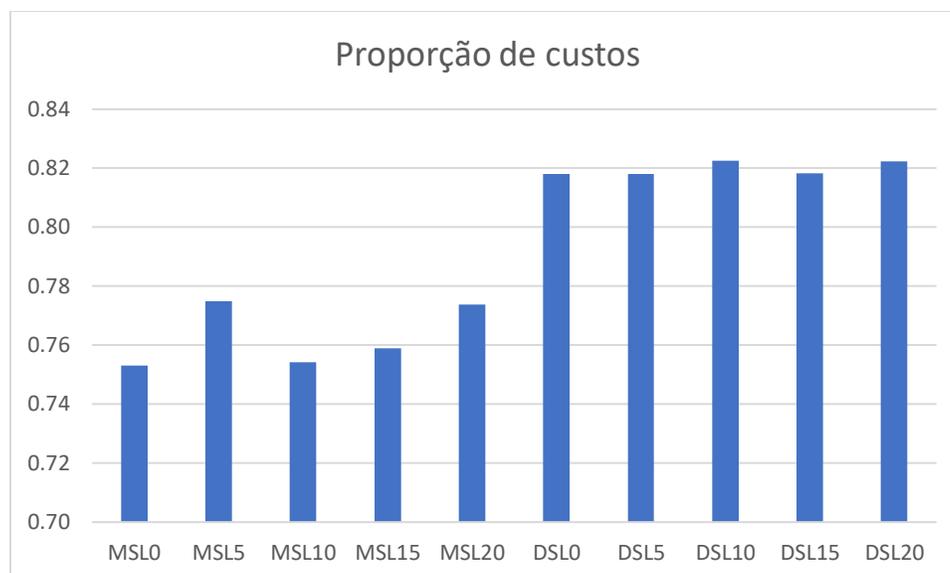


Figura 8. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 1 via AG

Fonte: Autor (2022)

4.2.2 RESULTADOS COM USO DO PSO

De maneira similar ao obtido por AG, a quantidade de cabos também houve um incremento para a maioria dos casos, como observado na tabela 4, situação prontamente compensada no volume de aço utilizado, tornando assim a solução ótima provida vantajosa financeiramente. Com valores bem similares ao obtido utilizando a técnica de otimização do Algoritmo Genético, pode-se ver a tabela 5 de restrições com valores similares, encontrando baixos valores de forças normais e cortantes ao passo que as dimensões foram basicamente limitadas pela flexão combinada, como demonstra a figura Comparando em relação à economia, há no melhor cenário um custo 25,04% menor do que o fornecido por Abba et al. (2018).

Tabela 4. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Abbas et al. (2018) via PSO

Referência	d(mm)	b _{finf} (mm)	b _{fsup} (mm)	t _{finf} (mm)	t _{fsup} (mm)	N _{cabos}	I _x (e+4mm ⁴)	δ (mm)	σ _c (MPa)	σ _t (MPa)	Custo Total (R\$)
Abbas et al. (2018)	984.3	390.8	391.8	20.80	22.60	3	465231.00	56.83	-193.40	147.20	60240.10
MSL0	610	100	230	20	30	4	378661.34	55.61	-199.81	248.93	45158.83
MSL5	690	50	220	50	30	5	404450.5	47.87	-188.22	243.90	45186.76
MSL10	660	70	220	40	30	5	394897.21	50.66	-194.01	244.26	45189.08
MSL15	650	80	220	30	20	5	392575.06	52.14	-197.29	244.57	45218.17
MSL20	650	80	220	30	30	5	393360.63	52.91	-196.84	247.63	45284.81
DSL0	1080	270	270	20.8	20.8	3	412110.28	62.29	-203.75	183.07	49275.69
DSL5	1080	270	270	20.8	20.8	3	412110.28	62.70	-204.48	184.84	49275.69
DSL10	1070	270	270	20.8	20.8	4	403413.29	62.04	-203.41	178.48	49288.47
DSL15	1070	270	270	20.8	20.8	4	403413.29	62.60	-204.39	180.84	49288.47
DSL20	1080	270	270	20.8	20.8	4	412110.28	61.76	-202.81	180.76	49519.81

Fonte: Autor (2022)

Tabela 5. Resultados de limites de restrição baseado em Abbas et al. (2018) via PSO

Referência	M _{Ed} / M _{Rd}	M _{Ed (vazio)} / M _{Rd}	V _{Ed} / V _{Rd}	N _{Ed} / N _{Rd}	δ _{tot} / δ _{lim}	δ _{vaz} / δ _{lim}	Flexão (vazio)	Flexão combinada	σ _t / σ _{lim}	σ _c / σ _{lim}
Abbas et al. (2018)	-	-	-	-	0.90	-	-	-	0.74	0.97
MSL0	0.930669	0.034758	0.202306	0.137635	0.884766	0.126096	0.103575	0.999486	1.00	0.80
MSL5	0.907719	0.071485	0.216954	0.183029	0.761571	0.185287	0.162999	0.999234	0.98	0.75
MSL10	0.91553	0.057475	0.211412	0.168318	0.806015	0.163745	0.141634	0.999689	0.98	0.78
MSL15	0.920111	0.047424	0.209642	0.157082	0.829575	0.145857	0.125966	0.998652	0.98	0.79
MSL20	0.926155	0.040077	0.209645	0.147333	0.841829	0.131511	0.113743	0.999821	0.99	0.79
DSL0	0.947596	0.01389	0.188162	0.08351	0.990913	0.029722	0.055645	0.989351	0.99	0.92
DSL5	0.950996	0.017291	0.188162	0.079335	0.997429	0.023205	0.056958	0.990663	0.99	0.92
DSL10	0.94529	0.000948	0.186224	0.100235	0.987046	0.055592	0.051066	0.995408	1.00	0.89
DSL15	0.949829	0.005486	0.186224	0.094667	0.995831	0.046807	0.05282	0.997162	0.99	0.90
DSL20	0.943253	0.009556	0.188224	0.089078	0.982469	0.038166	0.054095	0.987792	0.99	0.90

Fonte: Autor (2022)

Numa perspectiva generalista, os limites de restrição foram bem similares, uma vez o momento no vazio, forças normais e cortantes, deflexão no vazio e carregamento no vazio foram expressivamente baixos se comparados ao momento fletor, por exemplo. A diferença entre os valores que limitaram a solução ótima e outros que não foram

relevantes são expostas no gráfico da figura 9. No gráfico seguinte, correspondente à figura 10, é demonstrado a relação do custo total via PSO com o custo obtido por Abbas et al. (2018).

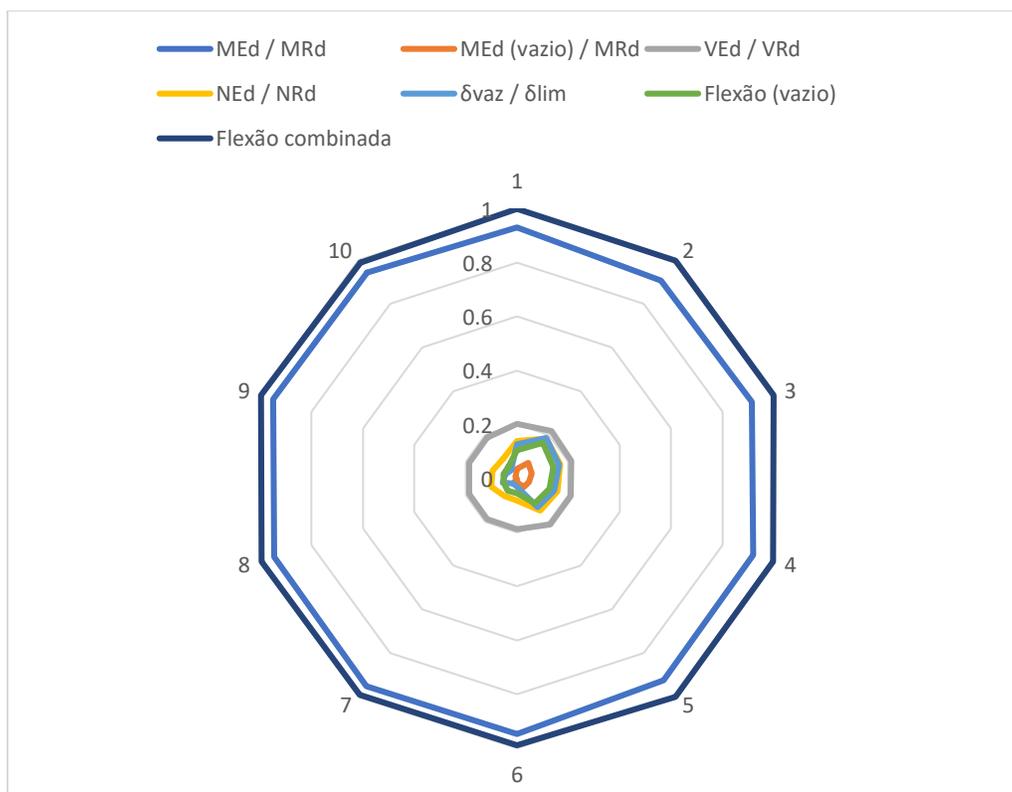


Figura 9. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 1 via PSO

Fonte: Autor (2022)

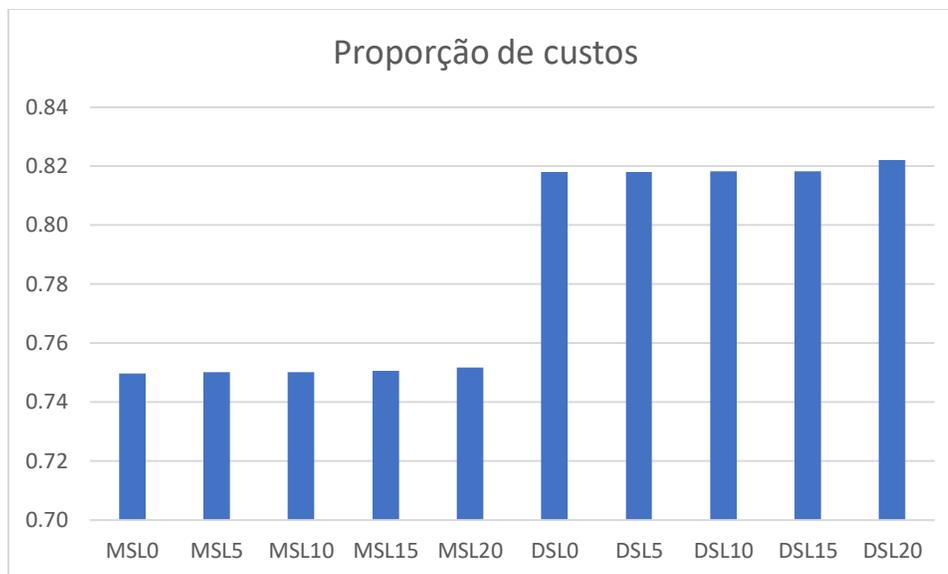


Figura 10. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 1 via PSO

Fonte: Autor (2022)

4.2.3 COMPARATIVO AG E PSO

A tabela 6 em conjunto com o gráfico na Figura 11 expõem a vantagem econômica na escolha do PSO na obtenção de otimização para o estudo proposto por Abbas et al. (2018). Ao escolher este método, para o pior dos casos o PSO obteve um retorno exatamente igual ao obtido pelo AG até o melhor dos cenários, onde obteve um ganho de 3,3%. É relevante ressaltar o fato de que todas as proporções em ambas as técnicas computacionais obtiveram um valor menor que 1, sendo vantajoso utilizar qualquer uma das técnicas se comparado com o estudo deste exemplo.

Tabela 6. Resultados econômicos comparando AG e PSO no Exemplo 1

Referência	Proporção de custos (AG)	Proporção de custos (PSO)	Relação entre os custos
MSL0	0.75312	0.74965	1.004628
MSL5	0.77493	0.75011	1.033086
MSL10	0.75424	0.75015	1.005447
MSL15	0.75892	0.75063	1.011043
MSL20	0.77385	0.75174	1.029407
DSL0	0.81799	0.81799	1
DSL5	0.81799	0.81799	1
DSL10	0.82246	0.81820	1.005212
DSL15	0.81820	0.81820	1
DSL20	0.82225	0.82204	1.000258

Fonte: Autor (2022)

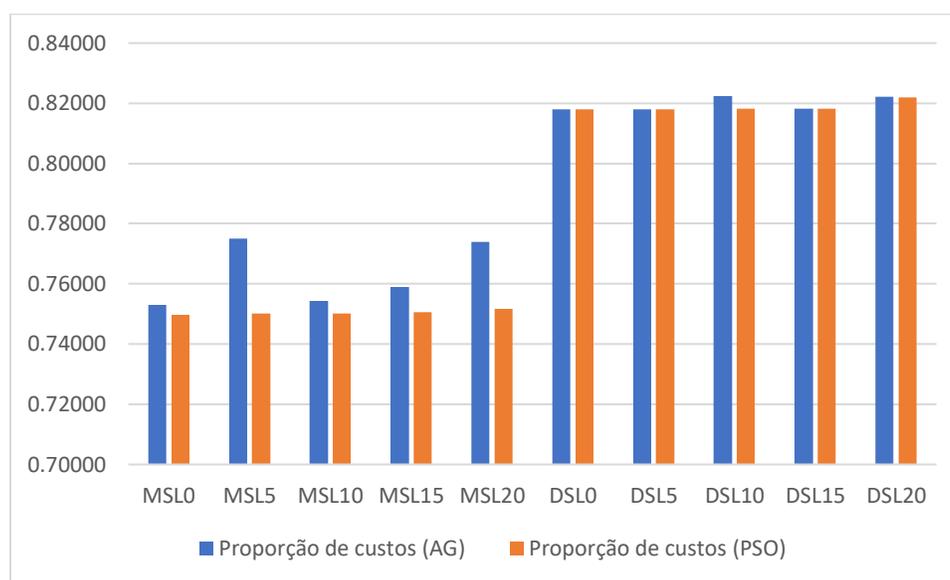


Figura 11. Gráfico comparativo entre resultados de AG e PSO

Fonte: Autor (2022)

4.3 EXEMPLO 2 – REZENDE (2017)

Rezende (2017) baseou seus estudos numa viga apoiada em protensão externa que compunha um mezanino. Assim como o presente trabalho, a autora baseou seu dimensionamento de maneira consistente com a norma brasileira NBR 8800:2008. Nesta leitura, o travamento lateral (L_b) foi adicionado pela autora a cada 4 metros da viga com o propósito de evitar uma possível flambagem. A figura 12 ilustra a vista lateral da viga com seus respectivos carregamentos e figura 13 a seção transversal, onde é exposta a geometria e a dispersão dos cabos.

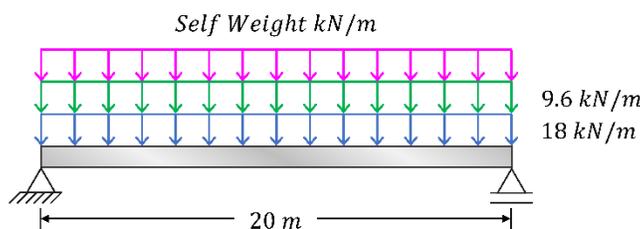


Figura 12. Vista lateral da viga com carga

Fonte: Autor (2022)

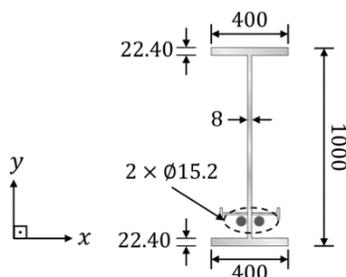


Figura 13. Seção transversal da viga (dimensões em mm)

Fonte: Autor (2022)

Nesta bibliografia, as espessuras da alma obtidas (como soluções para valores ótimos) variaram entre 8, 9,5 e 12,5 mm, 25, 19,485, 19 e 16 mm na largura da mesa superior. Levando este ponto em consideração, para o presente trabalho, será adotado os seguintes critérios para comparar com o estudo feito pela autora

- Carga permanente na viga de 9,6 kN/m;

- Sobrecarga na viga de 18 kN/m;
- Comprimento do vão ($L_{vão}$) de 20 metros;
- Cordoalha de 15,2 mm de diâmetro;
- Posicionamento das cordoalhas de 30 mm acima da seção inferior da mesa inferior;
- Tensão de escoamento característica do aço (f_y) de 250 MPa;
- Módulo de elasticidade (E) de 200.000 MPa;
- Perda de protensão em 20%.

4.3.1 RESULTADOS COM USO DO ALGORITMO GENÉTICO

Pela tabela 7, é possível perceber que o número de cabos calculado como solução ótima via Algoritmo Genético alcança um valor superior ao que é proposto por Rezende (2007). No entanto, seguindo a mesma linha de raciocínio do Exemplo 1, a otimização compensou esse aumento com a diminuição do volume de aço na viga. Deve-se ressaltar o fato de que as deflexões apresentaram valores menores que propostos pela literatura abordada neste exemplo.

Tabela 7. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Rezende (2007) via AG

Referência	d(mm)	b _{rinf} (mm)	b _{fsup} (mm)	t _{rinf} (mm)	t _{fsup} (mm)	t _w (mm)	N _{cabos}	I _x (e+4mm ⁴)	δ (mm)	σ _c (MPa)	σ _t (MPa)	Custo Total (R\$)
Rezende (2007)	1000	400	400	22.4	22.4	8	2	486331.40	64	-	-	54024.98
Autor MS01	1050	290	270	16	19.485	8	4	332844.3	56.4911	-289.69	250.546	38301.67
Autor MS02	1060	280	230	16	25	8	4	344695.8	53.4815	-262.28	260.37	39039.62
Autor MS03	1060	290	270	16	19	8	4	336925.2	55.7244	-293.12	245.224	38206.49
Autor MS04	1050	290	320	16	16	8	4	330882.8	56.9661	-295.27	248.577	38073.02
Autor MS05	1150	170	290	16	19.485	9.5	3	363544.1	54.2656	-231.4	323.485	39738.41
Autor MS06	1000	260	240	16	25	9.5	5	309536	52.5756	-258.18	264.374	41303.37
Autor MS07	1180	150	300	16	19	9.5	3	373299	51.8426	-222.18	327.592	39776.74
Autor MS08	1140	210	290	16	16	9.5	3	357585.6	57.08	-278.29	288.968	38863.74
Autor MS09	1140	210	290	16	16	12.5	3	357585.6	57.08	-278.29	288.968	38863.74
Autor MS10	940	230	240	16	25	12.5	6	275151.6	52.5363	-265.34	265.158	45100.94
Autor MS11	1070	120	290	16	19	12.5	4	303934	56.9966	-249.4	336.713	43054.61
Autor MS12	1090	110	320	16	16	12.5	4	305582.9	56.2212	-257.39	333.961	42523.80
Autor DS01	1040	270	270	19.485	19.485	8	5	340857.2	53.7872	-239.79	145.864	39514.17
Autor DS02	950	250	250	25	25	8	6	316047.9	54.4915	-228.9	122.884	42353.18
Autor DS03	1060	270	270	19	19	8	5	349159.2	51.8636	-237	142.598	39323.81
Autor DS04	1040	300	300	16	16	8	5	319958.2	57.0834	-254.66	156.128	37762.70
Autor DS05	1010	270	270	19.485	19.485	9.5	5	330598.1	56.7386	-242.77	154.632	41913.56
Autor DS06	930	250	250	25	25	9.5	6	309960.3	56.7041	-230.6	130.48	44638.22
Autor DS07	1020	270	270	19	19	9.5	5	332012.3	56.1312	-243.22	154.369	41594.69
Autor DS08	1100	280	280	16	16	9.5	4	359671.4	56.2689	-253.07	180.191	40144.63
Autor DS09	950	270	270	19.485	19.485	12.5	6	306558.9	56.7563	-236.13	140.805	46639.70
Autor DS10	930	240	240	25	25	12.5	6	316756.7	56.0294	-226.35	135.538	48844.31
Autor DS11	960	270	270	19	19	12.5	6	308800.2	55.8893	-235.82	139.95	46387.39
Autor DS12	1030	280	280	16	16	12.5	5	333877.9	55.9352	-243.86	162.664	45206.27

Fonte: Autor (2022)

Em relação às restrições, como mostra a tabela 8, segue-se os mesmos moldes do exemplo 01, excetuando as forças de cisalhamentos, que obtiveram valores expressivos em relação à proximidade do limite unitário, devido a esbeltez da forma, uma vez que não foi possível modelar os banzos individualmente, de modo a travar o valor da espessura da alma.

Tabela 8. Resultados de limites de restrição baseado em Abbas et al. (2018) via AG

Referência	M_{Ed} / M_{Rd}	$M_{Ed}^{(vazio)} / M_{Rd}$	V_{Ed} / V_{Rd}	N_{Ed} / N_{Rd}	$\delta_{tot} / \delta_{lim}$	$\delta_{vaz} / \delta_{lim}$	Flexão (vazio)	Flexão combinada	σ_t / σ_{lim}	σ_c / σ_{lim}
Rezende (2007)	-	-	-	-	0.8	-	-	-	-	-
Autor MS01	0.87	0.16	0.99	0.22	0.99	0.45	0.36	0.99	0.73	0.84
Autor MS02	0.87	0.16	0.99	0.23	0.94	0.45	0.37	1.00	0.75	0.76
Autor MS03	0.87	0.16	1.00	0.22	0.98	0.44	0.36	1.00	0.71	0.85
Autor MS04	0.87	0.16	0.99	0.21	1.00	0.45	0.35	0.99	0.72	0.86
Autor MS05	0.91	0.14	0.65	0.19	0.95	0.36	0.23	1.00	0.94	0.67
Autor MS06	0.82	0.20	0.55	0.27	0.92	0.62	0.45	1.00	0.77	0.75
Autor MS07	0.90	0.15	0.67	0.19	0.91	0.37	0.24	1.00	0.95	0.64
Autor MS08	0.90	0.12	0.65	0.19	1.00	0.33	0.22	1.00	0.84	0.81
Autor MS09	0.90	0.12	0.65	0.19	1.00	0.33	0.22	1.00	0.84	0.81
Autor MS10	0.77	0.23	0.23	0.31	0.92	0.80	0.52	0.99	0.77	0.77
Autor MS11	0.86	0.18	0.27	0.24	1.00	0.56	0.40	1.00	0.98	0.72
Autor MS12	0.86	0.19	0.27	0.23	0.98	0.57	0.40	1.00	0.97	0.75
Autor DS01	0.82	0.19	0.97	0.27	0.94	0.53	0.44	1.00	0.58	0.96
Autor DS02	0.80	0.21	0.86	0.29	0.95	0.64	0.48	1.00	0.49	0.92
Autor DS03	0.81	0.20	0.99	0.27	0.91	0.53	0.45	1.00	0.57	0.95
Autor DS04	0.84	0.20	0.98	0.23	1.00	0.57	0.41	0.98	0.62	1.02
Autor DS05	0.83	0.18	0.56	0.25	0.99	0.53	0.41	0.99	0.62	0.97
Autor DS06	0.81	0.20	0.50	0.27	0.99	0.63	0.45	0.99	0.52	0.92
Autor DS07	0.83	0.19	0.57	0.26	0.98	0.53	0.42	1.00	0.62	0.97
Autor DS08	0.86	0.15	0.63	0.22	0.98	0.41	0.36	0.99	0.72	1.01
Autor DS09	0.82	0.21	0.23	0.27	0.99	0.65	0.45	0.99	0.56	0.94
Autor DS10	0.81	0.20	0.23	0.26	0.98	0.61	0.44	0.98	0.54	0.91
Autor DS11	0.82	0.21	0.24	0.27	0.98	0.65	0.46	1.00	0.56	0.94
Autor DS12	0.84	0.18	0.26	0.24	0.98	0.53	0.41	0.99	0.65	0.98

Fonte: Autor (2022)

Diferentemente do gráfico obtido no exemplo anterior, para os resultados obtidos utilizando como base o estudo de Rezende (2007), quando postas todas no mesmo plano, é claramente perceptível como demonstra a Figura 14, que não há mais apenas algumas restrições que delimitam a solução ótima que o algoritmo busca, mas algumas restrições que aparecem neste exemplo como limitantes, como as forças de cisalhamento citadas acima. No entanto, é perceptível pelo gráfico que o esforço combinado sempre foi o fator limitante na busca pela solução ótima. Na figura seguinte 15, é exposto o fato de que o custo dos perfis monossimétricos em geral neste exemplo resultam num custo reduzido se comparado com os duplamente simétricos. O melhor

resultado foi o caso monossimétrico MS04, no qual obteve uma redução para 70% do valor proposto por Rezende (2007).

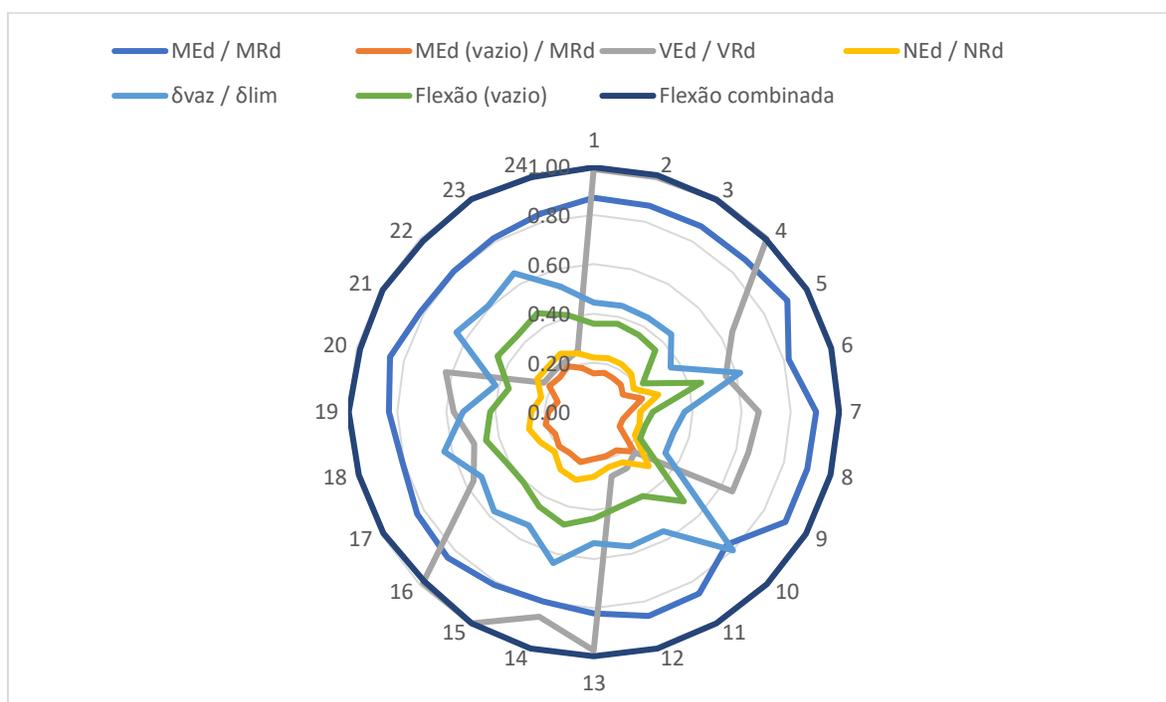


Figura 14. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 2 via AG

Fonte: Autor (2022)



Figura 15. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 2 via AG

Fonte: Autor (2022)

4.3.2 RESULTADOS COM USO DO PSO

Seguindo o padrão dos resultados já expostos, como mostra a Tabela 9 a quantidade de cabos também houve um incremento com a compensação no volume de aço utilizado, tornando assim a solução ótima com custo menor se comparado com Rezende (2007). Em relação ao custo, houve um custo final com economia de 29,53% nos melhores cenário, situação de MS01 e MS03. A Tabela 10 expõe os limites de restrição tendo como base os dados fornecidos pelo exemplo em questão utilizando o PSO, que obtiveram relações semelhantes ao obtido pelo Algoritmo Genético.

Tabela 9. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Rezende (2007) via PSO

Referência	d(mm)	b _{rinf} (mm)	b _{fsup} (mm)	t _{rinf} (mm)	t _{fsup} (mm)	t _w (mm)	N _{cabos}	I _x (e+4mm ⁴)	δ (mm)	σ _c (MPa)	σ _t (MPa)	Custo Total (R\$)
Rezende (2007)	1000	400	400	22.4	22.4	8	2	486331.40	64	-	-	54024.98
Autor MS01	510	210	220	16	19.485	8	4	333486.866	57.13399	-307.513	234.7962	38073.02
Autor MS02	510	210	220	16	25	8	4	332726.818	57.13304	-305.029	237.9231	38134.09
Autor MS03	510	210	220	16	19	8	4	333486.866	57.13399	-307.513	234.7962	38073.02
Autor MS04	510	210	220	16	16	8	4	333495.47	57.04485	-305.406	236.5225	38134.09
Autor MS05	610	110	200	16	19.485	9.5	3	363337.126	55.83585	-272.437	289.2777	38845.74
Autor MS06	610	110	200	16	25	9.5	3	361953.491	56.00471	-272.331	291.2665	38845.74
Autor MS07	610	110	200	16	19	9.5	3	361210.418	56.14806	-273.639	291.2044	38789.02
Autor MS08	600	110	200	16	16	9.5	3	357397.276	56.89596	-272.842	293.7843	38767.08
Autor MS09	560	20	220	16	19.485	12.5	4	311270.638	55.06008	-258.264	327.091	42573.34
Autor MS10	560	20	220	16	25	12.5	4	311050.98	55.15273	-259.376	326.5951	42513.18
Autor MS11	550	20	230	16	19	12.5	4	305955.982	56.16974	-257.344	333.3736	42523.8
Autor MS12	550	40	210	16	16	12.5	4	311761.902	56.0249	-267.541	316.1376	42581.93
Autor DS01	880	320	320	19.485	19.485	8	8	270552.522	51.85923	-224.185	79.13504	42286.07
Autor DS02	950	250	250	25	25	8	6	316047.917	54.49148	-228.903	122.884	42353.18
Autor DS03	870	330	330	19	19	8	8	265470.096	53.5069	-227.182	82.11209	42280.73
Autor DS04	1030	300	300	16	16	8	6	313054.986	51.1345	-240.899	122.1222	38074.29
Autor DS05	1010	270	270	19.485	19.485	9.5	5	330598.135	56.73862	-242.772	154.6316	41913.56
Autor DS06	930	250	250	25	25	9.5	6	309960.283	56.70414	-230.604	130.4803	44638.22
Autor DS07	1020	270	270	19	19	9.5	5	332012.277	56.13122	-243.219	154.3694	41594.69
Autor DS08	1060	290	290	16	16	9.5	5	338889.554	53.57964	-243.998	152.6148	40496.66
Autor DS09	950	270	270	19.485	19.485	12.5	6	306558.941	56.75633	-236.132	140.8054	46639.70
Autor DS10	930	240	240	25	25	12.5	6	316756.667	56.02937	-226.346	135.5384	48844.31
Autor DS11	960	270	270	19	19	12.5	6	308800.226	55.88926	-235.822	139.9501	46387.39
Autor DS12	990	290	290	16	16	12.5	6	311697.829	53.97695	-237.527	139.2645	45315.64

Fonte: Autor (2022)

Tabela 10. Resultados de limites de restrição baseado em Rezende (2007) via PSO

Referência	M_{Ed} / M_{Rd}	$M_{Ed} \text{ (vazio)} / M_{Rd}$	V_{Ed} / V_{Rd}	N_{Ed} / N_{Rd}	$\delta_{tot} / \delta_{lim}$	$\delta_{vaz} / \delta_{lim}$	Flexão (vazio)	Flexão combinada	σ_t / σ_{lim}	σ_c / σ_{lim}
Rezende (2007)	-	-	-	-	0.8	-	-	-	-	-
Autor MS01	0.85	0.15	0.99	0.21	1.00	0.43	0.34	0.97	0.68	0.89
Autor MS02	0.85	0.15	0.99	0.22	1.00	0.44	0.35	0.97	0.69	0.88
Autor MS03	0.85	0.15	0.99	0.21	1.00	0.43	0.34	0.97	0.68	0.89
Autor MS04	0.85	0.15	0.99	0.21	1.00	0.43	0.34	0.97	0.69	0.89
Autor MS05	0.90	0.12	0.65	0.19	0.98	0.33	0.22	0.99	0.84	0.79
Autor MS06	0.90	0.12	0.65	0.19	0.98	0.34	0.22	1.00	0.84	0.79
Autor MS07	0.90	0.12	0.65	0.19	0.98	0.34	0.22	1.00	0.84	0.79
Autor MS08	0.90	0.12	0.65	0.19	1.00	0.34	0.22	1.00	0.85	0.79
Autor MS09	0.85	0.19	0.27	0.24	0.96	0.56	0.41	1.00	0.95	0.75
Autor MS10	0.85	0.19	0.27	0.24	0.97	0.56	0.41	1.00	0.95	0.75
Autor MS11	0.86	0.19	0.27	0.23	0.98	0.57	0.40	1.00	0.97	0.75
Autor MS12	0.85	0.18	0.27	0.25	0.98	0.54	0.40	1.00	0.92	0.78
Autor DS01	0.73	0.28	0.81	0.35	0.91	0.95	0.59	1.00	0.32	0.90
Autor DS02	0.80	0.21	0.86	0.29	0.95	0.64	0.48	1.00	0.49	0.92
Autor DS03	0.74	0.27	0.81	0.34	0.94	0.96	0.58	1.00	0.33	0.91
Autor DS04	0.80	0.25	0.97	0.27	0.89	0.71	0.50	0.99	0.49	0.96
Autor DS05	0.83	0.18	0.56	0.25	0.99	0.53	0.41	0.99	0.62	0.97
Autor DS06	0.81	0.20	0.50	0.27	0.99	0.63	0.45	0.99	0.52	0.92
Autor DS07	0.83	0.19	0.57	0.26	0.98	0.53	0.42	1.00	0.62	0.97
Autor DS08	0.82	0.20	0.60	0.27	0.94	0.55	0.44	1.00	0.61	0.98
Autor DS09	0.82	0.21	0.23	0.27	0.99	0.65	0.45	0.99	0.56	0.94
Autor DS10	0.81	0.20	0.23	0.26	0.98	0.61	0.44	0.98	0.54	0.91
Autor DS11	0.82	0.21	0.24	0.27	0.98	0.65	0.46	1.00	0.56	0.94
Autor DS12	0.81	0.22	0.25	0.28	0.94	0.67	0.48	1.00	0.56	0.95

Fonte: Autor (2022)

Se comparado com os resultados obtidos com a otimização via Algoritmo Genético, é possível analisar algumas semelhanças ao ponto de serem até mesmo idênticas, em alguns cenários, como DS02, DS06 e DS07 que obtiveram os mesmos resultados em ambos os cenários. Tendo em vista que se trata de uma otimização de modo a encontrar uma solução ótima, resultados que convirjam direciona o pensamento para uma possível solução ótima encontrada como sendo a melhor possível, uma vez que foram utilizadas duas técnicas computacionais diferentes que obtiveram o mesmo valor.

Nos gráficos das Figuras 16 e 17, vê-se respectivamente o comportamento caótico dos limites de restrição, com os esforços combinados também como limitante quanto utilizada

a técnica computacional do PSO, há também limites que foram estabelecidos pela relação dos esforços cortantes. O gráfico seguinte expõe a relação de custos obtido como solução ótima comparado com o proposto por Rezende (2007), neste cenário com os modelos monossimétricos sendo economicamente mais vantajosos, uma vez que é o trecho do gráfico que mais se afasta do limite.

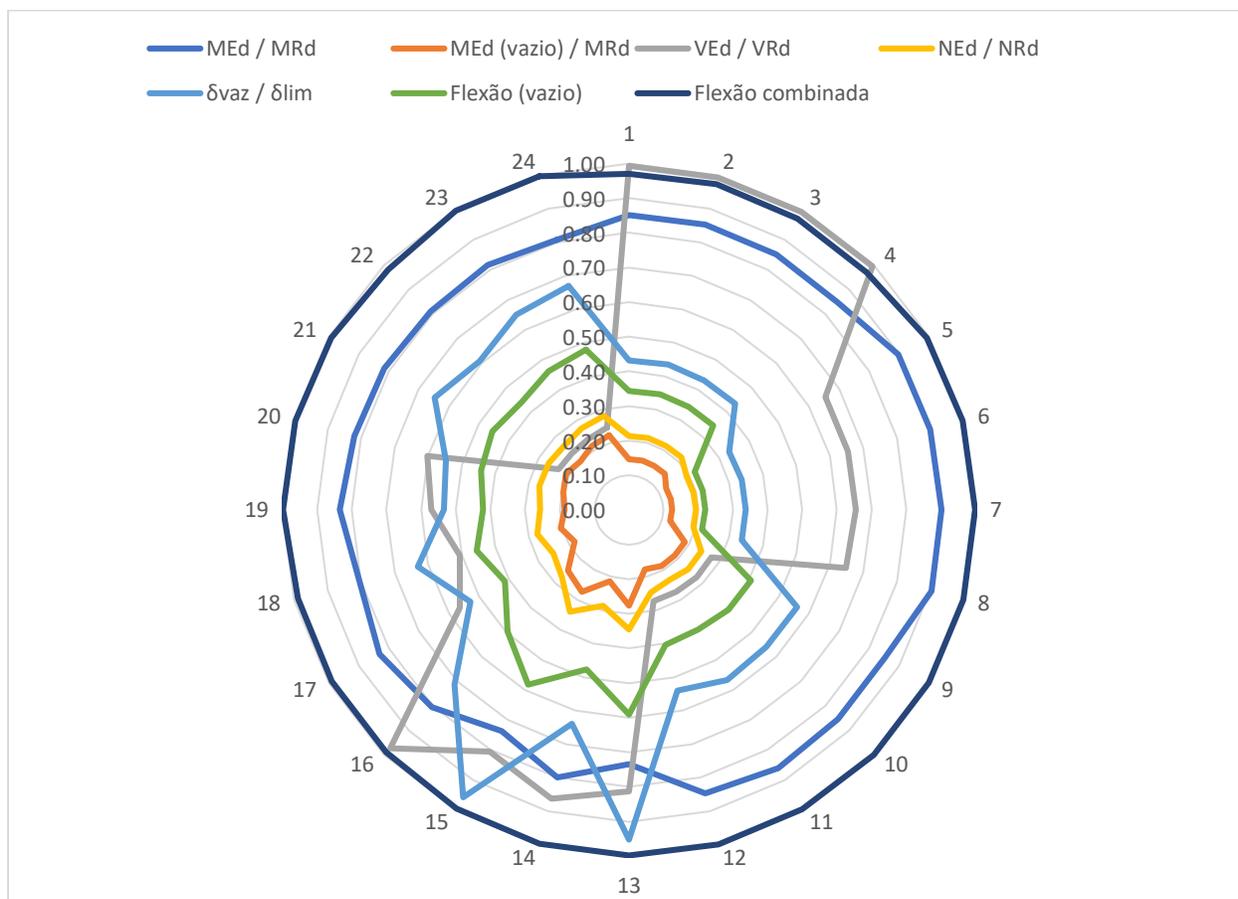


Figura 16. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 2 via PSO

Fonte: Autor (2022)



Figura 17. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 2 via PSO

Fonte: Autor (2022)

4.3.3 COMPARATIVO AG E PSO

Diferentemente do Exemplo 1, a tabela 11 juntamente do gráfico na figura 18 mostram a impossibilidade de determinar um modelo em definitivo como pertencente dos melhores resultados se comparados numa análise econômica. Se comparado em relação as suas médias, também obtiveram valores bem similares, enquanto o Algoritmo Genético tem uma média de economia de 23,10%, o PSO obteve uma média de 22,98%. Vale a observação do gráfico de que ambos os casos obtiveram suas maiores vantagens econômicas em simulações monossimétricas.

Tabela 11. Resultados econômicos comparando AG e PSO no Exemplo 2

Referência	Proporção de custos (AG)	Proporção de custos (PSO)	Relação entre os custos
Autor MS01	0.70896216	0.70472994	1.006005
Autor MS02	0.72262152	0.70586033	1.023746
Autor MS03	0.70720033	0.70472994	1.003505
Autor MS04	0.70472994	0.70586033	0.998399
Autor MS05	0.73555616	0.71903293	1.02298
Autor MS06	0.76452356	0.71903293	1.063266
Autor MS07	0.73626574	0.71798301	1.025464
Autor MS08	0.71936605	0.71757690	1.002493
Autor MS09	0.71936605	0.78803061	0.912866
Autor MS10	0.83481632	0.78691706	1.06087
Autor MS11	0.79693897	0.78711357	1.012483
Autor MS12	0.78711357	0.78818968	0.998635
Autor DS01	0.73140554	0.78271328	0.934449
Autor DS02	0.78395541	0.78395541	1
Autor DS03	0.72788187	0.78261446	0.930064
Autor DS04	0.69898584	0.70475334	0.991816
Autor DS05	0.77581802	0.77581802	1
Autor DS06	0.82625141	0.82625141	1
Autor DS07	0.76991586	0.76991586	1
Autor DS08	0.74307522	0.74959132	0.991307
Autor DS09	0.86329878	0.86329878	1
Autor DS10	0.90410600	0.90410600	1
Autor DS11	0.85862844	0.85862844	1
Autor DS12	0.83676600	0.83879049	0.997586

Fonte: Autor (2022)

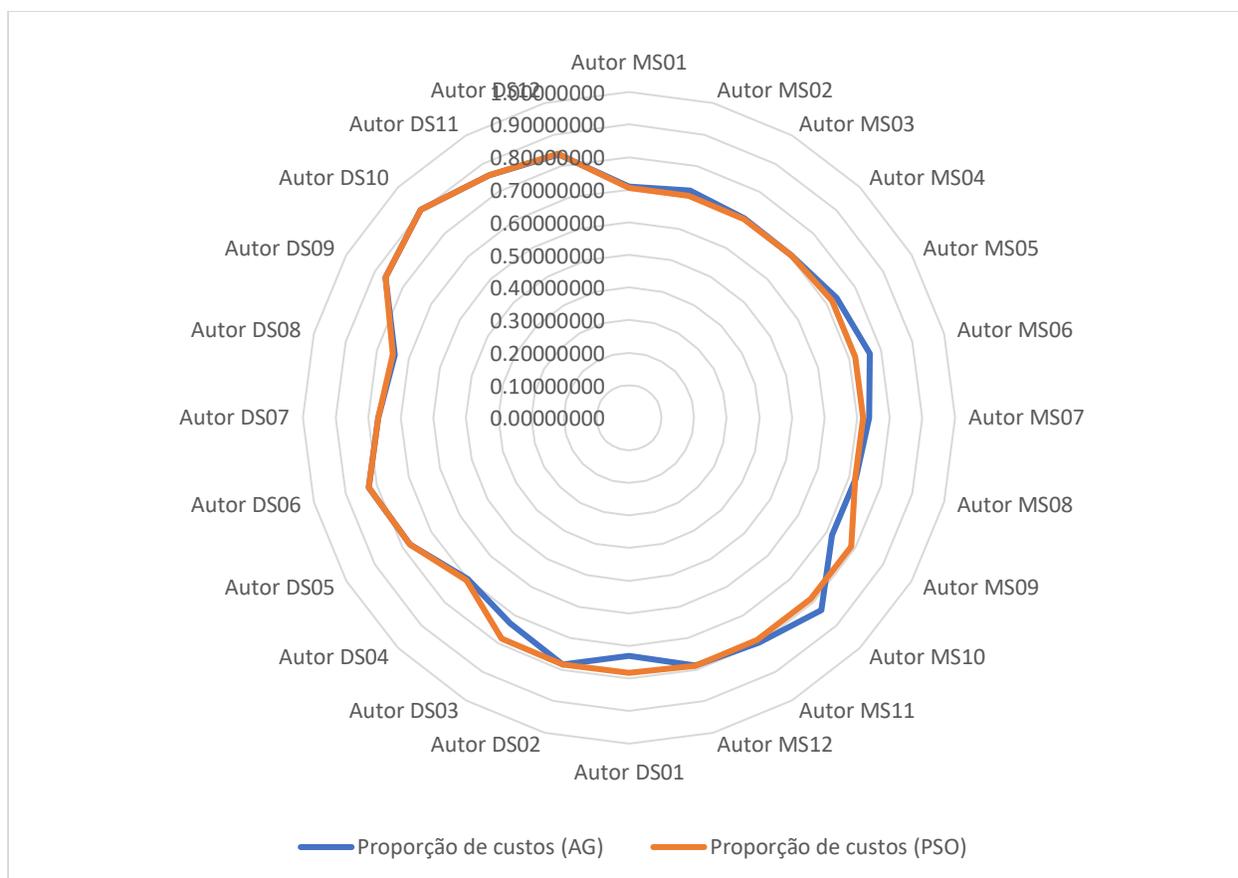


Figura 18. Gráfico comparativo entre resultados de AG e PSO

Fonte: Autor (2022)

4.4 EXEMPLO 3 – FERREIRA (2007)

Ferreira (2007) em seu estudo analisou dois exemplos de vigas protendidas com perfil em formato de I: o primeiro considerou cabos em sentido poligonal, enquanto o segundo modelo dispôs os cabos em uma direção sem inclinações. Portanto, para efeitos de comparação com este trabalho que inclui otimização apenas para cabos de protensão reta, será analisado somente o segundo estudo do autor para efeitos de comparação. O autor considerou em seu estudo o modelo de dimensionamento de perfis de aços com os preceitos dispostos na norma NBR 8800.

Neste exemplo, a espessura da alma variou entre 16 e 22 mm, uma vez que para espessuras menores as formas não passaram pelas restrições do Algoritmo Genético,

diferentemente dos exemplos anteriores. Para a largura superior da mesa oscilou entre os valores de 22,4, 25, 31,5, 37,5, 39,82 e 44 mm em valores ótimos. A figura 20 corresponde a vista lateral da viga com as respectivas cargas utilizadas no estudo e na Figura 21, nota-se dispersão dos cabos numa vista transversal da seção.

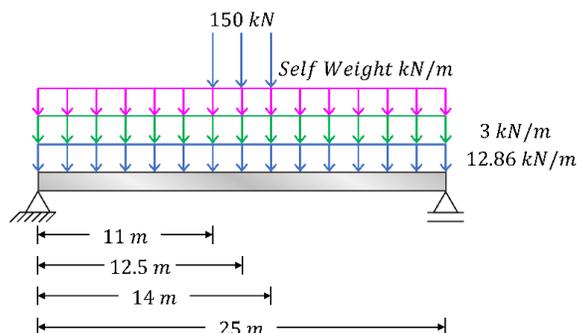


Figura 19. Vista lateral da viga com carregamentos

Fonte: Autor (2022)

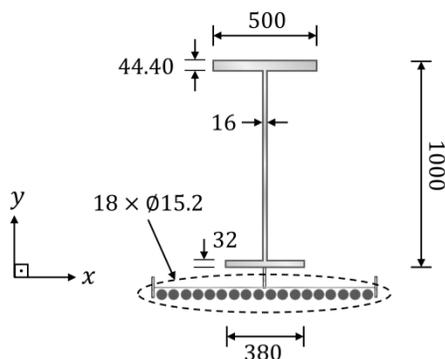


Figura 20. Seção transversal da viga (dimensões em mm)

Fonte: Autor (2022)

Os valores considerados para dimensionamento ótimo da estrutura, como corresponde as figuras anteriores, foram:

- 3 cargas pontuais com o valor de 150 kN, localizados a 11, 12,5 e 14 metros do apoio esquerdo;
- Sobrecarga vazia de 3 kN/m;
- Sobrecarga de serviço de 15 kN/m;

- Carga permanente de 12,86 kN/m.

Outros dados considerados para obtenção dos perfis correspondentes ao dimensionamento ótimo foram:

- Comprimento do vão ($L_{vão}$) de 25 metros;
- Cordoalha de 15,2 mm de diâmetro;
- Posicionamento das cordoalhas de 100 mm abaixo da seção inferior da mesa inferior;
- Tensão de escoamento característica do aço (f_y) de 345 MPa;
- Módulo de elasticidade (E) de 200.000 MPa;
- Perda de protensão em 12,3%.

4.4.1 RESULTADOS COM USO DO ALGORITMO GENÉTICO

Diferentemente dos exemplos estudados anteriormente, em comparação com o estudo de referência provido por Ferreira (2007), o número de cabos gerado como solução ótima foi em geral menor que o utilizado na leitura de referência, especialmente em casos monossimétricos, cenário que foi compensado pelo incremento no volume de aço, como mostra a tabela 12.

Os limites de restrições seguem na tabela 13, com comportamento similar aos exemplos anteriores, onde a flexão devida às cargas combinadas limitou a continuação do algoritmo para otimizar ainda mais em alguns cenários e agora com o valor das flechas limitando alguns outros.

Tabela 12. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Ferreira (2007) via AG

	d(mm)	b _{rint} (mm)	b _{rsup} (mm)	t _{rint} (mm)	t _{rsup} (mm)	t _w (mm)	N _{cabos}	lx(e+4mm ⁴)	δ (mm)	σ _c (MPa)	σ _t (MPa)	Custo Total (R\$)
Ferreira (2007)	1000	380	500	32.00	44.40	16.00	18	853611.00	58.11	-169.84	328.18	134317.52
MS01	1650	420	310	16	22.4	16	10	1466585.51	55.65	-344.24	250.25	105158.48
MS02	1610	430	310	16	25	16	9	1438124.63	61.94	-341.17	272.02	105333.18
MS03	1580	440	260	16	31.5	16	9	1400542.29	64.20	-342.30	278.04	105373.62
MS04	1630	420	210	16	37.5	16	8	1458910.57	65.32	-343.43	286.35	105003.86
MS05	1630	420	200	16	39.82	16	8	1460762.43	65.20	-342.33	286.57	105135.00
MS06	1600	440	190	16	44	16	8	1434362.50	67.05	-343.12	288.38	105562.49
MS07	1470	350	370	16	22.4	19.85	10	1207612.79	70.59	-344.84	312.32	112376.73
MS08	1440	360	350	16	25	19.85	11	1173903.74	67.87	-340.30	304.43	112857.43
MS09	1440	370	280	16	31.5	19.85	11	1176959.04	68.00	-342.45	301.83	113112.66
MS10	1420	380	240	16	37.5	19.85	12	1145652.81	65.24	-344.00	291.74	113211.71
MS11	1440	370	220	16	39.82	19.85	12	1162685.28	63.64	-344.52	288.31	113088.73
MS12	1430	380	200	16	44	19.85	13	1147773.42	59.66	-344.82	274.10	113425.95
DS01	1390	350	350	22	22	19.85	14	1123940.43	68.01	-277.04	150.20	104155.51
DS02	1340	340	340	25	25	19.85	15	1090107.31	67.36	-269.57	135.22	105942.08
DS03	1280	320	320	31.5	31.5	19.85	15	1083938.94	71.15	-265.91	136.75	110266.85
DS04	1220	310	310	37.5	37.5	19.85	16	1061348.84	71.17	-255.92	123.13	115016.89
DS05	1210	310	310	39.82	39.82	19.85	16	1084392.38	70.42	-249.99	120.43	117918.18
DS06	1200	300	300	44	44	19.85	16	1109861.71	69.58	-243.76	117.80	121323.38
DS07	1360	340	340	22.4	22.4	22	14	1098458.63	71.38	-280.67	159.71	108246.09
DS08	1320	330	330	25	25	22	15	1067395.63	70.18	-273.50	144.69	109489.71
DS09	1270	320	320	31.5	31.5	22	15	1095619.75	71.33	-262.60	140.07	115237.70
DS10	1220	310	310	37.5	37.5	22	16	1088243.97	69.86	-250.24	124.20	120152.55
DS11	1200	310	310	39.82	39.82	22	16	1088920.35	71.07	-248.38	124.62	122418.18
DS12	1180	300	300	44	44	22	17	1090884.57	67.55	-237.44	108.78	125719.54

Fonte: Autor (2022)

Tabela 13. Resultados de limites de restrição baseado em Ferreira (2007) via AG

	M_{Ed} / M_{Rd}	$M_{Ed} \text{ (vazio)} / M_{Rd}$	V_{Ed} / V_{Rd}	N_{Ed} / N_{Rd}	$\delta_{tot} / \delta_{lim}$	$\delta_{vaz} / \delta_{lim}$	Flexão (vazio)	Flexão combinada	σ_t / σ_{lim}	σ_c / σ_{lim}
Ferreira (2007)	-	-	-	-	0.81	-	-	-	0.95	0.49
MS01	0.84	0.23	0.42	0.25	0.78	0.58	0.45	1.00	0.73	1.00
MS02	0.88	0.20	0.41	0.21	0.87	0.52	0.39	1.00	0.79	0.99
MS03	0.89	0.20	0.40	0.21	0.90	0.53	0.39	1.00	0.81	0.99
MS04	0.90	0.18	0.41	0.19	0.91	0.46	0.27	1.00	0.83	1.00
MS05	0.90	0.18	0.40	0.19	0.91	0.46	0.27	1.00	0.83	0.99
MS06	0.90	0.17	0.39	0.19	0.94	0.45	0.26	1.00	0.84	0.99
MS07	0.89	0.22	0.20	0.20	0.99	0.66	0.40	1.00	0.91	1.00
MS08	0.88	0.25	0.20	0.22	0.95	0.75	0.44	1.00	0.88	0.99
MS09	0.87	0.24	0.20	0.22	0.95	0.74	0.43	0.99	0.87	0.99
MS10	0.86	0.27	0.20	0.23	0.91	0.83	0.47	1.00	0.85	1.00
MS11	0.85	0.27	0.20	0.24	0.89	0.82	0.48	1.00	0.84	1.00
MS12	0.83	0.30	0.20	0.26	0.84	0.90	0.52	0.99	0.79	1.00
DS01	0.81	0.29	0.20	0.27	0.95	0.93	0.53	0.99	0.44	0.80
DS02	0.80	0.30	0.20	0.28	0.94	0.99	0.55	0.99	0.39	0.78
DS03	0.80	0.28	0.19	0.25	1.00	0.95	0.50	0.96	0.40	0.77
DS04	0.78	0.28	0.20	0.25	1.00	0.99	0.50	0.94	0.36	0.74
DS05	0.76	0.27	0.20	0.24	0.99	0.96	0.48	0.92	0.35	0.72
DS06	0.74	0.26	0.20	0.23	0.97	0.93	0.46	0.89	0.34	0.71
DS07	0.81	0.28	0.16	0.25	1.00	0.92	0.49	0.97	0.46	0.81
DS08	0.80	0.29	0.16	0.26	0.98	0.99	0.52	0.97	0.42	0.79
DS09	0.78	0.27	0.17	0.23	1.00	0.93	0.47	0.93	0.41	0.76
DS10	0.76	0.27	0.18	0.23	0.98	0.96	0.47	0.90	0.36	0.73
DS11	0.75	0.26	0.18	0.22	1.00	0.94	0.46	0.89	0.36	0.72
DS12	0.73	0.27	0.19	0.23	0.95	0.99	0.47	0.88	0.32	0.69

Fonte: Autor (2022)

Na figura 21 é possível perceber quais são os limitadores do dimensionamento, como nos casos anteriores, a maior parte dos casos continua sendo limitada pela flexão combinada, porém, diferentemente dos modelos anteriores, em alguns cenários é possível perceber a influência do limite da flecha sem carregamento para limitar os valores do dimensionamento.

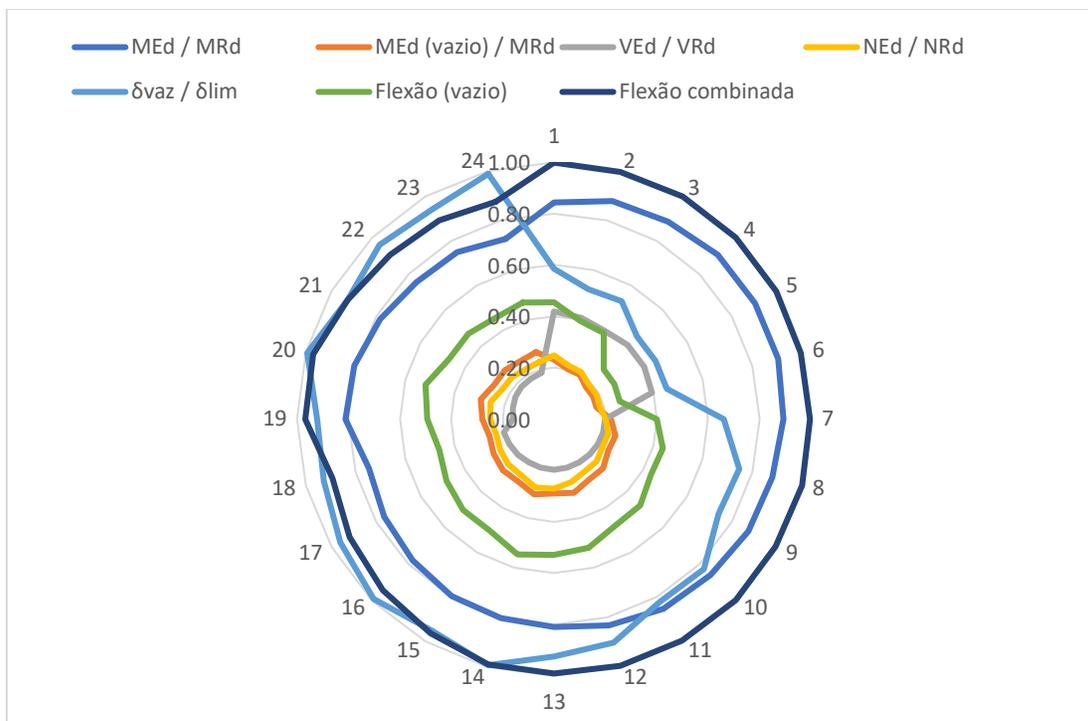


Figura 21. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 3 via AG

Fonte: Autor (2022)

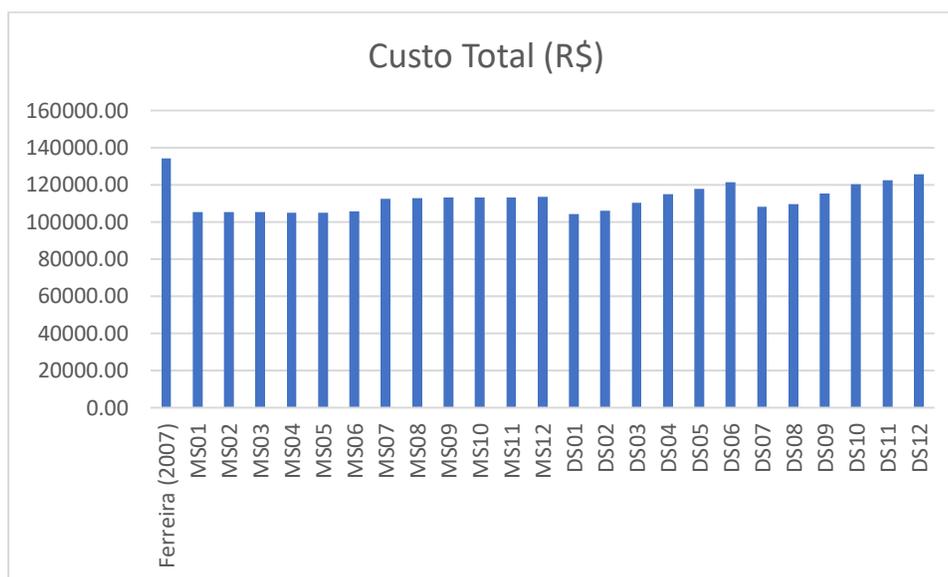


Figura 22. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 3 via AG

Fonte: Autor (2022)

Em relação aos custos, como exposto pelo gráfico na Figura 22, todos os casos resultaram em valores menores que o proposto por Ferreira (2007). Nos cenários monossimétricos ocorreram as melhores economias, com valor de até 21,82% de economia como no caso MS04.

4.4.2 RESULTADOS COM USO DO PSO

Diferentemente do obtido nos outros exemplos, houve uma convergência em várias das soluções ótimas obtidas com ambas as técnicas computacionais, indicando uma provável solução ótima encontrada, uma vez que utilizam parâmetros distintos e convergiram para o mesmo valor. Comparando a Tabela 14 com a exposta na seção 4.4.1, é possível analisar a igualdade de 11 dos 12 casos duplo simétricos, enquanto nos casos monossimétricos, similarmente ao que houve com AG, a otimização fornece soluções mais robustas em aço e menor quantidade de aço, proporcionando maior economia.

Tabela 14. Resultados monossimétrico e duplo simétrico baseado em Ferreira (2007) via PSO

	d(mm)	b _{inf} (mm)	b _{sup} (mm)	t _{inf} (mm)	t _{sup} (mm)	t _w (mm)	N _{cabos}	I _x (e+4mm ⁴)	δ (mm)	σ _c (MPa)	σ _t (MPa)	Custo Total (R\$)
Ferreira (2007)	1000	380	500	32.00	44.40	16.00	18	853611.00	58.11	-169.84	328.18	134317.52
MS01	1210	350	280	16	22.4	16	8	1670835.139	56.27844	-343.383	244.3858	107380.4074
MS02	1230	360	280	16	25	16	7	1714789.96	58.73495	-344.318	252.8217	107551.5743
MS03	1040	130	310	16	31.5	16	9	1395037.212	64.43701	-344.863	277.7955	105239.1512
MS04	940	290	280	16	37.5	16	9	1307918.047	71.14859	-343.918	287.7952	106539.9056
MS05	1070	230	320	16	39.82	16	8	1447292.083	66.07715	-340.992	287.0879	105163.6145
MS06	1100	140	320	16	44	16	8	1476911.386	63.96838	-337.063	286.5965	105152.9982
MS07	1010	80	300	16	22.4	19.85	10	1260496.719	65.03439	-344.903	308.3597	111545.9991
MS08	970	150	290	16	25	19.85	10	1233311.611	67.71858	-344.275	311.1187	111887.7568
MS09	980	110	300	16	31.5	19.85	10	1238367.89	67.10349	-344.68	310.9913	111748.6827
MS10	900	280	180	16	37.5	19.85	11	1172529.255	68.36357	-344.813	302.2035	112885.5121
MS11	1000	120	300	16	39.82	19.85	10	1255687.066	65.63363	-344.694	308.2565	111641.3819
MS12	1010	100	300	16	44	19.85	10	1262593.92	64.9529	-344.598	307.6984	111582.6634
DS01	1390	350	350	22	22	19.85	14	1123940.43	68.00864	-277.043	150.2	104155.5124
DS02	1350	340	340	25	25	19.85	14	1109649.583	70.88639	-276.849	152.041	105891.7895
DS03	1280	320	320	31.5	31.5	19.85	15	1083938.944	71.15054	-265.913	136.7542	110266.8494
DS04	1220	310	310	37.5	37.5	19.85	16	1061348.835	71.17467	-255.921	123.1277	115016.8935
DS05	1210	310	310	39.82	39.82	19.85	16	1084392.384	70.41931	-249.99	120.4308	117918.1775
DS06	1200	300	300	44	44	19.85	16	1109861.705	69.57823	-243.763	117.8044	121323.3786
DS07	1360	340	340	22.4	22.4	22	14	1098458.629	71.37631	-280.668	159.7072	108246.0893
DS08	1320	330	330	25	25	22	15	1067395.633	70.18101	-273.496	144.6926	109489.708
DS09	1270	320	320	31.5	31.5	22	15	1095619.755	71.33051	-262.604	140.0709	115237.6978
DS10	1220	310	310	37.5	37.5	22	16	1088243.967	69.85861	-250.242	124.197	120152.548
DS11	1200	310	310	39.82	39.82	22	16	1088920.35	71.07153	-248.375	124.6205	122418.1761
DS12	1180	300	300	44	44	22	17	1090884.573	67.54607	-237.436	108.7833	125719.5448

Fonte: Autor (2022)

Para os valores de restrição, como na maioria dos casos os dimensionamentos ótimos encontrados convergiram com o Algoritmo Genético, o comportamento padrão deve ser descrita com o mesmo comportamento da seção anterior que discorre sobre os limites de restrição obtidos com AG, como é possível notar ao comparar a tabela 15 com a tabela referente aos valores obtidos de restrição quando utilizada a técnica computacional do Algoritmo Genético.

Tabela 15. Resultados de limites de restrição baseado em Ferreira (2007) via PSO

	M_{Ed} / M_{Rd}	$M_{Ed} \text{ (vazio)} / M_{Rd}$	V_{Ed} / V_{Rd}	N_{Ed} / N_{Rd}	$\delta_{tot} / \delta_{lim}$	$\delta_{vaz} / \delta_{lim}$	Flexão (vazio)	Flexão combinada	σ_t / σ_{lim}	σ_c / σ_{lim}
Ferreira (2007)	-	-	-	-	0.81	-	-	-	0.95	0.49
MS01	0.88	0.18	0.45	0.22	0.79	0.41	0.37	1.00	0.71	1.00
MS02	0.90	0.15	0.46	0.19	0.82	0.34	0.24	1.00	0.73	1.00
MS03	0.89	0.20	0.39	0.21	0.90	0.53	0.39	1.00	0.81	1.00
MS04	0.90	0.19	0.37	0.20	1.00	0.53	0.28	1.00	0.83	1.00
MS05	0.90	0.18	0.41	0.19	0.93	0.46	0.27	1.00	0.83	0.99
MS06	0.90	0.18	0.41	0.19	0.90	0.46	0.28	1.00	0.83	0.98
MS07	0.88	0.24	0.20	0.21	0.91	0.67	0.42	1.00	0.89	1.00
MS08	0.89	0.23	0.20	0.21	0.95	0.67	0.41	1.00	0.90	1.00
MS09	0.89	0.23	0.20	0.21	0.94	0.67	0.42	1.00	0.90	1.00
MS10	0.88	0.24	0.20	0.22	0.96	0.74	0.43	1.00	0.88	1.00
MS11	0.88	0.23	0.20	0.21	0.92	0.67	0.42	1.00	0.89	1.00
MS12	0.88	0.24	0.20	0.21	0.91	0.67	0.42	1.00	0.89	1.00
DS01	0.81	0.29	0.20	0.27	0.95	0.93	0.53	0.99	0.43	0.79
DS02	0.81	0.28	0.20	0.26	0.99	0.91	0.51	0.98	0.43	0.79
DS03	0.80	0.28	0.19	0.25	1.00	0.95	0.50	0.96	0.39	0.76
DS04	0.78	0.28	0.20	0.25	1.00	0.99	0.50	0.94	0.35	0.73
DS05	0.76	0.27	0.20	0.24	0.99	0.96	0.48	0.92	0.34	0.71
DS06	0.74	0.26	0.20	0.23	0.97	0.93	0.46	0.89	0.34	0.70
DS07	0.81	0.28	0.16	0.25	1.00	0.92	0.49	0.97	0.46	0.80
DS08	0.80	0.29	0.16	0.26	0.98	0.99	0.52	0.97	0.41	0.78
DS09	0.78	0.27	0.17	0.23	1.00	0.93	0.47	0.93	0.40	0.75
DS10	0.76	0.27	0.18	0.23	0.98	0.96	0.47	0.90	0.35	0.71
DS11	0.75	0.26	0.18	0.22	1.00	0.94	0.46	0.89	0.36	0.71
DS12	0.73	0.27	0.19	0.23	0.95	0.99	0.47	0.88	0.31	0.68

Fonte: Autor (2022)

Na figura 23 é possível destacar a similaridade no gráfico obtido no Algoritmo Genético, onde o dimensionamento foi limitado em sua maioria pela flexão combinada, mas também obtendo situações em que os valores foram limitados pela flecha no modelo sem carregamento.

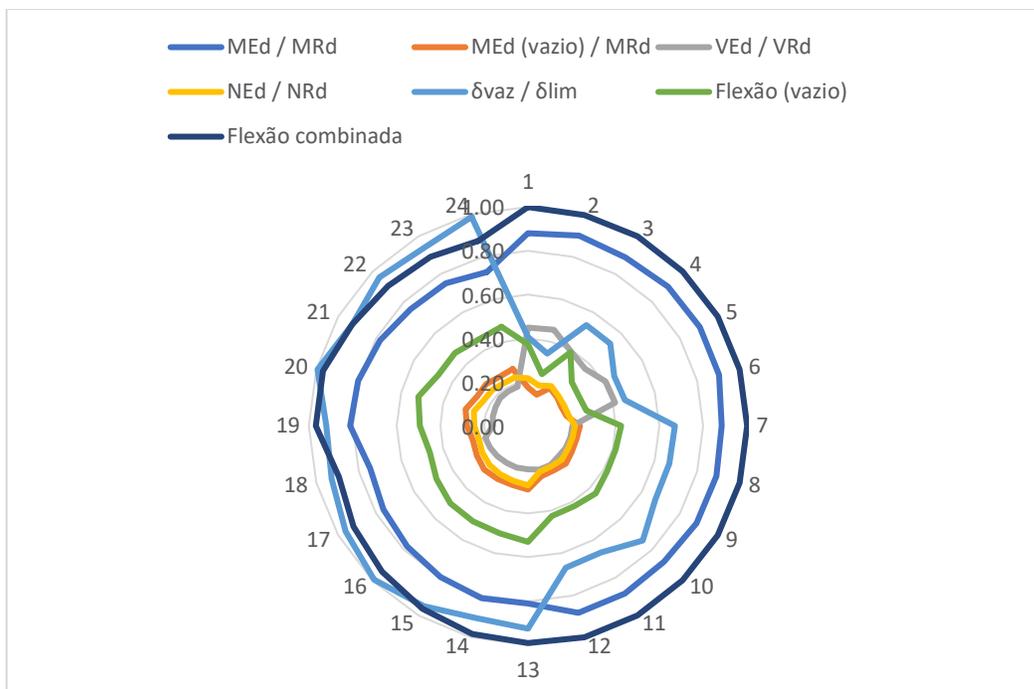


Figura 23. Análise gráfica de limites de restrição do Exemplo 3 via PSO

Fonte: Autor (2022)

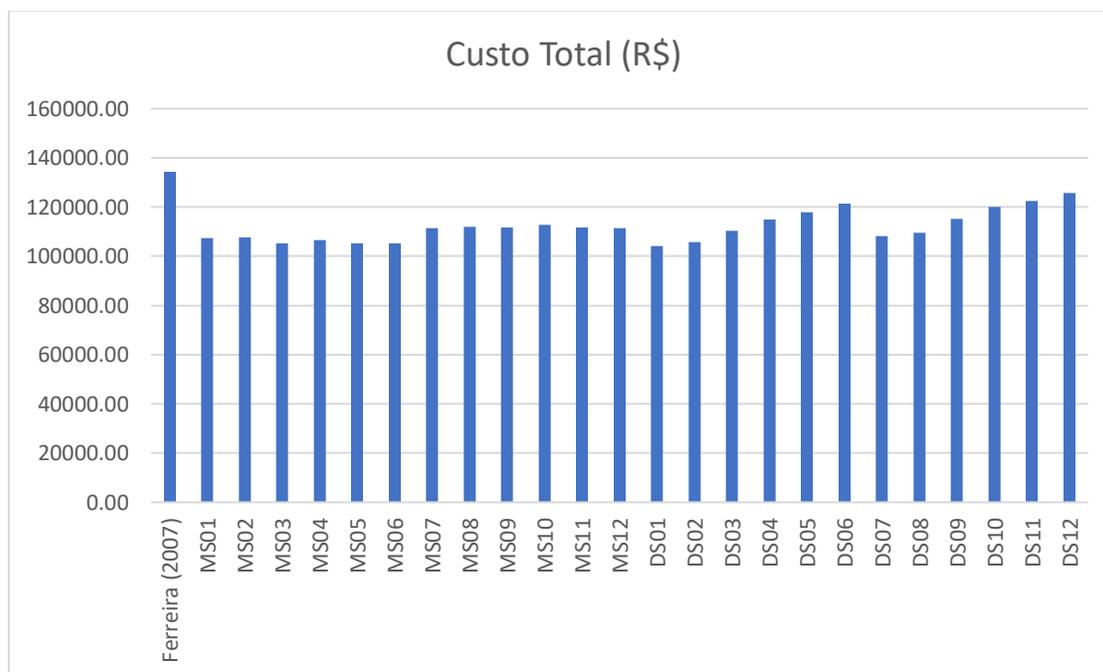


Figura 24. Relação de custo otimizado com custo de estudo do Exemplo 3 via PSO

Fonte: Autor (2022)

Para os custos com a utilização do PSO, é possível analisar basicamente a mesma economia em casos de duplo simétricos do AG, uma vez que a maior parte foram otimizações idênticas. No entanto, como é exposto na figura 24, nos casos monossimétricos há uma economia se comparado com Ferreira (2007) em todos os casos, com a maior economia gerando um valor 21,71% menor.

4.4.3 COMPARATIVO AG E PSO

Assim como no Exemplo 2, a Tabela 16 juntamente do gráfico na Figura 25 não foram precisos em determinar um modelo como superior ao outro. No entanto, neste exemplo foi obtido o interessante viés de trabalho em conjunto dos parâmetros, uma vez que há cenários em que uma técnica pode performar melhor que a outra e em outros casos, uma pode confirmar a solução obtida pela outra técnica de otimização. Atipicamente, na Figura 25 há uma superposição das linhas das proporções tanto do AG quanto do PSO, devido aos seus valores muito próximos.

Tabela 16. Resultados econômicos comparando AG e PSO no Exemplo 3

Referência	Proporção de custos (AG)	Proporção de custos (PSO)	Relação entre os custos
MS01	0.78290963	0.79945201	0.9793078
MS02	0.78421032	0.80072635	0.9793737
MS03	0.78451142	0.78351026	1.0012778
MS04	0.78175853	0.79319443	0.9855825
MS05	0.78273485	0.78294788	0.9997279
MS06	0.78591750	0.78286884	1.0038942
MS07	0.83664984	0.83046503	1.0074474
MS08	0.84022868	0.83300943	1.0086665
MS09	0.84212892	0.83197402	1.0122058
MS10	0.84286631	0.84043776	1.0028896
MS11	0.84195073	0.83117516	1.0129643
MS12	0.84446136	0.83073799	1.0165195
DS01	0.77544252	0.77544252	1
DS02	0.78874360	0.78836918	1.0004749
DS03	0.82094170	0.82094170	1
DS04	0.85630599	0.85630599	1
DS05	0.87790618	0.87790618	1
DS06	0.90325806	0.90325806	1
DS07	0.80589705	0.80589705	1
DS08	0.81515585	0.81515585	1
DS09	0.85794989	0.85794989	1
DS10	0.89454117	0.89454117	1
DS11	0.91140888	0.91140888	1
DS12	0.93598772	0.93598772	1

Fonte: Autor (2022)

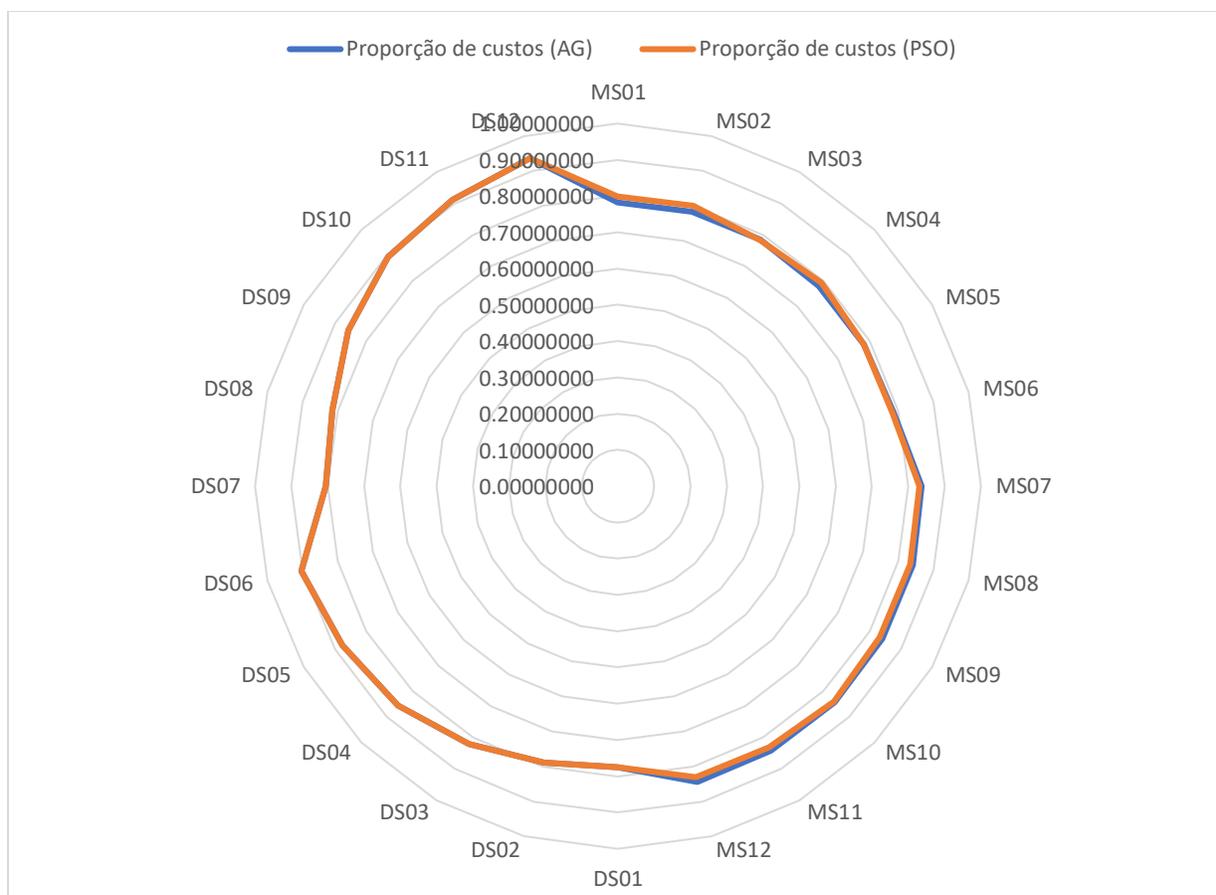


Figura 25. Gráfico comparativo entre resultados de AG e PSO

Fonte: Autor (2022)

5 – CONCLUSÕES

Este trabalho visou testar a efetividade da utilização de técnicas computacionais para obtenção do dimensionamento ótimo de vigas protendidas em aço. Para tanto, o estudo disponibilizado por meio deste trabalho apresentou soluções para vigas de aço protendida em forma de I, para casos duplamente simétricos e monossimétricos utilizando as técnicas computacionais de Algoritmo Genético e Otimização por Enxame de Partículas, seguindo os dados fornecidos pela literatura e as imposições estabelecidas em norma pela ABNT NBR 8800:2008.

Para a utilização das técnicas computacionais, fez-se necessário o uso da plataforma MATLAB, de modo que possuía de maneira nativa o Algoritmo Genético e permitia, com o auxílio da programação, a implementação do PSO. Com o auxílio do GUIDE, fornecido pela plataforma utilizada, construiu-se uma interface onde o usuário atribui os valores necessários para que o programa seja capaz de fornecer uma solução ótima, caso seja possível, uma vez que está truncado sob os limites impostos pela norma brasileira.

Para os fins de aferição, três exemplos da literatura foram selecionados, onde os autores disponibilizaram um cenário de vigas e carregamentos que estavam sendo impostos pela situação e um dimensionamento para atender tais imposições. O presente trabalho simulou os três cenários em casos monossimétricos e duplamente simétricos para várias dimensões, retornando um dimensionamento ótimo mais vantajoso financeiramente em todos os casos que o programa gerou resultado, utilizando tanto o AG, quanto o PSO.

No entanto, já servindo como uma ferramenta para encontrar o dimensionamento ótimo, dentre as técnicas de otimização, do total de 58 dimensionamentos ótimos que apareceram como solução neste trabalho, 12 tiveram um custo mais favorável quando utilizado o Algoritmo Genético, 28 para o PSO e 18 casos em que o dimensionamento alcançado pelas duas técnicas foi o mesmo, não havendo vantagem para nenhuma das alternativas selecionadas.

Projetando o melhor cenário de economia, o Algoritmo Genético conseguiu performar melhor, trazendo no Exemplo 2 uma economia de 30,11% enquanto o PSO retornou no mesmo caso de 29,53%.

Comparando as relações entre os custos, o cenário que o AG melhor performou em relação ao PSO, houve uma economia de 8,71%, enquanto no cenário contrário, obtém-se o valor de 6,32%.

Como forma de complementar e obter soluções ainda melhores em futuros trabalhos que tomem este como referência, algumas melhorias podem ser implementadas, como por exemplo a adição de uma outra técnica de otimização, de modo a dar maior confiabilidade em relação a solução ótima. Ademais, os valores que foram adotados como variáveis inteiras, podem para fins de estudos serem postos como variáveis contínuas para averiguar se os limites continuam sendo estabelecidos na maior parte dos casos pela flexão combinada.

Em linhas gerais este trabalho consegue concluir satisfatoriamente que ambas as técnicas computacionais trazem excelentes retornos, com 100% de aproveitamento de economia. No entanto, pode-se concluir que para uma maior probabilidade de acerto, o PSO deve ser a técnica de otimização a escolher, caso seja necessária a escolha de uma em detrimento da outra. Por fim, o melhor cenário seria ter a disposição as duas técnicas, onde é feita a escolha automática pelo programa do que dispuser do melhor cenário na perspectiva de economia e a confirmação de que a solução dada é a solução ótima quando ambas convergirem.

6 – REFERÊNCIAS

ABBAS, Ali Laftah et al. **Finite Element Analysis and Optimization of Steel Girders with External Prestressing**. Civil Engineering Journal. Vol 4. No 7, 2018.

AGRAWAL, V., CHANDWANI, V., PORWAL, A. **Optimum Design of Welded Steel Plate Girder using Genetic Algorithms**. International Journal of Current Engineering and Technology. Vol. 3, No. 4, 1209-1213, 2013.

ALVES, E. C., PIETRALONGA, T. C. **Análise dos modos de colapso no dimensionamento ótimo de vigas alveolares via algoritmos genéticos**. Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, Série III n^o 12. 2020.

ALVES, E. C., RAMOS, J. R. **Numerical analysis of collapse modes in optimizes design of alveolar Steel-concrete composite beams via genetic algorithms**. REM - International Engineering Journal. Ouro Preto, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023**:Normalização de Referências. Rio de Janeiro, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7482**:Fios de aço para concreto protendido. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7483**:Cordoalhas de aço para concreto protendido - Especificação. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e de Concreto de Edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

BETTIN, W. A. P., ANDRADE, S. A. L. **Estudo do comportamento estrutural de treliças de aço em forma de arco utilizadas no projeto de coberturas protendidas**. CILAMCE, Proceedings of the XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Suzana Moreira Ávila (editor), ABME, Brasília, DF, Brazil, 2016.

BRODKA, J., KLOBUKOWSKI, J. **Prestressed steel constructions**. Ed. 1, Berlin-Munich: Ed. Ernst und Sohn, 1969.

DAVID, C. N. D., STEPHEN, E. A. S. **Cost minimization of welder beam design problem using PSO, SA, PS, GODLIKE, CUCKOO, FF, FP, ALO, GSA and MVO**. International Journal of Mechanical Engineering and Technology. IJMET. Volume 9, Issue 9, pp. 10-20, Setembro 2018.

DEB, K. **Genetic algorithm in search and optimization: the technique and applications**. Proceedings of International Workshop on Soft Computing and Intelligent System, (ISI, Calcutta, India), 1998.

FAKURY, R. H.; SILVA, A. L. R.; CALDAS, R. B. **Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto**. 1. ed. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2016. 496 p.

FERREIRA, A.C. **Vigas metálicas protendidas: Análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos**. Brasília. Dissertação (Mestrado). Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2007.

GERO, Prendes et al. **Optimization of steel structures with one genetic algorithm according to three international building codes**. Revista de la Construcción. 17. 10.7764/RDLC.17.1.47. 2018.

JUNIOR, C.F.S., **Dimensionamento econômico de vigas protendidas de aço**. São Paulo. Dissertação (Mestrado). São Carlos: EESC (Escola de Engenharia de São Carlos), 1976.

KAVEH, A., SHOKOHI, F. **A hybrid optimization algorithm for the optimal design of laterally-supported castellated beams**. Scientia Iranica A. 23(2), pp. 508-519, 2016.

KRIPAKARAN, P., HALL, B., GUPTA, A. **A Genetic Algorithm for Design of Moment-Resisting Steel Frames**. Structural and Multidisciplinary Optimization. 44. 559-574, 2011.

MATLAB. **Guia do usuário R2013a**. The Math Works Inc, 2013.

MUKHANOV, K.K. **Design of metal structures**. Moscow: Mir Publishers. 1968.

NGUYEN, Quang Hung. **Parametric Investigation of Particle Swarm Optimization to Improve the Performance of the Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System in Determining the Buckling Capacity of Circular Opening Steel Beams**. Thuyloi University, Hanoi. Vietnam, 2020

PARTOVI, F., FANAJE, N. **Controlling deflection of long steel I-shaped girder bridge using two shaped pre-tensioning cables**. J. Cent, South Univ. 27:566-577, 2020

PROTAZE, Mageveske, et al. **Cost analysis on the optimum design of prestressed doubly-symmetric steel beams** – III Pan-American Congress on Computational Mechanics, ABMEC-IACM, 2021.

RAVINDRA, V., VENKATESWARLU, T., RAJU, P.M. **Computerized design of prestressed homogeneous steel beam** – Journal of Structural Engineering. Vol. 35. No. 2. 2008.

REZENDE, C.R. **Structural Analysis of Prestressed Steel Beams** – Vitória – ES. Tese de Mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico, 2007.

SKOGLUND, O., LEANDER, J., KAROUMI, R. **Optimizing the steel girders in a high strength steel composite bridge**. Engineering Structures 221, 110981, 2020.

TRAN, N. H., BUI. T.T. **Damage detection in a steel beam structure using particle swarm optimization and experimentally measured results**. Science Journal of Transportation, n. 9, p. 3-9, 2019.

TROITSKY, M.S. **Prestressed steel bridges: theory and design**. 16th ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990. 386p.

YE, Jun et al. **Optimum design of cold-formed steel beams using Particle Swarm Optimisation method**. Journal of Constructional Steel Research, V. 122, p. 80-93, 2016.

YILDRIM, H.A., AKCAY, C. **Time-cost optimization model proposal for construction projects with genetic algorithm and fuzzy logic approach.** Revista de la Construcción. 18, p. 554-567, 2019.