

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO TECNOLÓGICO  
COLEGIADO DE ENGENHARIA CIVIL

MATHEUS CATELAN  
SARA DE JESUS BULHOSA

**DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL  
ACADÊMICO PARA DIMENSIONAMENTO DE PILARES E  
PILARES-PAREDE**

VITÓRIA  
2023

MATHEUS CATELAN  
SARA DE JESUS BULHOSA

**DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL  
ACADÊMICO PARA DIMENSIONAMENTO DE PILARES E  
PILARES-PAREDE**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como quesito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Antonio Campos Rodrigues.

VITÓRIA  
2023

MATHEUS CATELAN  
SARA DE JESUS BULHOSA

**DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL  
ACADÊMICO PARA DIMENSIONAMENTO DE PILARES E  
PILARES-PAREDE**

BANCA EXAMINADORA:

---

Professor Dr. Marcos Antonio Campos Rodrigues  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Orientador

---

Professor M.Sc. Fernando Musso Junior  
Universidade Federal do Espírito Santo

---

Professor M.Sc. Acley Gabriel da Silva Tomaz  
Instituto Federal do Espírito Santo

## **AGRADECIMENTOS**

Aos nossos pais, Juçara e Luciano, Lucinda e Joyse, agradecemos pelo zelo e pelo suporte oferecido ao longo não somente esses 5 anos da graduação, mas por toda a vida, que foram essenciais para que atingíssemos nossos objetivos.

Aos nossos irmãos, agradecemos por terem feito parte do nosso crescimento e por se preocuparem com nosso bem-estar. Aos queridos tios, tias, primos e primas, agradecemos por acreditarem no nosso potencial e nos protegerem.

Aos amigos do curso e aos amigos de fora, que nos ajudaram em momentos de seriedade e de distração, agradecemos pela paciência e companheirismo ao longo dessa caminhada.

Aos mestres que muito nos ensinaram ao longo da graduação, agradecemos pela paciência, pelos conselhos e pela contribuição com nossa evolução profissional. Agradecemos especialmente ao Dr. Marcos Antonio Campos Rodrigues, nosso orientador, que esteve conosco desde as primeiras disciplinas do curso, como Mecânica dos Sólidos I, passando por Análise Estrutural II e chegando a Estruturas de Madeira, e se mostrou presente durante toda a realização deste trabalho. Sua visão do nosso potencial nos manteve otimistas com nossas entregas e orgulhosos dos nossos resultados.

## RESUMO

CATELAN, M.; BULHOSA, S. J. **Desenvolvimento de Programa Computacional Acadêmico para Dimensionamento de Pilares e Pilares-Parede**. 2023. Projeto de Graduação (Bacharelado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2023.

O dimensionamento de pilares em estruturas de concreto armado é fundamental, uma vez que esses elementos auxiliam na obtenção do comportamento global adequado da estrutura. Além disso, para a estabilidade global das edificações atuais, a utilização de pilares-parede é imprescindível. Entretanto, grande parte dos estudantes de Engenharia possuem dificuldades com o dimensionamento de pilares, devido aos diferentes efeitos existentes nesses elementos e da necessidade da criação de curvas de interação ou métodos computacionais para solucionar as equações de equilíbrio. Soma-se o fato de os pilares-parede estarem submetidos a efeitos localizados que, geralmente, não são estudados na graduação. Dessa forma, neste trabalho foi desenvolvido um programa acadêmico, intitulado PPDim, para o dimensionamento de seções retangulares de pilares e pilares-parede em concreto armado, seguindo as prescrições normativas. O programa analisa as disposições construtivas, os esforços solicitantes e a resistência de pilares e pilares-parede conforme a NBR 6118:2014. O programa desenvolvido avalia ainda a utilização do aço CA-50 AR nesses elementos. Para validação dos resultados fornecidos pelo programa desenvolvido, estes foram comparados com exemplos disponíveis na literatura técnica e com programas computacionais acadêmicos e comerciais. Os exemplos desenvolvidos claramente evidenciam a eficiência da ferramenta computacional desenvolvida para o dimensionamento de pilares e pilares-parede. Também se verifica a redução na armação necessária desses elementos ao se utilizar barras de aço de alta resistência CA-50 AR.

**Palavras-chave:** Estruturas de concreto; Concreto Armado; Dimensionamento; Pilares; Pilares-parede.

## ABSTRACT

The design of reinforced concrete columns is essential, since these elements help in obtaining structure's appropriate global behavior. In addition, for the global stability of current buildings, the use of shear walls is substantial. However, most engineering students face difficulties in designing columns, due to the different effects that exist on these elements and the need to create interaction curves or computational methods to solve the equilibrium equations. Furthermore, shear walls present localized effects that, in general, are not covered during university. Thus, in this work, an academic program, entitled PPDim, was developed for the design of rectangular sections of columns and shear walls in reinforced concrete, following the normative prescriptions. The program analyzes the constructive provisions, the requesting efforts and the resistance of columns and shear walls according to NBR 6118:2014. The developed program also evaluates the use of CA-50 HS steel in these elements. To validate the results provided by the developed program, they were compared with examples available in the technical literature and with academic and commercial computer programs. The examples clearly showed the efficiency of the computational tool developed for the design of columns and shear walls. There is also a reduction in the reinforcement necessary when using CA-50 HS (high-strength steel bars).

**Keywords:** Concrete structures; Reinforced Concrete; Design; Columns; Shear Walls.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Classificação dos pilares.....	18
Figura 3.1 – Domínios de deformação em uma seção transversal. ....	23
Figura 3.2 – Domínio 2 e subdomínios 2a e 2b.....	24
Figura 3.3 – Construção do diagrama de interação. ....	26
Figura 4.1 – Efeitos de 2ª ordem.....	29
Figura 5.1 – Seções típicas de pilares-parede. ....	35
Figura 5.2 – Distribuição de faixas e esforços.....	36
Figura 6.1 – Tela inicial do "PPDim".....	38
Figura 6.2 – Tela sobre o "PPDim".....	39
Figura 6.3 – Dados gerais de entrada. ....	39
Figura 6.4 – Dados de carregamento.....	40
Figura 6.5 – Seleção do tipo de aço.....	40
Figura 6.6 – Dados de armação.....	41
Figura 6.7 – Aba de verificação das disposições construtivas. ....	41
Figura 6.8 – Aba de visualização dos diagramas de interação. ....	42
Figura 6.9 – Verificação dos efeitos localizados.....	42
Figura 6.10 – Análise de faixas do pilar-parede. ....	43
Figura 6.11 – Ajuste da disposição nas faixas do pilar-parede. ....	43
Figura 6.12 – Verificação da nova disposição construtiva do pilar-parede.....	44
Figura 6.13 – Resultado final.....	44
Figura 7.1 – Seção de pilar analisada. ....	45
Figura 7.2 – Diagramas obtidos no PCalc (a) na direção x (b) na direção y. ....	46
Figura 7.3 – Diagramas obtidos no TQS (a) na direção x (b) na direção y. ....	46
Figura 7.4 – Diagramas por Kimura (a) na direção x (b) na direção y.....	47
Figura 7.5 – Diagramas obtidos no PPDim nas direções x e y.....	47
Figura 7.6 – Pilar 1.....	48
Figura 7.7 – Pilar 1: Dados Gerais. ....	49
Figura 7.8 – Pilar 1: Carregamento. ....	49
Figura 7.9 – Pilar 1: Armação.....	50
Figura 7.10 – Pilar 1: Diagramas.....	51
Figura 7.11 – Pilar 1: Resultado.....	51
Figura 7.12 – Pilar 2.....	53

Figura 7.13 – Pilar 2: Diagramas em Musso Junior (2021). .....	53
Figura 7.14 – Pilar 2: Diagramas no "PPDim". .....	54
Figura 7.15 – Pilar 2: Resultado. ....	54
Figura 7.16 – Pilar 3. ....	56
Figura 7.17 – Pilar 3: dados de entrada no "PPDim". ....	56
Figura 7.18 – Pilar 3: arranjo para o método da curvatura aproximada. ....	57
Figura 7.19 – Pilar 3: arranjo para o método da rigidez aproximada. ....	57
Figura 7.20 – Pilar-parede 1. ....	59
Figura 7.21 – Pilar-parede 1: Dados de carregamento. ....	59
Figura 7.22 – Pilar-parede 1: armação inicial. ....	60
Figura 7.23 – Pilar-parede 1: verificação dos efeitos localizados. ....	61
Figura 7.24 – Pilar-parede 1: análise das faixas. ....	61
Figura 7.25 – Pilar-parede 1: nova disposição. ....	62
Figura 7.26 – Pilar-parede 1: disposição final. ....	62
Figura 7.27 – Pilar-parede 1: janela de resultados. ....	63
Figura 7.28 – Pilar-parede 2 (P1). ....	64
Figura 7.29 – Pilar-parede 2: armação inicial no PPDim. ....	64
Figura 7.30 – Pilar-parede 2: armação inicial no TQS. ....	65
Figura 7.31 – Opção de análise dos efeitos locais no TQS. ....	65
Figura 7.32 – Resultado da análise dos efeitos locais no TQS. ....	65
Figura 7.33 – Opção de análise dos efeitos localizados no TQS. ....	66
Figura 7.34 – Resultado da análise dos efeitos localizados no TQS. ....	66
Figura 7.35 – Análise dos efeitos localizados no PPDim. ....	66
Figura 7.36 – Pilar-parede 2: dimensionamento no TQS. ....	67
Figura 7.37 – Pilar-parede 2: análise dos efeitos locais no PPDim. ....	67
Figura 7.38 – Pilar-parede 2: análise dos efeitos localizados no PPDim. ....	68
Figura 7.39 – Pilar-parede 2: resultados. ....	68
Figura 7.40 – Botão "comparar". ....	69
Figura 7.41 – Diagramas de interação no módulo "comparar". ....	70
Figura 7.42 – Pilar-parede 1: nova disposição no modo "comparar". ....	71
Figura 7.43 – Pilar 1: tentativa de redução da $A_s$ utilizando CA-50 AR. ....	72
Figura 7.44 – Pilar 1: redução da $A_s$ utilizando CA-50 AR. ....	73

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Classes de resistência de concretos estruturais.....	14
Tabela 1.2 – Classes de agressividade ambiental. ....	15
Tabela 1.3 – Relação entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto. ...	16
Tabela 2.1 – Valores do coeficiente de majoração para pilares e pilares-parede. ....	19
Tabela 3.1 – Valores limites das fronteiras.....	26
Tabela 4.1 – Valores de $ab$ . ....	30
Tabela 4.2 – Hipóteses de Cálculo.....	34
Tabela 7.1 – Pilar 1: "PPDim" x Bastos (2021).....	52
Tabela 7.2 – Pilar 2: "PPDim" x Musso Junior (2021). ....	55
Tabela 7.3 – Pilar 3: $A_s$ para cada método de cálculo.....	56
Tabela 7.4 – Pilar 3: "PPDim" x Bastos (2021).....	58
Tabela 7.5 – Pilar-parede 1: "PPDim" x Kimura (2014). ....	63

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>11</b>
1.1 OBJETIVOS .....	12
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	13
1.3 MATERIAIS.....	14
<b>1.3.1 Concreto</b> .....	<b>14</b>
<b>1.3.2 Aço</b> .....	<b>16</b>
<b>2. SITUAÇÕES DE PROJETO</b> .....	<b>17</b>
2.1 CLASSIFICAÇÃO DOS PILARES.....	17
2.2 DIMENSÕES MÍNIMAS .....	19
2.3 COMPRIMENTO EQUIVALENTE, RAIOS DE GIRAÇÃO E ESBELTEZ .....	19
2.4 DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS.....	20
<b>2.4.1 Armadura longitudinal</b> .....	<b>20</b>
<b>2.4.2 Armadura transversal</b> .....	<b>21</b>
<b>3. FLEXO-COMPRESSÃO</b> .....	<b>22</b>
3.1 DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO.....	22
3.2 RESISTÊNCIA DA SEÇÃO À FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL.....	25
3.3 VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FLEXO-COMPRESSÃO OBLÍQUA ..	28
<b>4. ESFORÇOS EM PILARES</b> .....	<b>29</b>
4.1 MOMENTO MÍNIMO PARA DIMENSIONAMENTO DE PILARES .....	29
4.2 CLASSIFICAÇÃO DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM .....	29
<b>4.2.1 Método do pilar padrão com curvatura aproximada</b> .....	<b>31</b>
<b>4.2.2 Método do pilar padrão com rigidez “κ” aproximada</b> .....	<b>32</b>
4.3 HIPÓTESES DE CÁLCULO .....	33
<b>5. PILARES-PAREDE</b> .....	<b>35</b>
5.1 DISPENSA DA ANÁLISE DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM LOCALIZADOS..	35
5.2 MÉTODO APROXIMADO – NBR 6118:2014.....	36
5.3 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL .....	37

<b>6. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA PPDim.....</b>	<b>38</b>
<b>7. VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS.....</b>	<b>45</b>
7.1 CURVAS DE INTERAÇÃO .....	45
7.2 VERIFICAÇÃO EM PILARES .....	48
<b>7.2.1 Exemplo 1 – Pilar Interno (Bastos, 2021).....</b>	<b>48</b>
<b>7.2.2 Exemplo 2 – Pilar de Borda (Musso Junior, 2021).....</b>	<b>52</b>
<b>7.2.3 Exemplo 3 – Pilar de Canto (Bastos, 2021).....</b>	<b>55</b>
7.3 VERIFICAÇÃO EM PILARES-PAREDE.....	58
<b>7.3.1 Exemplo 1 (Kimura, 2014).....</b>	<b>59</b>
<b>7.3.2 Exemplo 2 (TQS).....</b>	<b>64</b>
7.4 AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA.....	69
<b>8. CONCLUSÃO.....</b>	<b>75</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>76</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Os pilares são elementos estruturais predominantemente sujeitos à compressão, dispostos na direção vertical e considerados como elementos lineares. Num edifício de múltiplos pavimentos, é função dos pilares suportar ações horizontais, como a do vento, e ações verticais, como as cargas permanentes e variáveis decorrentes da ação gravitacional na estrutura, e transmiti-las às fundações.

De acordo com KIMURA (2014), os pilares auxiliam na obtenção do comportamento global adequado da estrutura quando em serviço. Nessa perspectiva, os pilares têm papel fundamental no contraventamento da estrutura e na manutenção da estabilidade global do edifício, uma vez que estes resistem a uma parcela significativa dos esforços resultantes das ações horizontais, como o vento, o sismo e o desaprumo global.

Ainda, os pilares são elementos de comportamento complexo, em que se deve levar em consideração diferentes efeitos de não linearidade, tanto física, quanto geométrica, podendo se dividir ainda em efeitos globais e locais de 2ª ordem.

Nesse contexto, se uma das dimensões da seção transversal de um pilar é significativamente inferior à outra, o pilar é considerado como um pilar-parede. O seu dimensionamento se difere dos pilares devido principalmente ao acréscimo do efeito localizado aos efeitos anteriormente citados, gerando verificações adicionais a serem realizadas, tornando sua análise e estudo mais complexa.

A NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto especifica que, para ser considerado como parede, o pilar deve ter a menor dimensão da sua seção transversal inferior a 1/5 da maior dimensão. Segundo Araújo (2010), os pilares-parede são usualmente encontrados nas caixas de escadas e de elevadores de edifícios altos. Os pilares-parede são cada vez mais utilizados em edifícios altos com sistemas de lajes lisas, lisas protendidas e nervuradas, por fornecerem maior estabilidade à edificação e manter as dimensões necessárias para sua locação entre vagas de garagem e pavimentos tipo.

Para o dimensionamento de pilares existem conhecidos programas livres, podendo-se citar o “*Pcalc*” desenvolvido em Cardoso Junior (2014), além de

programas para verificação de seções transversais submetidas à flexo-compressão, como o Normal (UFPR, 2001) e Oblíqua (UFPR, 2001). Entretanto, em relação ao dimensionamento de pilares-parede, é pouco notória a existência de programas livres conhecidos no mercado que propiciam obter resultados análogos aos dados de processamento dos softwares comerciais de cálculo estrutural.

Além disso, embora a demanda arquitetônica atual exija o emprego de pilares-parede com maior frequência, para estabilidade e resistência das edificações, o estudo de suas especificidades não costuma ser tratado durante a graduação em Engenharia Civil. Assim, constata-se a demanda para o desenvolvimento de programas computacionais acadêmicos que preencham essa lacuna, permitindo dimensionar lances de pilares-parede de acordo com sua geometria e esforços solicitantes, servindo como material de apoio didático em cursos de graduação e pós-graduação e tornando seu comportamento mais comum para os Engenheiros.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral do presente trabalho é desenvolver um programa acadêmico computacional para o dimensionamento de pilares e pilares-parede.

Para isso, será necessário desenvolver os seguintes objetivos específicos:

- Estudo sobre o dimensionamento de pilares;
- Estudo do conceito e do dimensionamento de pilares-parede;
- Aprendizado da linguagem *Visual Basic for Applications (VBA)*;
- Desenvolvimento de código computacional para o dimensionamento de pilares e pilares-parede no editor de planilhas Microsoft Excel associado à linguagem *Visual Basic for Applications (VBA)*;
- Análise comparativa do dimensionamento de pilares-parede utilizando o TQS e o programa computacional desenvolvido.

O desenvolvimento do programa, além de familiarizar os alunos à linguagem de programação *VBA*, propiciará aprofundar os estudos sobre o dimensionamento de estruturas de concreto, tendo em vista a literatura desenvolvida sobre o dimensionamento de pilares e pilares-parede em Musso (2021), Araújo (2010), Kimura (2014, 2018), Carvalho e Pinheiro (2009), Bastos (2021) e Fusco (1995),

além de trabalhos acadêmicos do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFES, como Souza (2017). Também pretende-se que o programa computacional sirva como recurso didático no meio acadêmico a nível de graduação e pós-graduação.

Ressalta-se, ainda, que o programa desenvolvido será utilizado para verificar a utilização do aço CA 50 S/AR em pilares e pilares-parede.

## 1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

O conteúdo deste trabalho é dividido em oito capítulos. No primeiro capítulo são apresentados os aspectos referentes aos objetivos e às justificativas para as atividades desenvolvidas, bem como a apresentação do contexto atual em que o trabalho se enquadra.

O segundo capítulo é composto pelo levantamento normativo das situações de projeto em que os pilares estão submetidos, como sua classificação, suas dimensões mínimas, seu índice de esbeltez e as disposições construtivas de suas armações.

O capítulo três aborda os conceitos de flexo-compressão normal e oblíqua, além de descrever os domínios de deformação em uma seção em concreto armado, com revisão bibliográfica.

No quarto capítulo são elucidados os esforços aos quais os pilares estão submetidos, portanto, define-se o momento mínimo, os métodos de cálculo para os efeitos de 2ª ordem e as combinações de esforços consideradas como hipóteses de cálculo.

O capítulo cinco aponta as especificidades no cálculo de pilares-parede, com relação à possibilidade de dispensa dos efeitos localizados e ao método aproximado de análise definido em norma.

O sexto capítulo é referente ao programa de computador elaborado para o dimensionamento de pilares em concreto armado. São apresentadas as janelas que

fazem parte do programa e especificadas as suas características, servindo como um manual para a sua utilização.

Para validar os resultados encontrados pelo programa, o sétimo capítulo apresenta diferentes exemplos já resolvidos na literatura de maneira analítica e compara estes valores com os fornecidos pelo programa computacional.

No último capítulo são apresentadas as conclusões e as considerações finais. São discutidos os resultados encontrados ao final do trabalho, com sugestões para trabalhos futuros.

### 1.3 MATERIAIS

Segundo a NBR 6118:2014, elementos de concreto armado são aqueles cujo comportamento estrutural depende da aderência entre o concreto e a armadura, nos quais não se aplicam alongamentos iniciais das armaduras antes da materialização dessa aderência. Assim, o concreto armado é constituído por dois materiais principais, o concreto e o aço, e a aderência mencionada faz com que estes materiais trabalhem em conjunto.

#### 1.3.1 Concreto

A NBR 8953:2015 – Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência – classifica os concretos estruturais em dois grupos de acordo com o  $f_{ck}$  (Tabela 1.1).

Tabela 1.1 – Classes de resistência de concretos estruturais.

Classe de resistência Grupo I	Resistência característica à compressão MPa	Classe de resistência Grupo II	Resistência característica à compressão MPa
C20	20	C55	55
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	90
C45	45	C100	100
C50	50		

Fonte: NBR 8953 (2015).

Os concretos com resistência característica à compressão abaixo de 50MPa são considerados do grupo I e os com resistência maior ou igual a 55 MPa os concretos do grupo II. No presente trabalho, serão abordados somente os concretos do grupo I.

Quanto aos parâmetros de qualidade, a NBR 6118:2014 estabelece, ainda, classes de acordo com o ambiente de exposição do concreto, conforme apresentado na Tabela 1.2. Nela estão relacionadas a classe de agressividade, a classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto e o risco de deterioração da estrutura.

Tabela 1.2 – Classes de agressividade ambiental.

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
	I	Fraca	Rural Submersa
II	Moderada	Urbana <sup>a, b</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>a</sup> Industrial <sup>a, b</sup>	Grande
IV	Muito forte	Industrial <sup>a, c</sup> Respingos de maré	Elevado

<sup>a</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

<sup>b</sup> Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

<sup>c</sup> Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: NBR 6118 (2014).

A partir da determinação da classe de agressividade ambiental, é possível determinar, a partir da Tabela 1.3, a relação água/cimento máxima e a classe de mínima de resistência do concreto a ser adotada.

Tabela 1.3 – Relação entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto.

Concreto <sup>a</sup>	Tipo <sup>b, c</sup>	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

<sup>a</sup> O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.

<sup>b</sup> CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.

<sup>c</sup> CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Fonte: NBR 6118 (2014).

Logo, o  $f_{ck}$  do concreto é uma característica essencial para todo projeto de engenharia que faça uso desse material. Para sua definição devem ser levadas em consideração as características da obra, as características da estrutura, o custo-benefício e as recomendações normativas vistas nesse item.

### 1.3.2 Aço

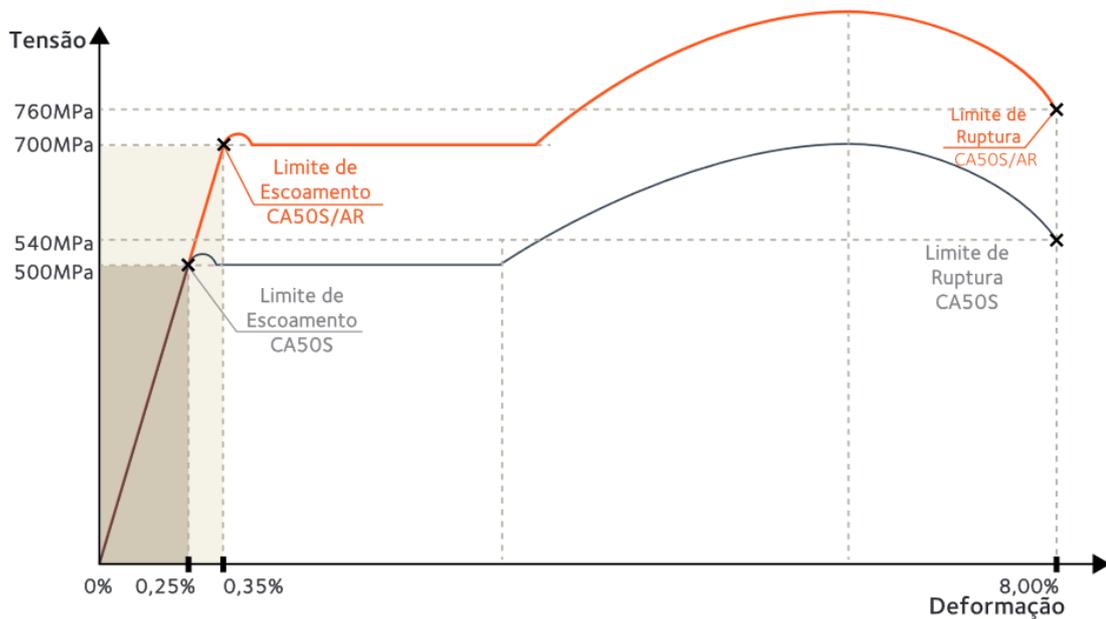
O aço é um material vastamente utilizado na construção civil, seja para uso de perfis de aço para estruturas metálicas ou para o uso de vergalhões e fios destinados a reforçar o concreto. Os aços utilizados como vergalhões e fios nas estruturas de concreto armado tem denominação CA-25, CA-50 e CA-60, sendo CA a abreviatura de concreto armado e o número seguinte a este a resistência característica do aço ao escoamento, o  $f_{yk}$ , em kN/cm<sup>2</sup>.

Segundo a NBR 7480:2022 – Aço destinado às armaduras para estruturas de concreto armado – Requisitos – o aço CA-25 tem superfície obrigatoriamente lisa e é fabricado através de laminação a quente. O aço CA-50 tem a superfície nervurada e é fabricado através do processo de laminação a quente. Por último, o aço CA-60 tem superfície nervurada e é fabricado através do processo de trefilação.

Recentemente, empresas de siderurgia como a ArcelorMittal e a Gerdau lançaram, no Brasil, vergalhões da alta resistência para a construção civil. O vergalhão CA-50 AR, um aço da categoria CA-50, possui limite mínimo de

escoamento de 700MPa (ver Gráfico 1.1), 200 MPa a mais que o atual vergalhão CA-50, e oferece importantes ganhos de produtividade e sustentabilidade nas construções, devido ao menor congestionamento das barras. O aço CA-50 S/AR é comercializado nas bitolas de Ø8 a Ø32mm e possui a mesma densidade do CA-50S: 7850 kg/m<sup>3</sup>.

Gráfico 1.1 – Tensão x Deformação para CA50S e CA50S/AR.



Fonte: ArcelorMittal (2022).

No item 7.4 deste trabalho será exemplificado o uso do aço de alta resistência para pilares em concreto armado.

## 2. SITUAÇÕES DE PROJETO

### 2.1 CLASSIFICAÇÃO DOS PILARES

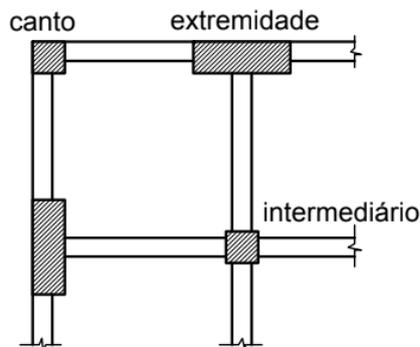
De acordo com seu posicionamento na estrutura, os pilares podem ser classificados como pilares intermediários, pilares de extremidade ou pilares de canto, ilustrados na Figura 2.1.

- Intermediários/internos: não apresentam excentricidades iniciais, uma vez que estão localizados no interior da edificação, de forma que as vigas e lajes nele

apoiadas têm continuidades nas duas direções. Sendo assim, estão submetidos apenas à compressão;

- De extremidade/de borda: estão em situação de flexo-compressão normal, proveniente do momento fletor que atua no plano perpendicular à borda. Com isso, há uma excentricidade inicial provocada pela interrupção das lajes e da viga, perpendiculares ao pilar;
- De canto: apresentam excentricidade inicial na direção das bordas, isso se deve pela presença de flexo-compressão oblíqua causada pela interrupção da laje e das vigas nas duas direções.

Figura 2.1 – Classificação dos pilares.



Fonte: Araújo (2010).

O dimensionamento de pilares é realizado em função dos esforços solicitantes externos de cálculo. Todos os pilares estão submetidos a forças de compressão, porém, em relação aos momentos fletores, existem especificidades decorrentes das classificações acima.

Para pilares internos, pode-se admitir que os momentos transmitidos ao pilar são pequenos e desprezíveis, portanto, não existem momentos fletores de 1º ordem (Bastos, 2021). Já nos pilares de borda, existem momentos fletores de 1ª ordem em uma direção do pilar, em decorrência da não continuidade da viga/laje. Finalmente, nos pilares de canto existem momentos fletores de 1ª ordem nas duas direções do pilar, também em decorrência da não continuidade das vigas ou da laje.

## 2.2 DIMENSÕES MÍNIMAS

De acordo com a NBR 6118:2014, a menor dimensão dos pilares não pode ser inferior a 19 cm. É aceitável sua redução até 14 cm caso seja aplicado o coeficiente de majoração ( $\gamma_n$ ) apresentado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Valores do coeficiente de majoração para pilares e pilares-parede.

<b><i>b</i></b> cm	≥ 19	18	17	16	15	14
$\gamma_n$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25
<p>onde</p> <p><math>\gamma_n = 1,95 - 0,05 b</math>;</p> <p><i>b</i> é a menor dimensão da seção transversal, expressa em centímetros (cm).</p> <p>NOTA O coeficiente <math>\gamma_n</math> deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo quando de seu dimensionamento.</p>						

Fonte: NBR 6118 (2014).

## 2.3 COMPRIMENTO EQUIVALENTE, RAIOS DE GIRAÇÃO E ESBELTEZ

A NBR 6118:2014 define índice de esbeltez como a razão entre o comprimento de flambagem e o raio de giração do pilar. Primeiramente, o comprimento equivalente do elemento comprimido (pilar), suposto vinculado em ambas as extremidades, deve ser o menor dos valores dispostos na equação 2.1.

$$l_e \leq \begin{cases} l_o + h \\ l \end{cases} \quad (2.1)$$

em que,

$l_o$  é a distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar;

$h$  é a altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura;

$l$  é a distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

Já o raio de giração ( $i$ ) é calculado pela relação entre o momento de inércia do pilar ( $I$ ) e a área da seção transversal ( $A$ ), conforme equação 2.2.

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (2.2)$$

Assim, o índice de esbeltez pode finalmente ser obtido através da equação 2.3.

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (2.3)$$

De posse do índice de esbeltez,  $\lambda$ , agora os pilares podem ser classificados, além de quanto à posição em planta, quanto à esbeltez. Segundo Bastos (2021), classificam-se enquanto pilares curtos se  $\lambda \leq 35$ , pilares médios se  $35 < \lambda \leq 90$ , pilares medianamente esbeltos se  $90 < \lambda \leq 140$  e pilares esbeltos se  $140 < \lambda \leq 200$ . Os pilares curtos e médios representam a grande maioria dos pilares das edificações. Os pilares medianamente esbeltos e esbeltos são bem menos frequentes.

## 2.4 DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS

Tendo em vista a necessidade de que o concreto envolva completamente a armadura e que não haja falhas de concretagem, é preciso que haja pelo menos um espaçamento mínimo entre as barras. Já para evitar rupturas frágeis também faz-se necessário considerar uma armadura mínima. A seguir, serão pontuadas as disposições relativas às armaduras longitudinal e transversal de pilares.

### 2.4.1 Armadura longitudinal

Segundo a NBR 6118:2014, o diâmetro das barras longitudinais ( $\phi_l$ ) deve atender à equação 2.4, na qual  $b$  é a menor dimensão da seção transversal.

$$\phi_l \begin{cases} \geq 10 \text{ mm} \\ \leq \frac{b}{8} \end{cases} \quad (2.4)$$

Quanto à distribuição dessa armadura na seção transversal, a NBR 6118:2014 afirma que as barras devem ser dispostas de forma a garantir a

resistência adequada do elemento estrutural. Em seções poligonais, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice; em seções circulares, no mínimo seis barras distribuídas ao longo do perímetro.

O espaçamento mínimo livre ( $e_{mín, livre}$ ) entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, fora da região de emendas, deve atender à equação 2.5, na qual  $d_{máx, agreg}$  é a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

$$e_{mín, livre} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_l \\ 1,2 d_{máx, agreg} \end{cases} \quad (2.5)$$

O espaçamento máximo entre eixos ( $e_{máx, eixos}$ ) das barras, ou de centros de feixes de barras, deve atender à equação 2.6.

$$e_{máx, eixos} \leq \begin{cases} 2b \\ 40 \text{ cm} \end{cases} \quad (2.6)$$

Finalmente, a área de aço ( $A_s$ ) deve atender à mínima ( $A_{s, mín}$ ), disposta na equação 2.7, e ser inferior à máxima ( $A_{s, máx}$ ), disposta na equação 2.8.

$$A_{s, mín} = 0,15 \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 A_c \quad (2.7)$$

em que,

$N_d$  é força normal de cálculo;

$f_{yd}$  é resistência de cálculo de início de escoamento do aço;

$A_c$  é área da seção transversal do pilar.

$$A_{s, máx} = 0,08 A_c \quad (2.8)$$

Vale ressaltar que a máxima armadura permitida em pilares deve considerar inclusive a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda.

#### 2.4.2 Armadura transversal

A armadura transversal de pilares, constituída por estribos e, quando for o caso, por grampos suplementares, deve ser disposta em toda a altura do pilar,

sendo também obrigatória na região de cruzamento com vigas e lajes (NBR 6118:2014). O diâmetro dos estribos em pilares ( $\phi_t$ ) deve obedecer à equação 2.9:

$$\phi_t \geq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \frac{\phi_l}{4} \end{cases} \quad (2.9)$$

Já o espaçamento longitudinal entre estribos, medido na direção do eixo do pilar, para garantir o posicionamento, impedir a flambagem das barras longitudinais e garantir a costura das emendas de barras longitudinais nos pilares usuais, deve atender à equação 2.10:

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ b \\ 12 \phi_l \end{cases} \quad (2.10)$$

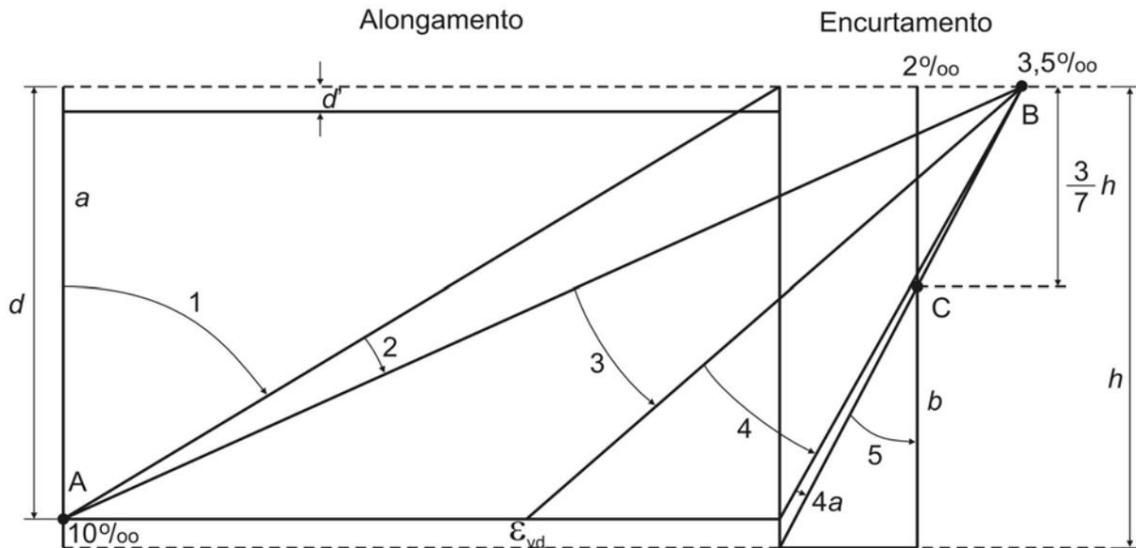
### 3. FLEXO-COMPRESSÃO

Segundo Araújo (2010), flexo-compressão é uma solicitação composta por um momento fletor e por uma força normal de compressão. A flexo-compressão é dita normal se acontece em um plano contendo os eixos de simetria da seção transversal. Já quando a solicitação ocorre fora dos eixos de simetria da seção transversal, quando o arranjo de barras não é simétrico em relação ao eixo de atuação da força de compressão e quando a própria seção não apresenta um eixo de simetria, trata-se de flexo-compressão oblíqua.

#### 3.1 DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO

Os domínios de deformação representam situações em que um dos materiais da seção de concreto armado está próximo à ruína, ou seja, um dos materiais atingiu seu limite de deformação. Quando o concreto comprimido atinge seu limite é chamado de “ruína por ruptura do concreto”, sendo sua deformação limite dada por  $\epsilon_{cu}$  (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura). Por outro lado, quando o aço atinge sua deformação limite ( $\epsilon_s$ ), é chamado de “ruína por deformação plástica excessiva do aço”. Deste modo, está representado na Figura 3.1, o diagrama que permite analisar as deformações limites dos materiais para cada situação possível de ruptura, ou seja, para cada domínio.

Figura 3.1 – Domínios de deformação em uma seção transversal.

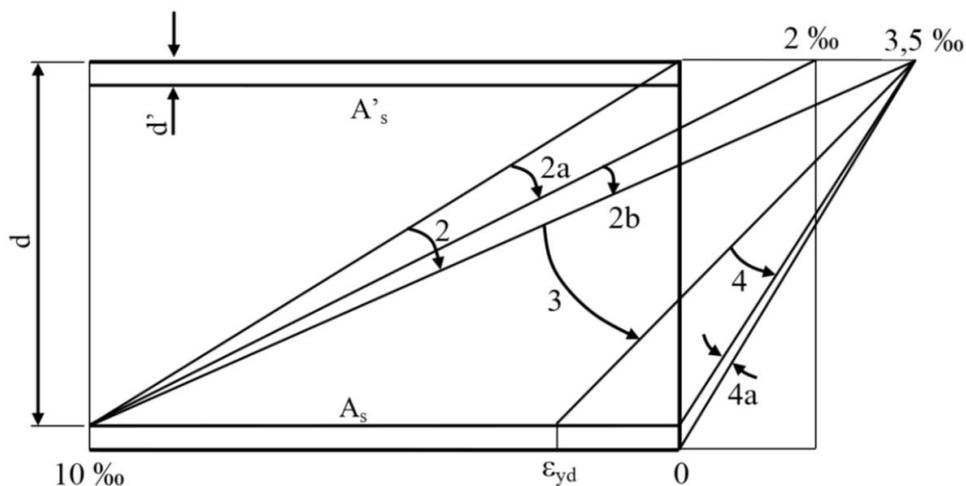


Fonte: NBR 6118 (2014).

Entre a reta  $a$  e o domínio 2, têm-se ruptura por deformação plástica excessiva (alongamento do aço). Na reta  $a$ , toda a seção está uniformemente tracionada. No domínio 1 a seção continua tracionada, porém com pequena excentricidade, de modo que a tração não é uniforme, mas ainda não há compressão na seção. A linha neutra permanece externa à seção transversal. O domínio 2 é obtido quando há flexão simples ou composta, a linha neutra corta a seção, mas a ruptura é caracterizada pela deformação do aço ( $\epsilon_s = 10\text{‰}$ ) e não pelo concreto à compressão. Desse modo, o concreto não é totalmente exigido, já que sua deformação é inferior à de ruptura.

Segundos Bastos (2021), o domínio 2 pode ainda ser subdividido em 2a e 2b, sendo  $\epsilon_c < 2\text{‰}$  para o 2a e  $2 < \epsilon_c < 3,5\text{‰}$  para o 2b, como mostra a Figura 3.2.

Figura 3.2 – Domínio 2 e subdomínios 2a e 2b.



Fonte: Bastos (2021).

Por outro lado, entre o domínio 3 e a reta *b*, a ruptura acontece por encurtamento limite do concreto. O domínio 3 ocorre em seções subarmadas submetidas à flexão simples ou em seções com flexão composta com ruptura do concreto à compressão e com escoamento do aço, ou seja, o concreto e o aço são bem aproveitados. O domínio 4, por sua vez, ocorre em seções superarmadas submetidas à flexão simples ou em seções submetidas à flexão composta (compressão com grandes excentricidades). O concreto rompe à compressão e o aço fica tracionado sem escoamento. Neste domínio, segundo Carvalho e Pinheiro (2009) “[...] a ruptura é frágil, sem aviso, pois o concreto se rompe sem que a armadura atinja sua deformação de escoamento (não há grandes deformações do aço nem fissuração significativa do concreto, que sirvam de advertência)”. Dessa forma, o concreto é bem aproveitado, mas o aço não, por não atingir o escoamento. O domínio 4a é caracterizado por seções submetidas à flexão composta com armaduras comprimidas. Neste caso o concreto rompe por compressão.

No domínio 5 tem-se compressão não-uniforme, sem tração, ou seja, a seção está totalmente comprimida, não é cortada pela linha neutra. A ruptura é frágil, pois não há fissuração nem deformação que sirvam de advertência. Por fim, a reta *b* possui compressão uniforme.

Com a compressão, os pilares com certa esbeltez elevada, também estão sujeitos ao fenômeno da flambagem, que tende a flexionar a peça comprimida longitudinalmente e influi no estado inicial de tensões. Com isso, a flambagem faz

surgir momentos e tensões significativas de flexão que não eram considerados na primeira análise e que devem ser somados à análise inicial. A esses efeitos dá-se o nome de efeitos de segunda ordem local. Esses efeitos consideram a não-linearidade geométrica (deformações influem na linearidade da relação entre tensões e deformações) e a não linearidade física (que leva em consideração a fissuração).

Para o cálculo desse efeito de segunda ordem, a NBR 6118:2014 permite o dimensionamento, em alguns casos, por métodos simplificados, em alternativa ao método geral, que necessita de cálculos complexos e trabalhosos. Esse é o caso das situações em que o pilar tem o índice de esbeltez abaixo de 90 ( $\lambda \leq 90$ ) e tem seção e armadura constante ao longo da altura, o que compreende a maioria dos casos usuais de pilares. Para essa faixa de índice de esbeltez, a norma permite utilizar os métodos aproximados: do pilar padrão com curvatura aproximada e do pilar padrão com rigidez “ $\kappa$ ” aproximada, que serão abordados no capítulo 4 do presente trabalho.

### 3.2 RESISTÊNCIA DA SEÇÃO À FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL

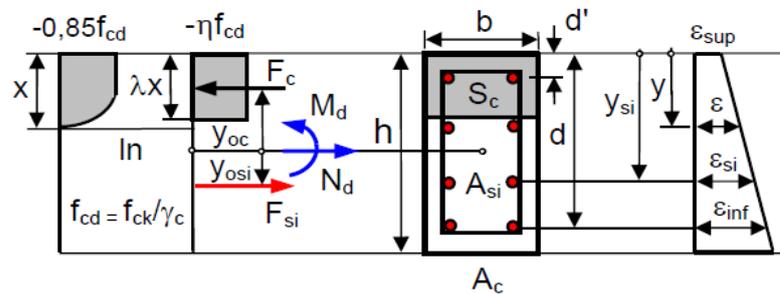
Dada uma disposição de armadura arbitrada para seção do pilar, é possível verificar a flexo-compressão normal por meio da validação de algumas hipóteses de cálculo. Essa validação consiste em verificar se a combinação dos esforços atuantes é menor ou igual à resistência da seção à flexão para o eixo analisado. A seguir, será explicitado os conceitos fundamentais utilizados para o cálculo dessa resistência.

Com posse da informação da quantidade de barras, elas são separadas em níveis de acordo com a distância perpendicular ao eixo analisado, fazendo com que as barras de distâncias iguais ocupem o mesmo nível e, consecutivamente, as de distância diferentes ocupem níveis diferentes.

A seguir, a Figura 3.3 representa o modelo teórico de equilíbrio das forças que norteiam o cálculo da resistência da seção de um pilar de base “ $b$ ” e altura “ $h$ ” para um determinado domínio de deformação. Além disso, também se encontram

definidos geometricamente na referida figura as incógnitas que serão utilizadas nas próximas equações.

Figura 3.3 – Construção do diagrama de interação.



Fonte: Musso Junior (2021).

Para cada domínio de deformação, calcula-se a profundidade da linha neutra  $x$  (segundo equação 3.1) a partir do valor da altura útil da seção ( $d$ ) e dos valores de deformação superior ( $\epsilon_{sup}$ ) e inferior ( $\epsilon_{inf}$ ) dos limites das fronteiras, especificados pela NBR 6118 (2014), resumidos na Tabela 3.1.

$$\frac{x}{d} = \frac{\epsilon_{sup}}{\epsilon_{sup} - \epsilon_{inf}} \quad (3.1)$$

Tabela 3.1 – Valores limites das fronteiras.

fronteira	$\epsilon_{sup}$	$\epsilon_{inf}$
a	$\epsilon_{su}$	$\epsilon_{su}$
1-2a	0‰	$\epsilon_{su}$
2a-2b	$\epsilon_{c2}$	$\epsilon_{su}$
2b-3	$\epsilon_{cu}$	$\epsilon_{su}$
3-4	$\epsilon_{cu}$	$\epsilon_{yd}$
4-4a	$\epsilon_{cu}$	0‰
4a-5	$\epsilon_{cu}$	$\epsilon_{cu}d'/h$
b	$\epsilon_{c2}$	$\epsilon_{c2}$

Fonte: Musso Junior (2021).

Analisando cada fronteira individualmente, calcula-se a contribuição da parcela do concreto e do aço para resistência da seção. Para resistência do concreto, um conceito fundamental é o cálculo da área comprimida (equação 3.2), que varia de acordo com a posição da linha neutra ( $x$ ) para cada domínio de deformação. Já para resistência do aço, torna-se necessário primeiro calcular a

deformação de cada nível de barra (equação 3.3) para em seguida saber a tensão resistente dessas linhas de armadura (equação 3.4).

$$S_c = b\lambda x \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{sup} + (\varepsilon_{inf} - \varepsilon_{sup}) \frac{y_{si}}{d} \quad (3.3)$$

$$\sigma_{si} = \pm \varepsilon_{si} \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} E_s \cdot \varepsilon_{si} \\ f_{yd} \end{array} \right. \quad (3.4)$$

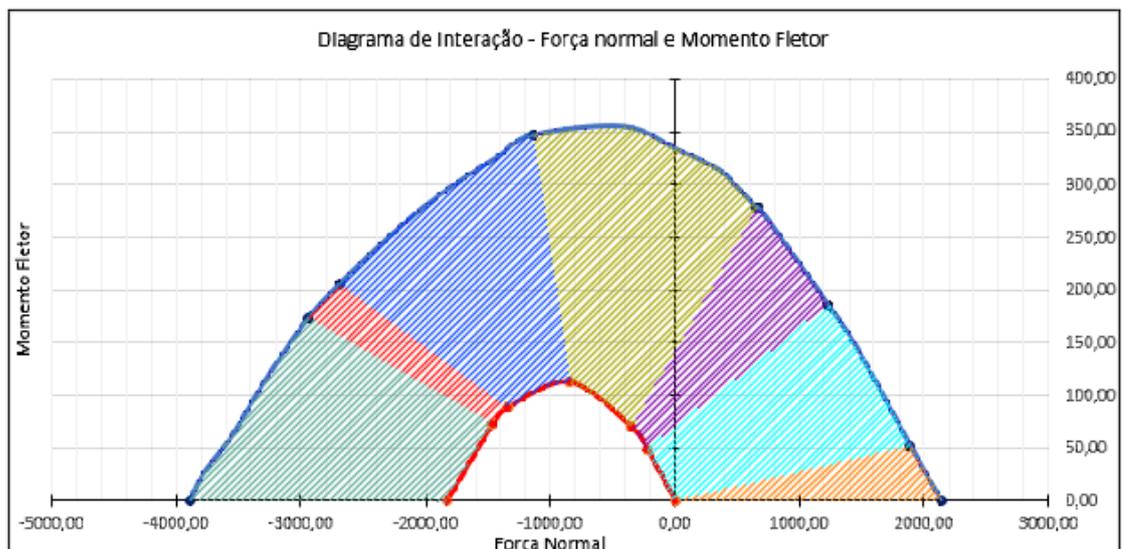
Com os resultados obtidos, pode-se calcular a força normal (equação 3.5) e o momento fletor (equação 3.6) máximos que a seção do pilar, com a disposição de armadura sugerida, pode suportar dentro dos parâmetros de segurança previstos em norma.

$$N_d = -S_c \eta f_{cd} + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{si} \quad (3.5)$$

$$M_d = S_c \eta f_{cd} y_{oc} + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{si} y_{osi} \quad (3.6)$$

Repetindo o mesmo passo a passo descrito acima para cada fronteira dos domínios de deformação, o resultado obtido é o Gráfico 3.1. Observa-se que foi representada a parcela de contribuição para resistência do pilar de cada domínio e/ou subdomínio em hachuras de cores diferentes.

Gráfico 3.1 – Curvas de resistência da seção de acordo com a área de armadura longitudinal.



Fonte: Autores (2023).

Legenda:



A curva superior representa a resistência da seção de concreto armado aos pares ( $N_d$ ;  $M_d$ ) para determinada área de armadura longitudinal, enquanto a inferior, para  $A_s=0$ . A combinação de esforços solicitantes ( $N_d$ ;  $M_d$ ) deve estar dentro da curva limite (linha azul). Ou seja, a combinação de determinado valor de força normal, aplicada juntamente a determinado momento fletor, corresponde a um ponto no gráfico  $N_d \times M_d$ , que precisa estar limitado pela curva de resistência da seção para que a armação seja validada.

### 3.3 VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FLEXO-COMPRESSÃO OBLÍQUA

De acordo com a NBR 6118:2014, nas situações de flexão oblíqua, simples ou composta, pode ser adotada a aproximação dada pela equação 3.7.

$$\left[ \frac{M_{Rd,x}}{M_{Rd,xx}} \right]^\alpha + \left[ \frac{M_{Rd,y}}{M_{Rd,yy}} \right]^\alpha = 1 \quad (3.7)$$

em que,

$M_{Rd,x}$  e  $M_{Rd,y}$  são as componentes do momento resistente de cálculo em flexão oblíqua composta que se deseja obter;

$M_{Rd,xx}$  e  $M_{Rd,yy}$  são os momentos resistentes de cálculo, calculados a partir do arranjo e da quantidade de armadura em estudo

$\alpha$  é um expoente cujo valor depende de vários fatores, como o valor da força normal, a forma da seção, o arranjo da armadura e de suas porcentagens. Em geral, segundo a NBR 6118:2014, pode ser adotado  $\alpha = 1$ , a favor da segurança. No caso de seções retangulares, pode-se adotar  $\alpha = 1,2$ .

## 4. ESFORÇOS EM PILARES

### 4.1 MOMENTO MÍNIMO PARA DIMENSIONAMENTO DE PILARES

De acordo com a NBR 6118:2014, o efeito das imperfeições locais nos pilares pode ser substituído, em estruturas reticuladas, pela consideração do momento mínimo de 1ª ordem, representado na equação 4.1.

$$M_{1d,min} = N_d(0,015 + 0,03h) \quad (4.1)$$

em que,

$N_d$  é a força normal de cálculo (kN);

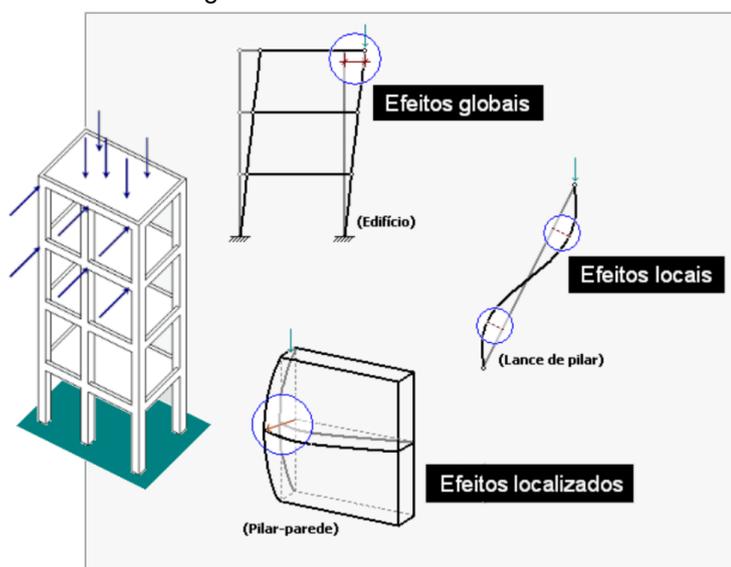
$h$  é a altura total da seção transversal na direção considerada (m).

Para a maioria dos pilares que são submetidos à flexão composta oblíqua esse mínimo deve ser respeitado em cada uma das direções.

### 4.2 CLASSIFICAÇÃO DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM

Segundo Kimura (2014), efeitos de 2ª ordem são efeitos adicionais à estrutura gerados quando o equilíbrio dessa é tomado na sua posição deformada (análise em 2ª ordem). A NBR 6118:2014, classifica os efeitos de segunda ordem presentes numa estrutura de concreto em três tipos: globais, locais e localizados, representados na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Efeitos de 2ª ordem.



Fonte: Kimura (2014).

Sob a ação das cargas verticais e horizontais, os nós da estrutura deslocam-se horizontalmente. Os esforços de 2ª ordem decorrentes desses deslocamentos são chamados efeitos globais de 2ª ordem. Nas barras da estrutura, como um lance de pilar, os respectivos eixos não se mantêm retílineos, surgindo aí efeitos locais de 2ª ordem que, em princípio, afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo delas. Em pilares-parede (simples ou compostos) pode-se ter uma região que apresenta não retilineidade maior do que a do eixo do pilar como um todo. Nessas regiões surgem efeitos de 2ª ordem chamados de localizados. O efeito de 2ª ordem localizado, além de aumentar nessa região a flexão longitudinal, aumenta também a flexão transversal, havendo a necessidade de aumentar a armadura transversal nessas regiões.

Segundo a NBR 6118:2014, os esforços locais de segunda ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez  $\lambda$  for menor que o valor limite  $\lambda_1$ , definido na equação 4.2.

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot e_1/h}{\alpha_b} \quad (4.2)$$

em que,

$e_1$  é a excentricidade de 1ª ordem devido à possibilidade de ocorrência de momentos fletores externos solicitantes;

$h$  é a altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura;

$\alpha_b$  é o coeficiente relativo a vinculação dos extremos da peça isolada, calculado conforme Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Valores de  $\alpha_b$ .

Vinculação	$\alpha_b$
Pilares biapoiados sem cargas transversais	$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_b}{M_a}$ $1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4$
Pilares biapoiados com cargas transversais	$\alpha_b = 1,0$
Pilares em balanço	$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \frac{M_c}{M_a}$ $1,0 \geq \alpha_b \geq 0,85$
Pilares com momentos menores que o momento mínimo	$\alpha_b = 1,0$

Fonte: Adaptado de NBR 6118 (2014).

O efeito de 2ª ordem global não é escopo deste trabalho, mas pode ser calculado através de diferentes métodos, como  $\gamma_z$ , P- $\Delta$  e análise não linear completa. Nos tópicos a seguir serão apresentados os métodos simplificados de análise de 2ª ordem locais utilizados para o desenvolvimento do presente trabalho. Quanto aos efeitos localizados, estes serão abordados no capítulo 5 que trata sobre pilares-parede.

#### 4.2.1 Método do pilar padrão com curvatura aproximada

Este método só pode ser aplicado, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, para pilares com esbeltez  $\lambda \leq 90$  com seção retangular constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo. Como outros métodos aproximados para avaliação de esforços de segunda ordem locais, a não linearidade geométrica é considerada através da aproximação da curvatura do pilar por uma curva senoidal. A não linearidade física, por sua vez, é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura do pilar na seção crítica. Esta curvatura aproximada é calculada de acordo com a equação 4.3.

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (4.3)$$

em que,

$1/r$  é a curvatura aproximada do pilar;

$h$  é a altura da seção transversal na direção considerada;

$v$  é a força normal adimensional.

A força normal adimensional,  $v$ , é calculada conforme a equação 4.4.

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (4.4)$$

em que,

$N_d$  é a força normal de dimensionamento;

$A_c$  é a área da seção transversal;

$f_{cd}$  é a resistência à compressão de cálculo do concreto.

Conhecendo-se a curvatura aproximada  $1/r$ , o momento de segunda ordem pode ser calculado como na equação 4.5.

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (4.5)$$

em que,

$l_e$  é o comprimento de flambagem do pilar, na direção considerada;

$\alpha_b$  é um parâmetro definido na NBR 6118:2014, de acordo com as condições do pilar na estrutura (Tabela 4.1).

Assim, é calculado o momento adicional para consideração de efeitos de segunda ordem em pilares esbeltos de concreto armado através do método do pilar padrão com curvatura aproximada.

#### 4.2.2 Método do pilar padrão com rigidez “κ” aproximada

Este método também só pode ser aplicado, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, para pilares com esbeltez  $\lambda \leq 90$ , com seção retangular constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo. Para considerar a não linearidade física do pilar, considera-se uma rigidez aproximada  $\kappa_{aprox}$ . Esta rigidez é calculada através da expressão descrita na equação 4.6.

$$\kappa_{aprox} = 32 \left( 1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{h \cdot N_d} \right) v \quad (4.6)$$

em que,

$\kappa_{aprox}$  é rigidez aproximada do pilar;

$M_{Rd,tot}$  é o momento resistente do pilar;

$N_d$  é a força normal solicitante de cálculo;

$h$  é a altura da seção transversal na direção considerada;

$v$  é a força normal adimensional.

Desta forma, conhecida a rigidez aproximada  $\kappa_{aprox}$ , calcula-se o momento solicitante do pilar através da equação 4.7.

$$M_{sd,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120\kappa/v}} \geq M_{1d,A} \quad (4.7)$$

em que,

$\alpha_b$  é um parâmetro definido na NBR 6118:2014, de acordo com as condições do pilar na estrutura;

$M_{1d,A}$  é o momento de primeira ordem máximo nas extremidades do pilar,

$\lambda$  é a esbelteza do pilar.

A determinação do esforço solicitante com consideração do esforço de segunda ordem,  $M_{Sd}$ , recai em uma função implícita, que pode ser abordada com um processo iterativo, para o qual a norma recomenda que sejam efetuadas duas ou três iterações. Em uma situação de dimensionamento, a norma também orienta que o processo aproximado descrito recai na formulação direta descrita na equação 4.8.

$$A \cdot M_{Sd,tot}^2 + B \cdot M_{Sd,tot} + C = 0 \quad (4.8)$$

Os índices A, B e C correspondem, respectivamente, às equações 4.9, 4.10 e 4.11.

$$A = 5h \quad (4.9)$$

$$B = h^2 \cdot N_d - \frac{N_d \cdot l_e^2}{320} - 5 \cdot h \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \quad (4.10)$$

$$C = -N_d \cdot h^2 \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \quad (4.11)$$

Finalmente, o momento solicitante será calculado pela equação 4.12.

$$M_{Sd,tot} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (4.12)$$

### 4.3 HIPÓTESES DE CÁLCULO

Para a verificação da resistência da seção transversal em pilares de edificação de nós fixos, onde efeitos globais de 2ª ordem podem ser desprezados, Musso Junior (2021) sugere seis hipóteses de cálculo: “1” e “2” referentes à extremidade superior da seção, “3” e “4” referentes ao centro da seção e “5” e “6” referentes à extremidade inferior da seção.

Na hipótese “1”, o momento para o eixo  $x$  será o máximo valor entre o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ) e o momento fletor mínimo de 1ª ordem ( $M_{1d,min}$ ). Para o eixo  $y$  será o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ).

Na hipótese “2”, o momento para o eixo  $x$  será o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ). Para o eixo  $y$  será o máximo valor entre o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ) e o momento fletor mínimo de 1ª ordem ( $M_{1d,min}$ ).

Na hipótese “3”, o momento para o eixo  $x$  será o máximo valor entre o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ) e o momento fletor mínimo de 1ª ordem ( $M_{1d,min}$ ) somado ao momento de 2ª ordem ( $M_{2d}$ ). Para o eixo  $y$  será o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ).

Na hipótese “4”, o momento para o eixo  $x$  será o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ). Para o eixo  $y$  será o máximo valor entre o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ) e o momento fletor mínimo de 1ª ordem ( $M_{1d,min}$ ) somado ao momento de 2ª ordem ( $M_{2d}$ ).

Na hipótese “5”, o momento para o eixo  $x$  será o máximo valor entre o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ) e o momento fletor mínimo de 1ª ordem ( $M_{1d,min}$ ). Para o eixo  $y$  será o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ).

Na hipótese “6”, o momento para o eixo  $x$  será o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ). Para o eixo  $y$  será o máximo valor entre o momento fletor de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ) e o momento fletor mínimo de 1ª ordem ( $M_{1d,min}$ ). A Tabela 4.2 resume as hipóteses de cálculo adotadas.

Tabela 4.2 – Hipóteses de Cálculo.

Seção do Pilar	Hipótese de Cálculo	Momento Fletor (kNm)	
		eixo x	eixo y
Superior	1	$\max(M_{1d}; M_{1d,min})$	$M_{1d}$
	2	$M_{1d}$	$\max(M_{1d}; M_{1d,min})$
Central	3	$\max(M_{1d}; M_{1d,min}) + M_{2d}$	$M_{1d}$
	4	$M_{1d}$	$\max(M_{1d}; M_{1d,min}) + M_{2d}$
Inferior	5	$\max(M_{1d}; M_{1d,min})$	$M_{1d}$
	6	$M_{1d}$	$\max(M_{1d}; M_{1d,min})$

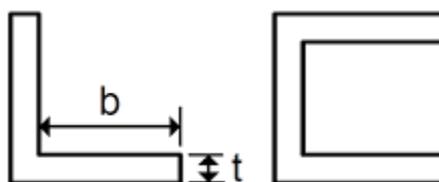
Fonte: Adaptado de Musso Junior (2021).

## 5. PILARES-PAREDE

A NBR 6118:2014 especifica que, para ser considerado como parede, o pilar deve ter a menor dimensão da sua seção transversal inferior a 1/5 da maior dimensão. De acordo com Kimura (2014) pilar-parede é um elemento de superfície, portanto, não pode ser tratado como um pilar comum (elemento linear). Existem condições específicas que devem ser levadas em conta em seu dimensionamento.

Normalmente, os pilares-parede são encontrados nas caixas de escadas e de elevadores em edifícios altos e possuem uma seção transversal aberta, conforme a Figura 5.1. Esses elementos, quando existentes, fazem parte da subestrutura de contraventamento do edifício (ARAUJO, 2010).

Figura 5.1 – Seções típicas de pilares-parede.



Fonte: Araujo (2010).

Ainda segundo Araujo (2010), o dimensionamento dos pilares-parede segue o procedimento padrão apresentado para os demais pilares. Entretanto, nos pilares-parede há problemas localizados nas diversas lâminas que o compõem, os quais podem ser determinantes para o dimensionamento. Desse modo, além da análise global do pilar, é necessário verificar a possibilidade de flambagem local das lâminas que compõem o pilar-parede.

### 5.1 DISPENSA DA ANÁLISE DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM LOCALIZADOS

A ABNT NBR 6118:2014 define que os efeitos localizados de 2ª ordem de pilares-parede podem ser desprezados se, para cada uma das lâminas componentes do pilar-parede, forem obedecidas as seguintes condições:

- I. a base e o topo da lâmina devem estar convenientemente fixados às lajes do edifício, que conferem ao todo o efeito de diafragma horizontal.

- II. a esbeltez  $\lambda_i$  de cada lâmina deve ser menor que 35, podendo o cálculo dessa esbeltez  $\lambda_i$  ser efetuado através da equação 5.1.

$$\lambda_i = 3,46 \cdot \frac{l_{ei}}{h_i} \quad (5.1)$$

em que,

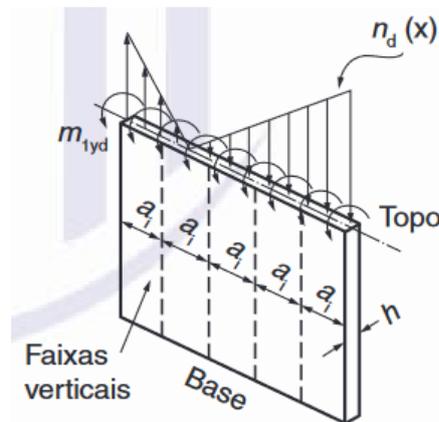
$l_{ei}$  é o comprimento equivalente, que para pilares retangulares isolados corresponde ao próprio comprimento do pilar;

$h_i$  é a espessura.

## 5.2 MÉTODO APROXIMADO – NBR 6118:2014

Nos pilares-parede simples ou compostos, onde a esbeltez de cada lâmina que os constitui for menor que 90, pode ser adotado o procedimento aproximado descrito a seguir para um pilar-parede simples. O efeito localizado de 2ª ordem deve ser considerado através da decomposição do pilar-parede em faixas, de largura  $a_i$ , que devem ser analisadas como pilares isolados, submetidos aos esforços  $N_i$  e  $M_{iyd}$ , conforme a Figura 5.2.

Figura 5.2 – Distribuição de faixas e esforços.



Fonte: NBR 6118 (2014).

Cada “novo pilar” terá como largura ( $a_i$ ) o triplo da menor medida do pilar original ( $h$ ), desde que o produto dessa multiplicação seja menor ou igual 100 cm. Com relação à força normal ( $N_i$ ), cada faixa será submetida a uma parcela proporcional do esforço majorado ( $N_d$ ) a qual o pilar parede está submetido.

Acerca do esforço de momento fletor, torna-se necessário fazer uma análise mais criteriosa. Pilares-parede retangulares são propensos a resistirem a momentos fletores muito maiores no eixo de maior inércia e a momentos relativamente pequenos no eixo de menor inércia. Para o eixo de menor inércia, o momento fletor atuante é dividido proporcionalmente entre as faixas dos “novos pilares” e no cálculo comparado com o momento mínimo previsto em norma. Já para o eixo de maior inércia, o momento de segunda ordem localizado é decomposto em força normal e somado à parcela já contabilizada ( $N_i$ ); essa decomposição segue o princípio disposto na equação 5.2.

$$\sigma = \frac{M_y \cdot X}{I_Y} \rightarrow \frac{N_{i2}}{A} = \frac{M_y \cdot X}{I_Y} \rightarrow N_{i2} = \frac{A \cdot M_y \cdot X}{I_Y} \quad (5.2)$$

em que,

$N_{i2}$  é a parcela de força normal devido à decomposição do momento fletor;

$I_Y$  é o maior momento de inércia da seção do pilar parede;

$M_y$  é o momento atuante no eixo de maior inércia do pilar parede;

$X$  é a distância do centróide do pilar parede ao centróide da faixa analisada;

$A$  é a área da faixa.

Por fim, sabendo as dimensões dos “novos pilares” e os esforços atuantes, é possível verificar cada um segundo os princípios já apresentados nos capítulos anteriores.

### 5.3 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL

Para pilares, o dimensionamento da armadura transversal segue os procedimentos citados no item 2.4.2 desse trabalho. Contudo, no contexto de pilares-parede, a NBR 6118:2014 determina que a armadura transversal por metro de face deve respeitar o mínimo de 25% da armadura longitudinal por metro da maior face da lâmina considerada.

Assim, dada a área de aço longitudinal, o cálculo dos estribos deve prosseguir com base em uma lâmina do pilar-parede. Tal fato se deve a esforços solicitantes na direção transversal decorrentes de efeitos de 1ª e 2ª ordens, em especial dos efeitos de 2ª ordem localizados.

## 6. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA PPDIm

No presente trabalho foi desenvolvido o programa de computador “PPDim – Dimensionamento de Pilares”, utilizando-se a linguagem de programação *Microsoft Visual Basic for Applications (VBA)*, uma complementação da linguagem de programação *Microsoft Visual Basic (VB)*, utilizada para escrever programas de computador para o ambiente Windows. Trata-se de uma linguagem dirigida por eventos, ou seja, ações, geralmente realizadas pelo usuário, que disparam códigos a serem executados pelo VBA.

O programa “PPDim” foi desenvolvido para verificar o dimensionamento de seções de pilares em concreto armado. As verificações feitas no programa são as apresentadas nos capítulos anteriores e englobam as dimensões e momentos mínimos, a esbelteza do pilar, as disposições construtivas, a resistência da seção e a análise dos efeitos locais e localizados.

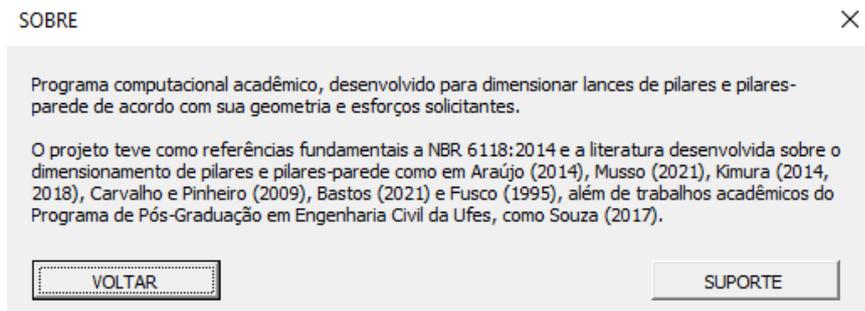
A tela inicial do programa apresenta as opções de iniciar ou de obter informações sobre o programa, que tratam do objetivo para o qual foi desenvolvido e as referências utilizadas para tanto. A tela inicial é apresentada na Figura 6.1 e a janela “Sobre” na Figura 6.2.

Figura 6.1 – Tela inicial do "PPDim".



Fonte: Autores (2023).

Figura 6.2 – Tela sobre o "PPDim".



Fonte: Autores (2023).

Ao clicar em “Entrar”, o usuário ingressa no módulo “Geral”. Nele, há 3 abas para inserção dos dados do pilar a ser verificado. Na Figura 6.3, é visualizada a primeira aba: “Dados Gerais”, para que o usuário preencha as dimensões e o tipo de pilar. Na Figura 6.4, é visualizada a aba “Carregamento”, para que o usuário insira os valores da força normal e dos momentos atuantes. Finalmente, na Figura 6.5 é visualizada a aba “Tipo de Aço”, na qual é possível selecionar o CA-50, o CA-50 AR (aço de Alta Resistência que será melhor explorado no item 7.5 deste trabalho) ou uma comparação entre os dois. É necessário que o usuário preencha todas as lacunas em branco para prosseguir para o módulo subsequente.

Figura 6.3 – Dados gerais de entrada.

GERAL

DADOS GERAIS | CARREGAMENTO | TIPO DE AÇO

**DADOS DE PROJETO**

SEÇÃO

b (cm)

h (cm)

COMPRIMENTO (cm)

fck (MPa)

**TIPO DE PILAR**

INTERNO BORDA CANTO

VOLTAR PRÓXIMO

Fonte: Autores (2023).

Figura 6.4 – Dados de carregamento.

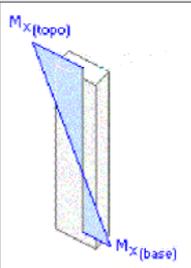
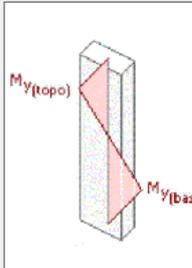
GERAL ×

DADOS GERAIS | **CARREGAMENTO** | TIPO DE AÇO

**ESFORÇO NORMAL**

CARGA -  $N_k$  (kN)

**MOMENTO NOS EIXOS**

EIXO X		EIXO Y	
Mk,superior (kNm): <input type="text"/> (Valores + ou -)		Mk,superior (kNm): <input type="text"/> (Valores + ou -)	
Mk,inferior (kNm): <input type="text"/> (Valores + ou -)		Mk,inferior (kNm): <input type="text"/> (Valores + ou -)	

**MÉTODO DE CÁLCULO**

EFEITO DE SEGUNDA ORDEM

ANÁLISE DA FLEXÃO

VOLTAR PRÓXIMO

Fonte: Autores (2023).

Figura 6.5 – Seleção do tipo de aço.

GERAL ×

DADOS GERAIS | CARREGAMENTO | **TIPO DE AÇO**

Escolha o aço das barras longitudinais:

	
CA-50	CA-50-AR



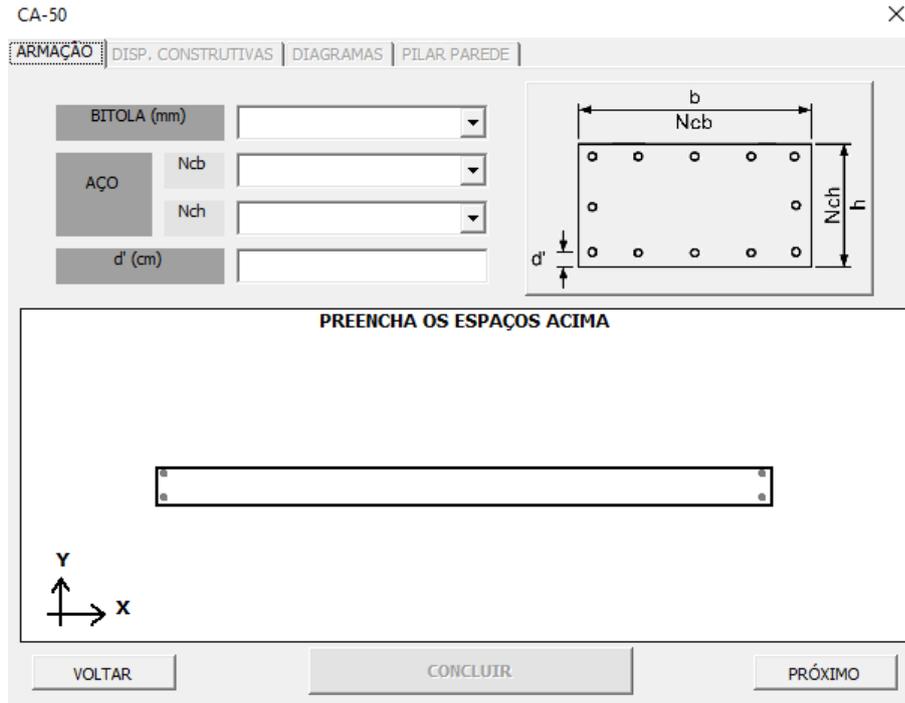
COMPARAR

VOLTAR

Fonte: Autores (2023).

Ao selecionar o tipo de aço, o usuário é levado ao módulo seguinte, no qual deverá inserir os dados da possível armação (ver Figura 6.6).

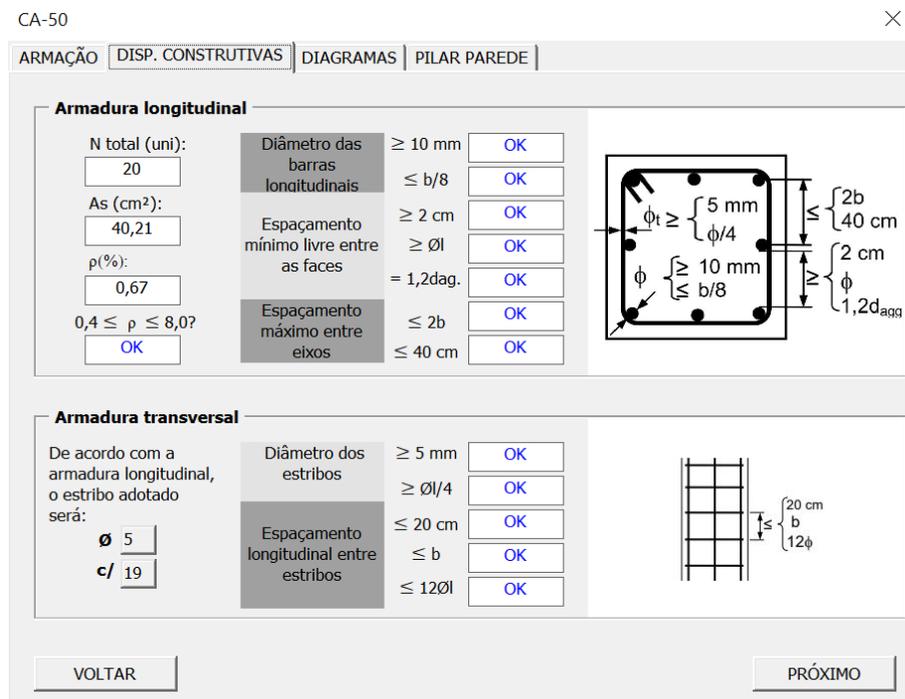
Figura 6.6 – Dados de armação.



Fonte: Autores (2023).

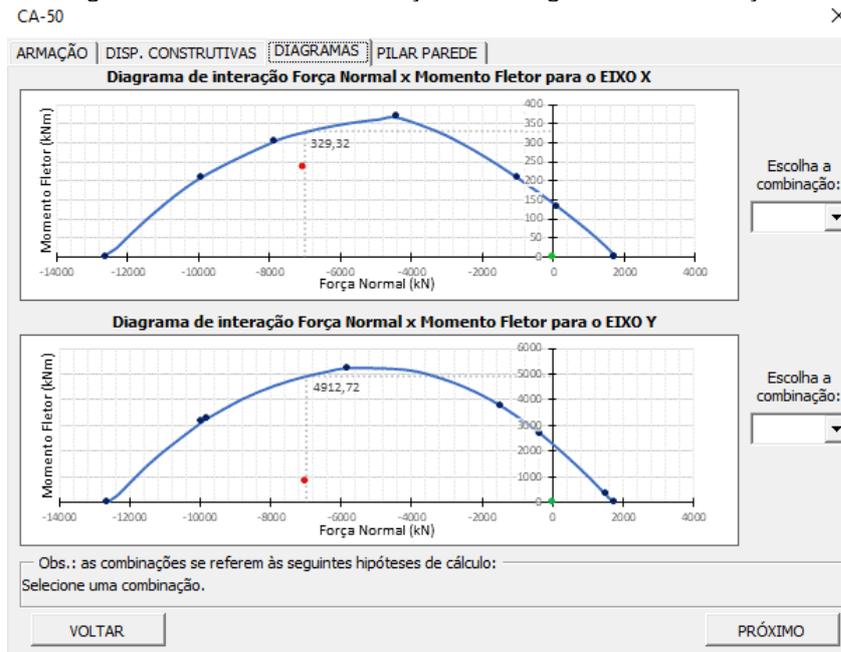
Levando em conta a armação inserida, o programa verifica se o pilar resiste aos esforços solicitantes e desbloqueia as abas “Disposições Construtivas” (ver Figura 6.7) e “Diagramas” (ver Figura 6.8).

Figura 6.7 – Aba de verificação das disposições construtivas.



Fonte: Autores (2023).

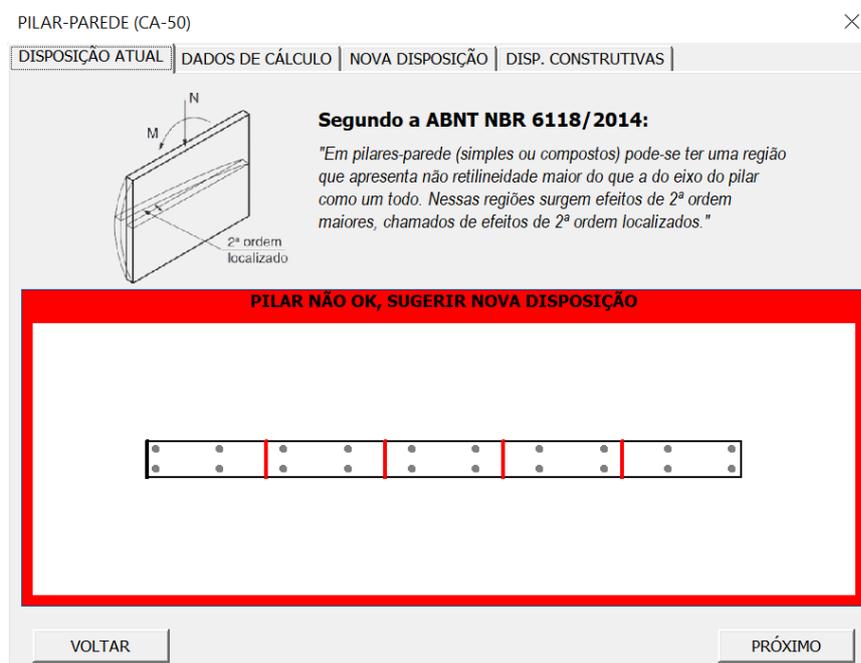
Figura 6.8 – Aba de visualização dos diagramas de interação.



Fonte: Autores (2023).

Caso seja um pilar-parede, torna-se necessário verificar os efeitos localizados, logo, o usuário deve seguir para o próximo módulo. A primeira aba, “Disposição atual”, vista na Figura 6.9, sinaliza se a disposição inicialmente sugerida atende ou não aos efeitos localizados. A segunda aba, “Dados de cálculo”, vista na Figura 6.10, mostra uma análise detalhada das faixas do pilar-parede.

Figura 6.9 – Verificação dos efeitos localizados.



Fonte: Autores (2023).

Figura 6.10 – Análise de faixas do pilar-parede.

PILAR-PAREDE (CA-50) ×

DISPOSIÇÃO ATUAL | **DADOS DE CÁLCULO** | NOVA DISPOSIÇÃO | DISP. CONSTRUTIVAS

DETERMINAÇÃO DAS FAIXAS	
Fator máximo	60
Quantidade de faixas	5
Fator adotado	60
Maior dimensão	60
Menor dimensão	20

ANÁLISE DAS FAIXAS						
Nº	Nd / n (kn)	I (m <sup>4</sup> )	γ (cm)	FORÇA (kN)	M.F (kN.m)	OK?
1	1400,00	0,45	120,00	1848,00	14,00	NÃO OK
2	1400,00	0,45	60,00	1624,00	14,00	OK
3	1400,00	0,45	0,00	1400,00	14,00	OK
4	1400,00	0,45	-60,00	1400,00	14,00	OK
5	1400,00	0,45	-120,00	1400,00	14,00	OK
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-

Fonte: Autores (2023).

Quando a disposição das armaduras não atende aos efeitos localizados, a aba “Nova Disposição”, observada na Figura 6.11, é liberada e cabe ao usuário editar a coluna “Novo espaçamento entre bitolas”. Ao alterar os valores nas células em amarelo, deve-se clicar no botão “atualizar”, até obter todos os “ok’s” da última coluna.

Figura 6.11 – Ajuste da disposição nas faixas do pilar-parede.

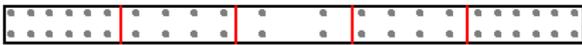
PILAR-PAREDE (CA-50) ×

DISPOSIÇÃO ATUAL | DADOS DE CÁLCULO | **NOVA DISPOSIÇÃO** | DISP. CONSTRUTIVAS

ARMANDO AS FAIXAS DO PILAR PAREDE			
Nº	Espaçamento entre bitolas atual	Novo espaçamento entre bitolas	OK?
1	41,71	10	OK
2	41,71	15	OK
3	41,71	20	OK
0	0,00	-	-
0	0,00	-	-

OBS.: recomenda-se definir uma configuração de armaduras simétrica em pilares parede retangulares, a fim de evitar erros de posicionamento das mesmas durante a construção.

**PILAR OK PARA OS EFEITOS LOCAIS E LOCALIZADOS**



Fonte: Autores (2023).

A última aba do atual módulo, “Disposições Construtivas”, vista na Figura 6.12, verifica se a nova alocação da armadura ainda atende aos critérios da NBR 6118:2014 acerca da disposição das barras na seção de concreto, lâmina por lâmina.

Figura 6.12 – Verificação da nova disposição construtiva do pilar-parede.

DISPOSIÇÃO ATUAL | DADOS DE CÁLCULO | NOVA DISPOSIÇÃO | DISP. CONSTRUTIVAS

**DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS DO PILAR PAREDE**

OBS.: recomenda-se definir uma configuração de armaduras simétrica em pilares parede retangulares, a fim de evitar erros de posicionamento das mesmas durante a construção.

Nº	e min, livre			e máx, eixos		p	OK?
	≥ 2 cm	≥ Øl	= 1,2dag.	≤ 2b	≤ 40 cm		
1	OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK
2	OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK
3	OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK
0	-	-	-	-	-	-	-
0	-	-	-	-	-	-	-

VOLTAR

Fonte: Autores (2023).

Quando obtida verificação positiva em todos os critérios de dimensionamento, o usuário é apresentado ao botão “Concluir”, que o leva à página final mostrada na Figura 6.13.

Figura 6.13 – Resultado final.

Armadura longitudinal: 44 Ø 20

Armadura transversal: Ø 10 c/ 10

**PILAR OK PARA EFEITOS GLOBAIS E LOCAIS.**

**Nota:**  
A execução da estrutura é de responsabilidade do construtor e deverá contar com a consultoria de um tecnologista de materiais. O engenheiro responsável deverá obedecer as recomendações da NBR 14931:2004 - Execução de estruturas de Concreto - Procedimentos.

VOLTAR

SAIR

Fonte: Autores (2023).

Para dimensionar outro pilar, recomenda-se clicar no botão “Sair” e iniciar o programa novamente.

## 7. VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS

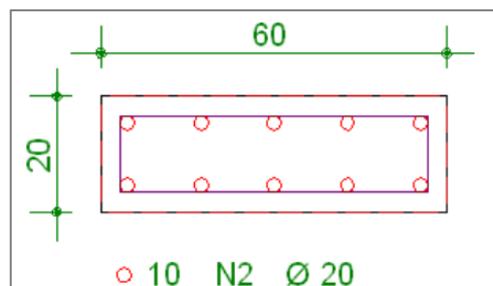
No presente capítulo são apresentados testes, validações e comparações do programa “PPDim” com resultados encontrados na literatura acerca do dimensionamento de pilares em concreto armado.

### 7.1 CURVAS DE INTERAÇÃO

Em primeiro momento, para validar as curvas de interação de força normal por momento fletor obtidas no “PPDim”, comparou-se os dados de saída com diferentes autores, a dizer: os exemplos numéricos em Kimura (2014), o programa PCalc de Cardoso Junior (2014), além do software comercial TQS. Os dados de entrada da seção, descritos na pág. 30 em Kimura (2014), foram:

- Seção retangular 20 cm x 60 cm (vide Figura 7.1);
- Armadura: 10 Ø20 mm
- $d' = 4,63$  cm;
- $f_{ck} = 30$  MPa;
- $\gamma_c = 1,4$ ;
- $f_{yk} = 500$  MPa;
- $\gamma_s = 1,15$ .

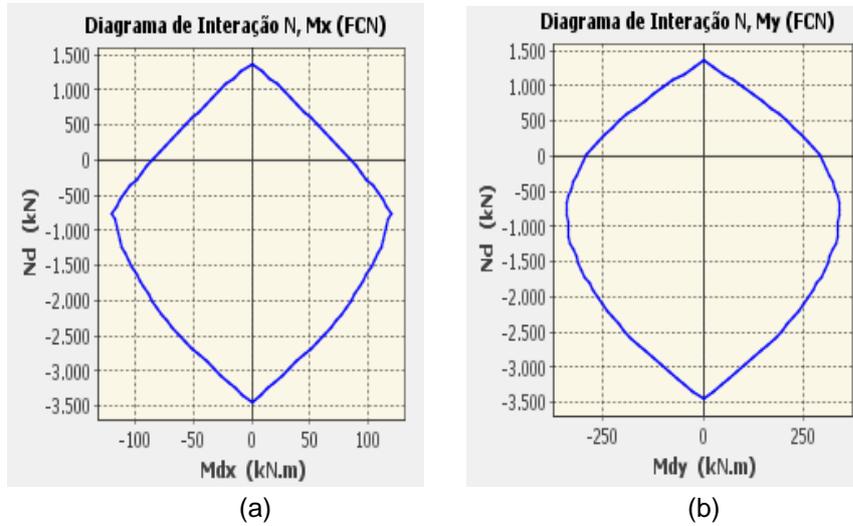
Figura 7.1 – Seção de pilar analisada.



Fonte: Kimura (2014).

A Figura 7.1 exprime os resultados emitidos pelo PCalc, em kN e kNm. Nesse software, a força normal  $N_d$  é representada no eixo vertical enquanto os momentos  $M_x$  ou  $M_y$  são representados no eixo horizontal.

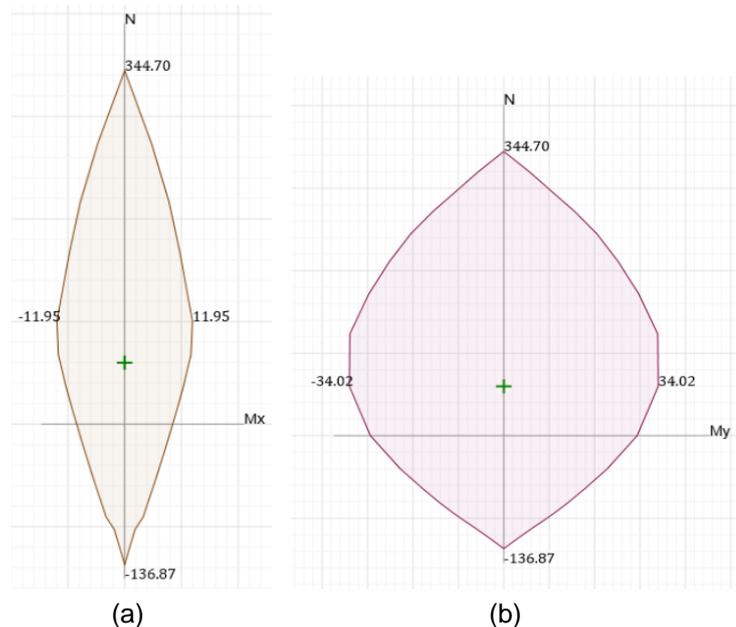
Figura 7.2 – Diagramas obtidos no PCalc (a) na direção x (b) na direção y.



Fonte: Os Autores (2023).

A Figura 7.3 exprime os resultados emitidos pelo TQS, agora em tf e tfm. Assim como no PCalc, nesse software a força normal  $N_d$  é representada no eixo vertical enquanto os momentos  $M_x$  ou  $M_y$  são representados no eixo horizontal.

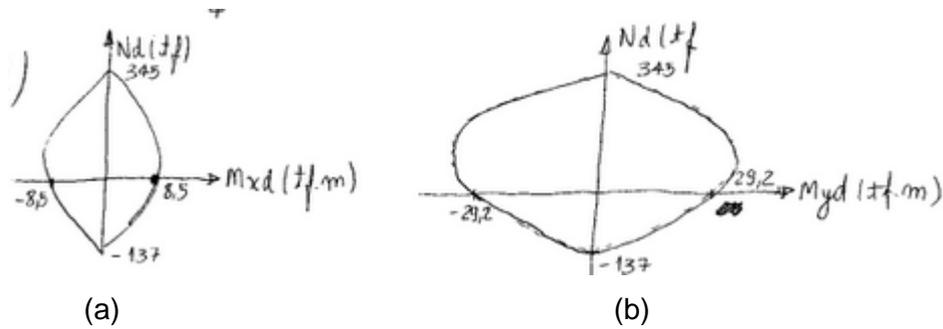
Figura 7.3 – Diagramas obtidos no TQS (a) na direção x (b) na direção y.



Fonte: Os Autores (2023).

A Figura 7.4 exprime os resultados obtidos analiticamente por Kimura (2014), em tf e tfm. Assim como no PCalc e no TQS, nesse software a força normal  $N_d$  é representada no eixo vertical enquanto os momentos  $M_x$  ou  $M_y$  são representados no eixo horizontal.

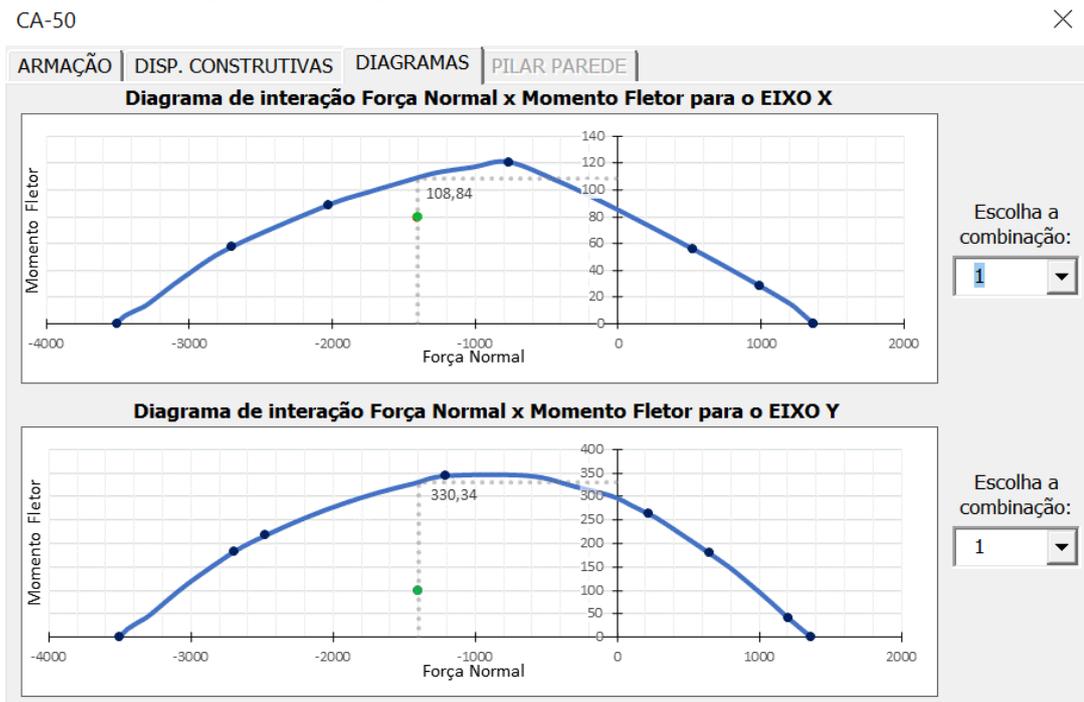
Figura 7.4 – Diagramas por Kimura (a) na direção x (b) na direção y.



Fonte: Kimura (2014).

Finalmente, a Figura 7.5 exprime os resultados obtidos pelo “PPDim” em kN e kNm. Nesse programa, a força normal  $N_d$  é representada no eixo horizontal enquanto os momentos  $M_x$  ou  $M_y$  são representados no eixo vertical.

Figura 7.5 – Diagramas obtidos no PPDIm nas direções x e y.



Fonte: Os Autores (2023).

Constata-se que as curvas obtidas nos 4 programas de cálculo são equivalentes (considerando seus próprios sistemas de eixos e que 1tf =10kN).

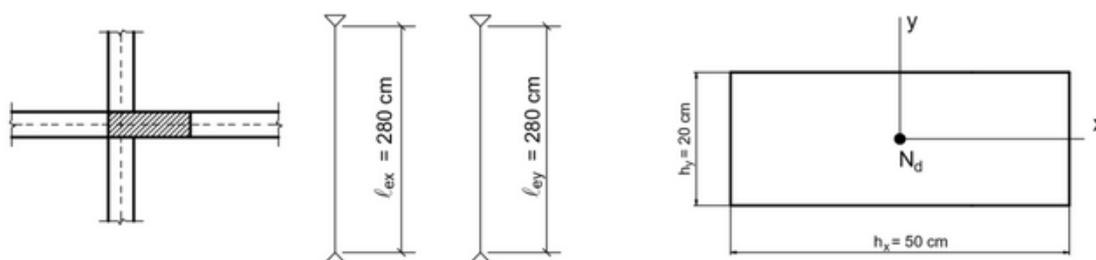
## 7.2 VERIFICAÇÃO EM PILARES

Ainda a fim de validar os resultados para o programa PPDim desenvolvido, foram resolvidos os exemplos numéricos a seguir, de pilares intermediários, de extremidade e de canto, biapoiados na base e no topo, de nós fixos (contraventados) e sem forças transversais atuantes.

### 7.2.1 Exemplo 1 – Pilar Interno (Bastos, 2021)

O primeiro exemplo, disponível em Bastos (2021) trata do dimensionamento da armadura longitudinal do pilar interno (ou intermediário) representado na Figura 7.6, com seção transversal 50 x 20 cm,  $N_k = 1000$  kN (100 tf), comprimento de flambagem  $l_{ex} = l_{ey} = 280$  cm, concreto C30 e  $d' = 4,0$  cm.

Figura 7.6 – Pilar 1.



Fonte: Bastos (2021).

Ao entrar no programa PPDim, a primeira aba, correspondente aos “Dados Gerais”, deve ser preenchida conforme a Figura 7.7. O próximo passo é preencher a aba “Carregamento” conforme a Figura 7.8.

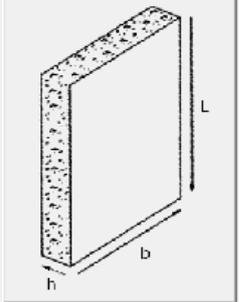
Figura 7.7 – Pilar 1: Dados Gerais.

GERAL ×

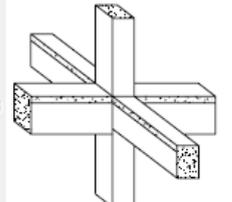
DADOS GERAIS | CARREGAMENTO | TIPO DE AÇO

**DADOS DE PROJETO**

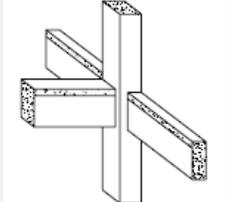
SEÇÃO	b (cm)	50
	h (cm)	20
COMPRIMENTO (cm)		280
fck (MPa)		30



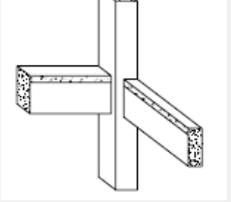
**TIPO DE PILAR**



INTERNO



BORDA



CANTO

VOLTAR
PRÓXIMO

Fonte: Os Autores (2023).

Figura 7.8 – Pilar 1: Carregamento.

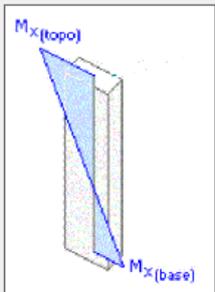
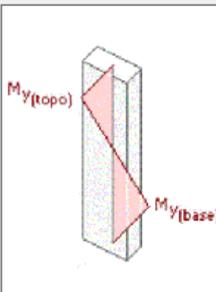
GERAL ×

DADOS GERAIS | CARREGAMENTO | TIPO DE AÇO

**ESFORÇO NORMAL**

CARGA - Nk (kN) 1000

**MOMENTO NOS EIXOS**

EIXO X	EIXO Y
<p>Mk,superior (kNm):</p> <p style="text-align: center;">0</p> <p style="text-align: center;"><i>(Valores + ou -)</i></p> <p>Mk,inferior (kNm):</p> <p style="text-align: center;">0</p> <p style="text-align: center;"><i>(Valores + ou -)</i></p>	<p>Mk,superior (kNm):</p> <p style="text-align: center;">0</p> <p style="text-align: center;"><i>(Valores + ou -)</i></p> <p>Mk,inferior (kNm):</p> <p style="text-align: center;">0</p> <p style="text-align: center;"><i>(Valores + ou -)</i></p>
	

**MÉTODO DE CÁLCULO**

EFEITO DE SEGUNDA ORDEM MAIS DESFAVORÁVEL

ANÁLISE DA FLEXÃO FLEXÃO COMPOSTA NORMAL

VOLTAR
PRÓXIMO

Fonte: Os Autores (2023).

Ao seleccionar o aço CA-50, é verificada a disposição de armadura que resiste aos esforços solicitantes. Bastos (2021) encontra  $A_s=10,84\text{cm}^2$  e sugere 10 barras de  $\varnothing 12,5$  ( $12,5\text{cm}^2$ ). Na planilha de cálculo aqui desenvolvida é possível adotar 8 barras  $\varnothing 12,5$  ( $9,82\text{cm}^2$ ), como na Figura 7.9. Tal diferença se deve, possivelmente, ao fato do autor referenciado utilizar ábacos, que acarretam imprecisões visuais, e, conseqüentemente, na área de aço.

Figura 7.9 – Pilar 1: Armação.

CA-50

ARMAÇÃO | DISP. CONSTRUTIVAS | DIAGRAMAS | PILAR PAREDE

BITOLA (mm) 12,5

AÇO Ncb 4 Nch 2

d' (cm) 4

b Ncb h Nch d'

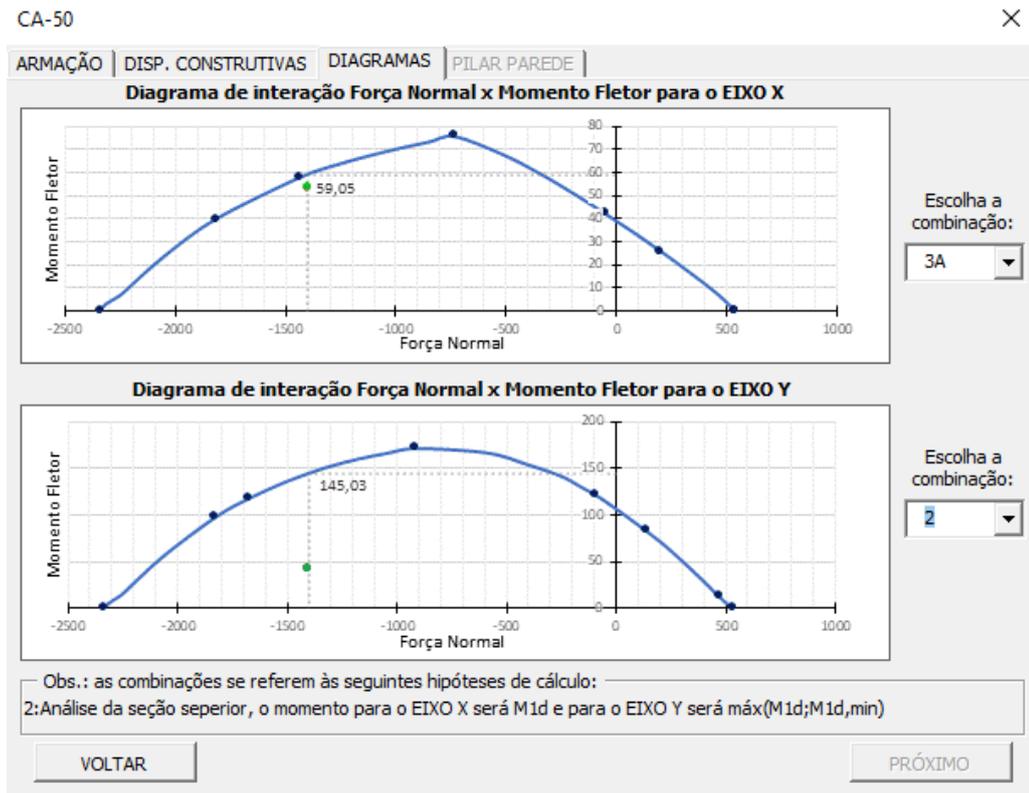
**PILAR OK PARA EFEITOS GLOBAIS E LOCAIS.**

VOLTAR CONCLUIR PRÓXIMO

Fonte: Os Autores (2023).

Ao analisar a aba “Diagramas”, vista na Figura 7.10, observa-se que os pontos críticos acontecem para a hipótese de cálculo 3, no eixo x, e para a hipótese de cálculo 2, no eixo y. Em todo caso, o ponto interno à curva indica que a seção resiste aos esforços solicitantes.

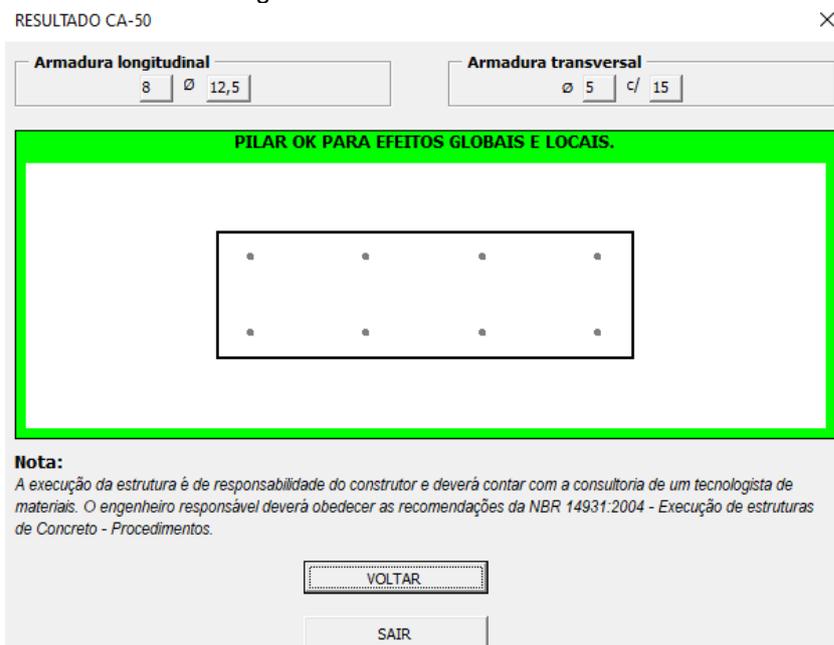
Figura 7.10 – Pilar 1: Diagramas.



Fonte: Os Autores (2023).

Feitas as análises nas abas de detalhes, volta-se à aba armação para acessar o botão “Concluir”. Por fim, é visto o resultado final (Figura 7.11), com as armações longitudinal e transversal calculadas.

Figura 7.11 – Pilar 1: Resultado.



Fonte: Os Autores (2023).

A Tabela 7.1 resume a comparação de resultados obtidos por Bastos e pelo programa desenvolvido neste trabalho (PPDim). O índice “x” se refere a propriedades dos momentos em torno de y, ao passo que o índice “y” se refere a propriedades dos momentos em torno de x.

Tabela 7.1 – Pilar 1: "PPDim" x Bastos (2021).

	<b>Bastos</b>	<b>PPDim</b>	<b><math>\Delta</math></b>
$\lambda_x$	19,4	19,4	0,00%
$\lambda_y$	48,4	48,5	0,21%
<b><math>M_{1d,min,x}</math> (kNm)</b>	42,0	42,0	0,00%
<b><math>M_{1d,min,y}</math> (kNm)</b>	29,4	29,4	0,00%
$\lambda_{1,x}$ e $\lambda_{1,y}$	35	35	0,00%
$\nu$	0,65	0,65	0,00%
$1/r_y$ ( $m^{-1}$ )	$2,17 \cdot 10^{-2}$	$2,17 \cdot 10^{-2}$	0,00%
<b><math>M_{2d,y}</math> (kNm)</b>	23,80	23,79	0,04%
<b><math>M_{d,tot,x}</math> (kNm)</b>	42	42	0,00%
<b><math>M_{d,tot,y}</math> (kNm)</b>	53,2	53,2	0,00%
<b><math>M_{sd,tot}</math> (kNm)</b>	44,53	44,61	0,18%
$\mu$	0,120	0,12	0,00%
<b><math>A_s</math> (cm<sup>2</sup>)</b>	10,84	9,82	10,39%

Fonte: Os Autores (2023).

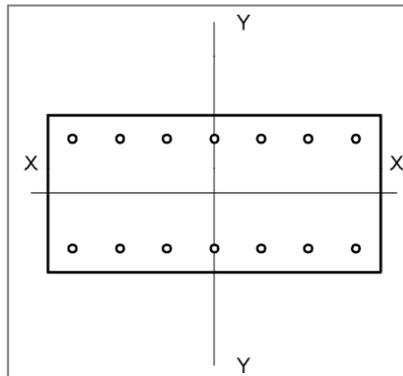
A imprecisão na última verificação (área de aço), deve-se ao fato, já mencionado anteriormente, de Bastos (2021) utilizar ferramentas visuais com margem de erro, logo, foi possível obter área de aço inferior para o problema em questão utilizando o programa PPDim. Sendo assim, nesse exemplo o programa foi validado, em virtude da obtenção de resultados condizentes com o autor de referência.

### 7.2.2 Exemplo 2 – Pilar de Borda (Musso Junior, 2021)

O segundo exemplo utilizado para validar os resultados do programa desenvolvido no presente trabalho está disponível em Musso Junior (2021). Trata-se da verificação da armadura longitudinal de um pilar de borda/extremidade com seção

transversal de 60 x 30 cm, com 14  $\varnothing 20\text{mm}$  ( $d' = 4,5\text{cm}$ ) dispostas tal qual a Figura 7.12. Os esforços são  $N_d = 3000\text{ kN}$ ,  $M_{1d,A,x} = 40\text{ kN.m}$  e  $M_{1d,B,x} = -120\text{ kN.m}$ , seu comprimento de flambagem é  $l_{ex} = l_{ey} = 500\text{cm}$ , e deve-se considerar concreto C25.

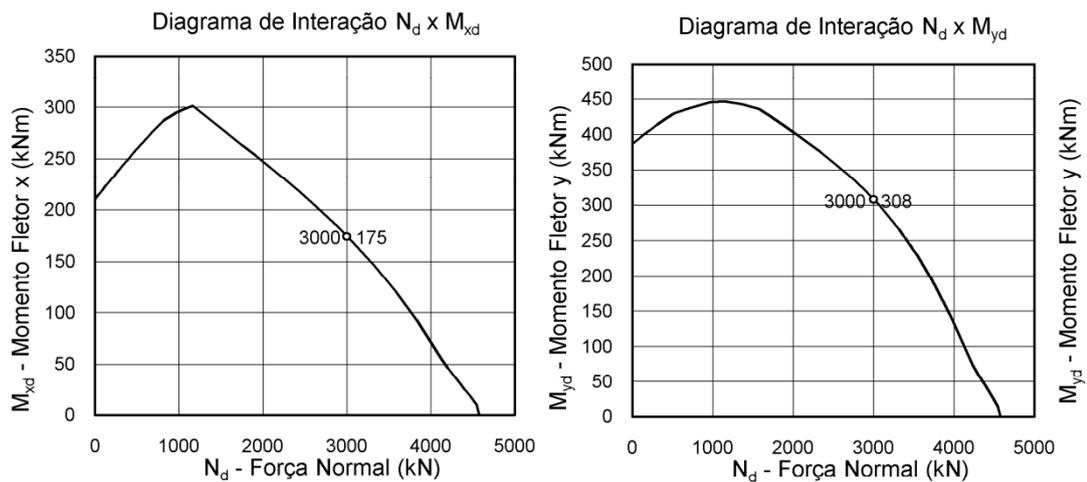
Figura 7.12 – Pilar 2.



Fonte: Musso Junior (2021).

Buscou-se encontrar os diagramas de interação Normal x Momentos Fletores visualizados na Figura 7.13.

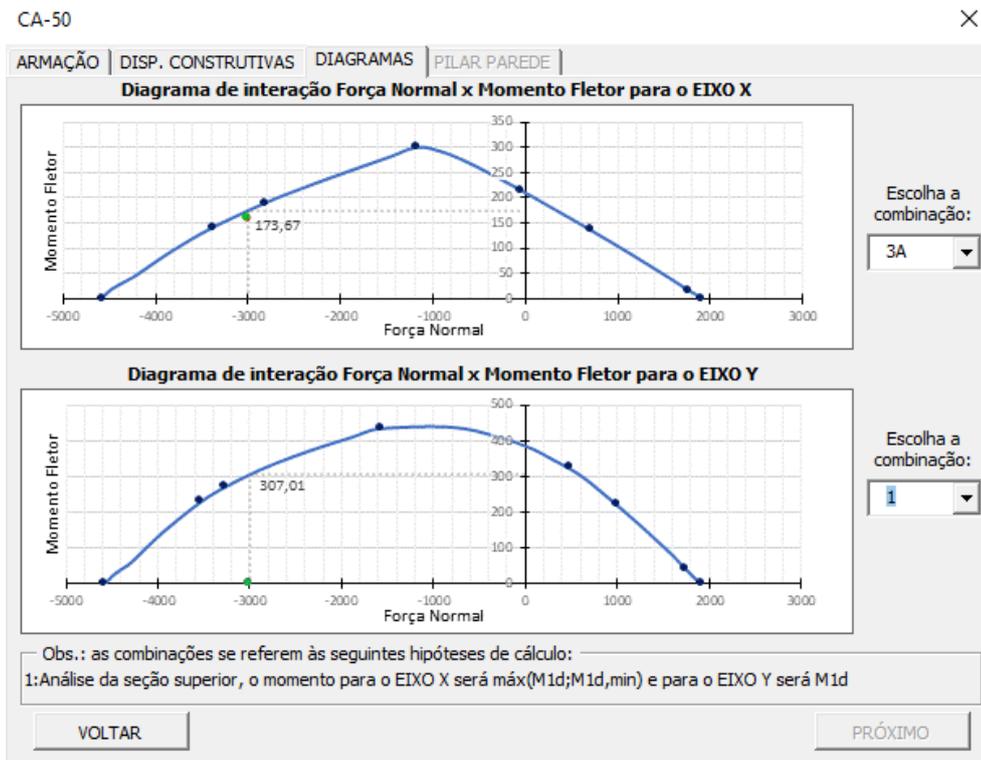
Figura 7.13 – Pilar 2: Diagramas em Musso Junior (2021).



Fonte: Musso Junior (2021).

Ao inserir os dados e analisar os diagramas emitidos pelo PPDim, dispostos na Figura 7.14, nota-se similaridade com as curvas obtidas por Musso Junior (2021). Para o eixo x, uma força normal de cálculo de 3000 kN pode ser combinada com um momento de até 173,67 kNm, enquanto para o eixo y uma força normal de cálculo de 3000 kN pode ser combinada com um momento de até 307,01 kNm.

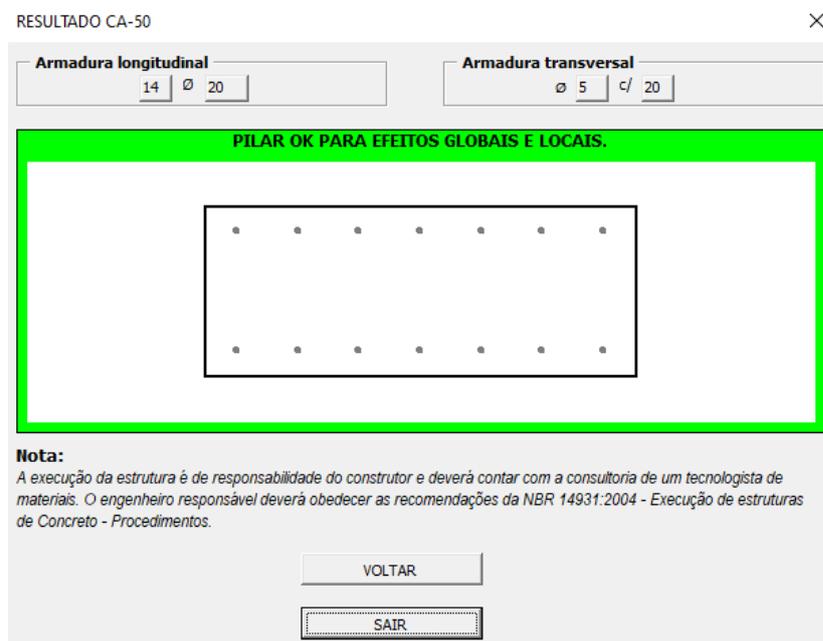
Figura 7.14 – Pilar 2: Diagramas no "PPDim".



Fonte: Os Autores (2023).

A comprovação de que a disposição de armadura sugerida por Musso Junior (2021) é suficiente para resistir aos esforços solicitantes também pode ser verificada no PPDim, como mostra a Figura 7.15.

Figura 7.15 – Pilar 2: Resultado.



Fonte: Os Autores (2023).

A Tabela 7.2 resume os resultados numéricos obtidos por Musso Junior e pelo programa desenvolvido neste trabalho (PPDim). O índice “x” se refere a propriedades dos momentos em torno de y, ao passo que o índice “y” se refere a propriedades dos momentos em torno de x.

Tabela 7.2 – Pilar 2: "PPDim" x Musso Junior (2021).

	<b>Musso Junior</b>	<b>PPDim</b>	<b><math>\Delta</math></b>
$\lambda_x$	57,7	57,7	0,00%
$\lambda_y$	28,9	28,9	0,00%
<b><math>M_{1d,min,x}</math> (kNm)</b>	72,0	72,0	0,00%
<b><math>M_{1d,min,y}</math> (kNm)</b>	99,0	99,0	0,00%
$\lambda_{1,x}$	57,1	57,1	0,00%
$\lambda_{1,y}$	35	35	0,00%
$\nu$	0,93	0,93	0,00%
<b><math>M_{2d}</math> (kNm)</b>	87,2	87,2	0,00%
<b><math>M_{d,tot,x}</math> (kNm)</b>	159	159	0,00%
<b><math>M_{d,tot,y}</math> (kNm)</b>	99	99	0,00%
$\mu$	0,165	0,165	0,00%
<b><math>A_s</math> (cm<sup>2</sup>)</b>	43,98	43,98	0,00%
<b><math>M_{xd}</math> (kNm)</b>	175	173,67	0,76%
<b><math>M_{yd}</math> (kNm)</b>	308	307,01	0,32%

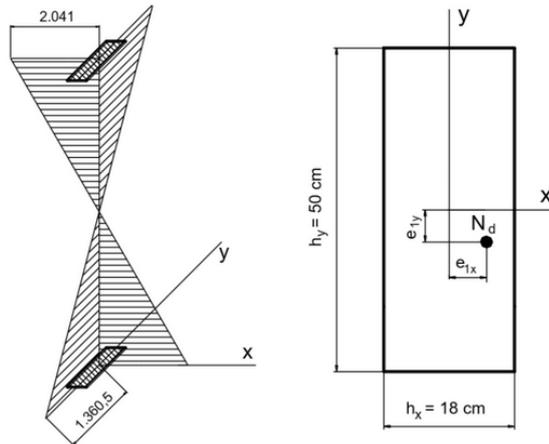
Fonte: Os Autores (2023).

Sendo assim, dados os resultados equivalentes aos de Musso Junior (2021), exemplifica-se outra vez que o programa PPDim é eficiente no cálculo de pilares.

### 7.2.3 Exemplo 3 – Pilar de Canto (Bastos, 2021)

O terceiro exemplo, disponível em Bastos (2021) trata do dimensionamento da armadura longitudinal do pilar de canto representado na Figura 7.16, com seção transversal 18 x 50 cm,  $N_k = 850$  kN,  $M_{1k,A,x} = -M_{1k,B,x} = 2041$  kN.cm,  $M_{1k,A,y} = -M_{1k,B,y} = 1360,5$  kN.cm comprimento de flambagem  $l_{ex} = l_{ey} = 350$ cm, concreto C25 e  $d' = 5,0$ cm.

Figura 7.16 – Pilar 3.



Fonte: Bastos (2021).

Bastos (2021) resolve este exemplo para diferentes métodos de cálculo dos efeitos de 2ª ordem locais, listados na Tabela 7.3. Vale ressaltar que, embora ambos sejam métodos aproximados, o da rigidez  $\kappa$  se mostra mais refinado.

Tabela 7.3 – Pilar 3:  $A_s$  para cada método de cálculo.

Método	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )
Pilar-padrão com curvatura aproximada ( $M_{1d,min}$ )	30,52
Pilar-padrão com rigidez aproximada ( $M_{1d,min}$ )	17,07

Fonte: Bastos (2021).

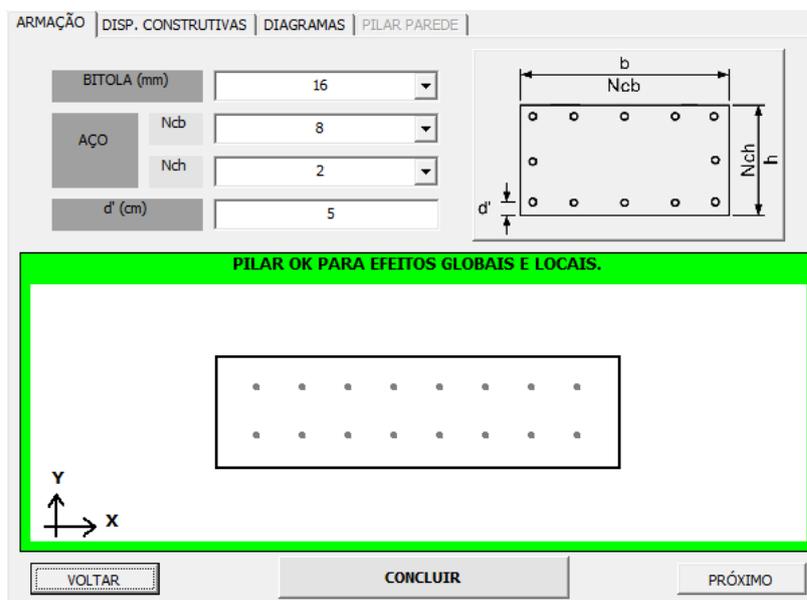
Dito isso, os dados de entrada são inseridos no PPDim, como na Figura 7.17, e, em primeiro momento, é selecionado o método da curvatura aproximada.

Figura 7.17 – Pilar 3: dados de entrada no "PPDim".

Fonte: Os Autores (2023).

Uma disposição de barras cuja área de aço se aproxima da encontrada por Bastos (2021) e que atende às solicitações é mostrada na Figura 7.18. Nesse caso, tem-se  $A_s = 32,17\text{cm}^2$ .

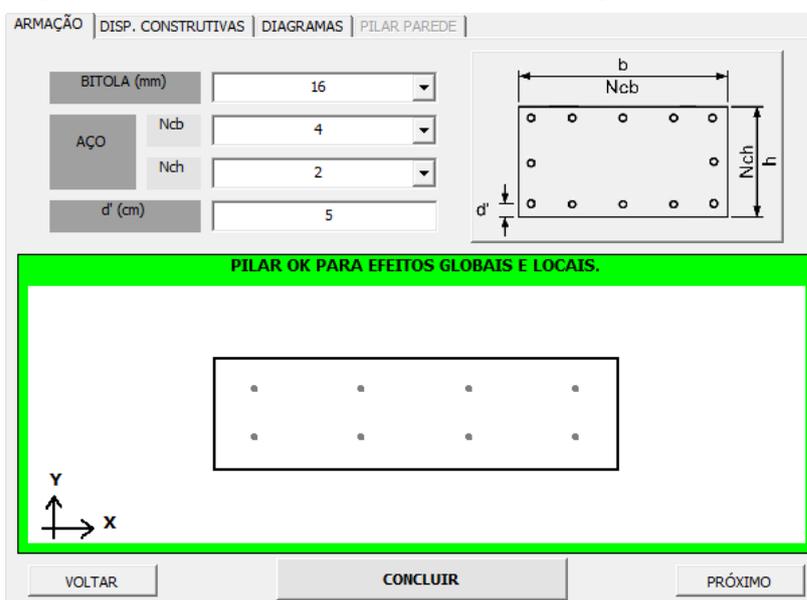
Figura 7.18 – Pilar 3: arranjo para o método da curvatura aproximada.



Fonte: Os Autores (2023).

Agora, volta-se para a aba anterior a fim de mudar o método para rigidez aproximada. Em seguida, uma nova disposição de barras é selecionada, conforme a Figura 7.19. A nova área de aço,  $A_s = 16,08\text{cm}^2$ , também se aproxima da encontrada pelo autor de referência.

Figura 7.19 – Pilar 3: arranjo para o método da rigidez aproximada.



Fonte: Os Autores (2023).

A Tabela 7.4 resume a comparação de resultados obtidos por Bastos e pelo programa desenvolvido neste trabalho (PPDim). O índice “x” se refere a propriedades dos momentos em torno de y, ao passo que o índice “y” se refere a propriedades dos momentos em torno de x.

Tabela 7.4 – Pilar 3: "PPDim" x Bastos (2021).

	<b>Bastos</b>	<b>PPDim</b>	<b><math>\Delta</math></b>
$\lambda_x$	67,3	67,4	0,15%
$\lambda_y$	24,2	24,2	0,00%
<b><math>M_{1d,min,x}</math> (kNm)</b>	25,50	25,49	0,04%
<b><math>M_{1d,min,y}</math> (kNm)</b>	37,50	37,49	0,03%
$\lambda_{1,x}$	66,7	66,7	0,00%
$\lambda_{1,y}$	35	35	0,00%
$\nu$	0,8	0,8	0,00%
<b><math>1/r_y</math> (m<sup>-1</sup>)</b>	$2,17 \cdot 10^{-2}$	$2,17 \cdot 10^{-2}$	0,00%
<b><math>M_{2d,y}</math> (kNm)</b>	33,25	33,28	0,09%
<b><math>M_{d,tot,x}</math> (kNm)</b>	58,8	58,8	0,00%
<b><math>M_{d,tot,y}</math> (kNm)</b>	37,50	37,50	0,00%
$\mu$	0,20	0,20	0,00%
<b><math>A_{s,curvatura}</math> (cm<sup>2</sup>)</b>	30,52	32,17	5,41%
<b><math>A_{s,rigidez}</math> (cm<sup>2</sup>)</b>	17,07	16,08	6,16%

Fonte: Os Autores (2023).

A diferença no valor final da área de aço se dá por conta do arredondamento da quantidade de barras necessárias no PPDim, além da já citada imprecisão visual dos ábacos utilizados por Bastos (2021). Sendo assim, os resultados, novamente, confirmam a eficiência do programa desenvolvido no presente trabalho, uma vez que foi possível encontrar resultados equivalentes aos do autor de referência.

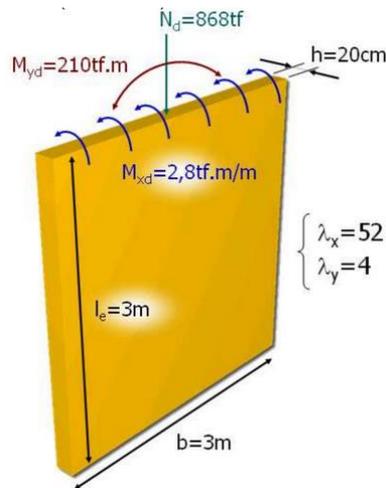
### 7.3 VERIFICAÇÃO EM PILARES-PAREDE

Seguindo com a validação dos resultados emitidos pelo programa PPDim desenvolvido, nesse item são resolvidos exemplos numéricos de pilares-parede.

### 7.3.1 Exemplo 1 (Kimura, 2014)

O primeiro exemplo, disponível em Kimura (2014) trata do dimensionamento da armadura longitudinal do pilar-parede retangular representado na Figura 7.20, com seção transversal 300 x 20 cm,  $N_d = 868$  tf (8680 kN), comprimento de flambagem  $l_e = 300$ cm, concreto C30 e cobrimento de 3,0cm. Considerar método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada.

Figura 7.20 – Pilar-parede 1.



Fonte: Kimura (2014).

Assim como nos exemplos anteriores, o primeiro passo foi inserir os dados gerais da seção e dos esforços no primeiro módulo do PPDim (Figura 7.21).

Figura 7.21 – Pilar-parede 1: Dados de carregamento.

DADOS GERAIS | **CARREGAMENTO** | TIPO DE AÇO

---

**ESFORÇO NORMAL**

CARGA -  $N_k$  (kN)

---

**MOMENTO NOS EIXOS**

EIXO X		EIXO Y	
Mk,superior (kNm):	<input type="text" value="60"/> (Valores + ou -)	Mk,superior (kNm):	<input type="text" value="1500"/> (Valores + ou -)
Mk,inferior (kNm):	<input type="text" value="60"/> (Valores + ou -)	Mk,inferior (kNm):	<input type="text" value="1500"/> (Valores + ou -)

---

**MÉTODO DE CÁLCULO**

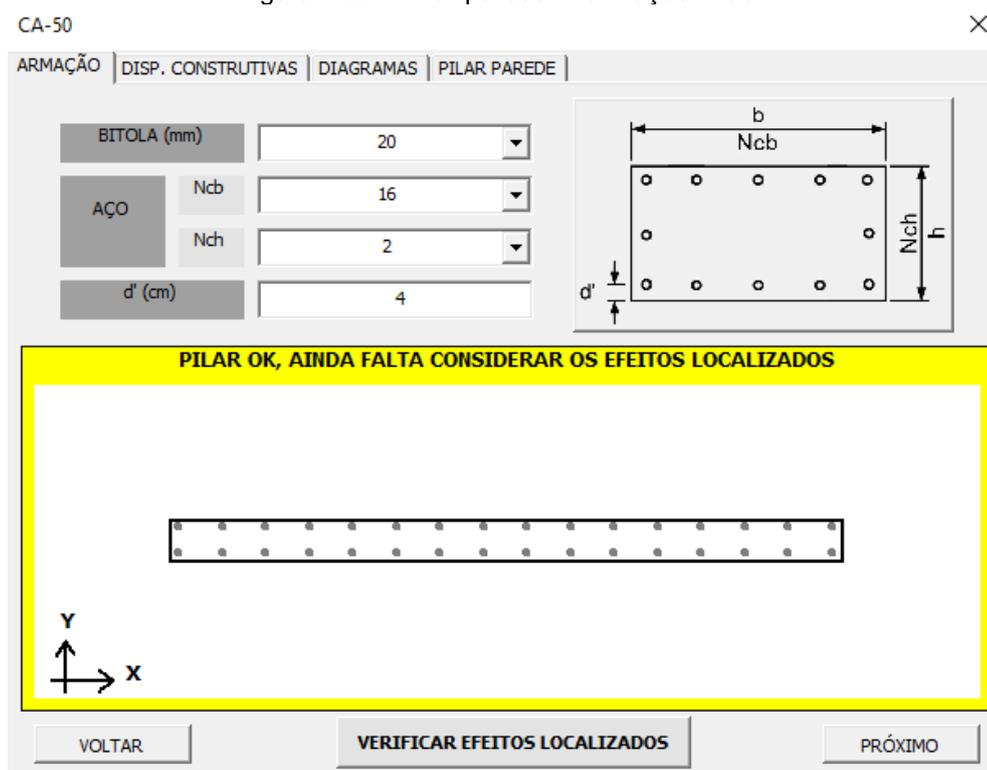
EFEITO DE SEGUNDA ORDEM

ANÁLISE DA FLEXÃO

Fonte: Os Autores (2023).

A princípio, apenas com o intuito de discutir mais à frente sobre o acréscimo de armadura gerado pela análise dos efeitos localizados, o pilar-parede será calculado considerando somente os efeitos locais de 2ª ordem. Ao inserir a disposição inicial de barras sugerida por Kimura (2014), 32 Ø20mm, obtém-se o resultado visualizado na Figura 7.22. Conforme o proposto, é uma possível configuração de armadura que resiste adequadamente aos esforços globais e locais, contudo, segundo a NBR 6118:2014, ainda é necessário avaliar os efeitos localizados.

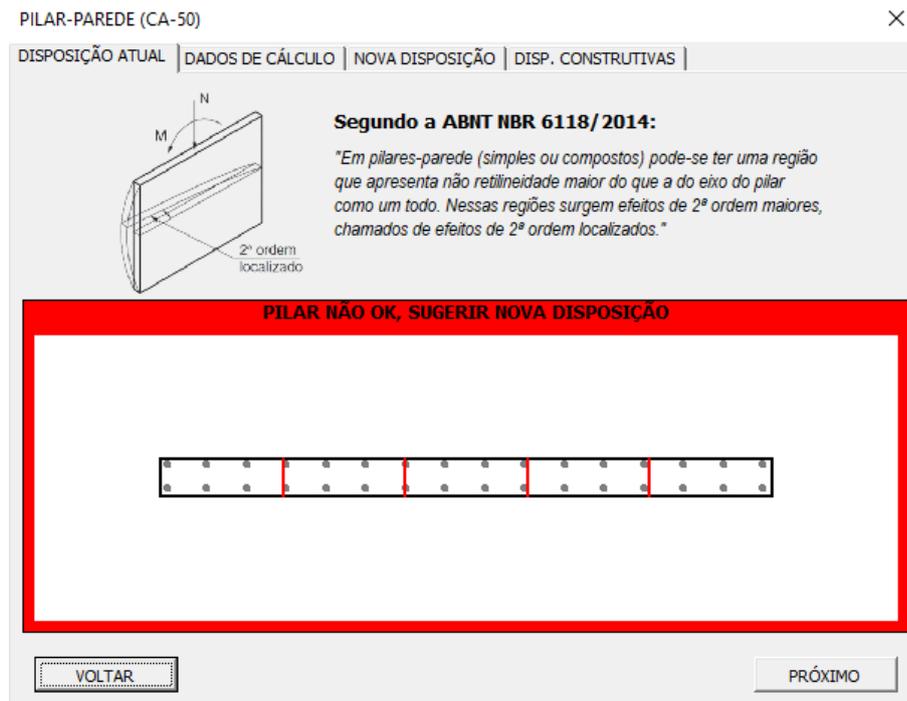
Figura 7.22 – Pilar-parede 1: armadura inicial.



Fonte: Os Autores (2023).

Ao clicar no botão “verificar efeitos localizados”, visualiza-se a aba da Figura 7.23, na qual estão sinalizados os limites das lâminas do pilar-parede em questão. Notoriamente, a disposição não atende aos efeitos localizados. Analisando a aba “dados de cálculo”, vista na Figura 7.24, observa-se que as lâminas 1 e 2 (as duas primeiras da esquerda para a direita) estão subarmadas.

Figura 7.23 – Pilar-parede 1: verificação dos efeitos localizados.



Fonte: Os Autores (2023).

Figura 7.24 – Pilar-parede 1: análise das faixas.

PILAR-PAREDE (CA-50) ×

DISPOSIÇÃO ATUAL | DADOS DE CÁLCULO | NOVA DISPOSIÇÃO | DISP. CONSTRUTIVAS

**DETERMINAÇÃO DAS FAIXAS**

Fator máximo	60
Quantidade de faixas	5
Fator adotado	60
Maior dimensão	60
Menor dimensão	20

**ANÁLISE DAS FAIXAS**

Nº	Nd / n (kn)	I (m <sup>4</sup> )	y (cm)	FORÇA (kn)	M.F (kn.m)	OK?
1	1736,00	0,45	120,00	2408,00	16,80	NÃO OK
2	1736,00	0,45	60,00	2072,00	16,80	NÃO OK
3	1736,00	0,45	0,00	1736,00	16,80	OK
4	1736,00	0,45	-60,00	1736,00	16,80	OK
5	1736,00	0,45	-120,00	1736,00	16,80	OK
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-

VOLTAR
PRÓXIMO

Fonte: Os Autores (2023).

Dado o exposto, reduz-se o espaçamento entre bitolas (ver Figura 7.25). Como os momentos fletores em torno da direção mais rígida atuam de forma simétrica, a distribuição das armaduras também deve ser simétrica. A nova

disposição obtida pelo PPDim é exatamente a obtida por Kimura (2014), vista na Figura 7.26.

Figura 7.25 – Pilar-parede 1: nova disposição.

PILAR-PAREDE (CA-50) ×

DISPOSIÇÃO ATUAL | DADOS DE CÁLCULO | NOVA DISPOSIÇÃO | DISP. CONSTRUTIVAS

ARMANDO AS FAIXAS DO PILAR PAREDE			
Nº	Espaçamento entre bitolas atual	Novo espaçamento entre bitolas	OK?
1	19,47	10	OK
2	19,47	15	OK
3	19,47	20	OK
0	0,00	-	-
0	0,00	-	-

OBS.: recomenda-se definir uma configuração de armaduras simétrica em pilares parede retangulares, a fim de evitar erros de posicionamento das mesmas durante a construção.

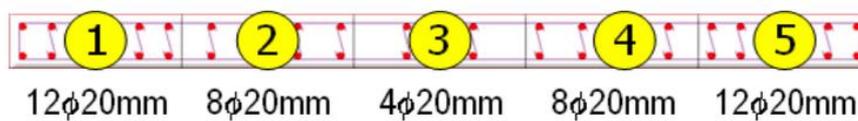
**ATUALIZAR**

**PILAR OK PARA OS EFEITOS LOCAIS E LOCALIZADOS**

VOLTAR      CONCLUIR      PRÓXIMO

Fonte: Os Autores (2023).

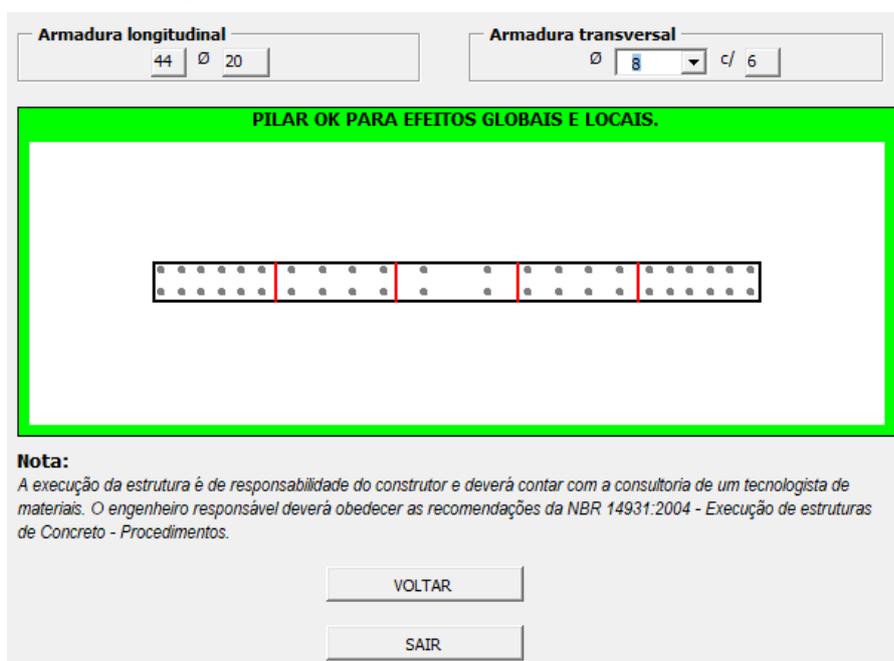
Figura 7.26 – Pilar-parede 1: disposição final.



Fonte: Kimura (2014).

Finalmente, na Figura 7.27 está o resumo do dimensionamento do pilar-parede 1. A bitola para a armadura transversal escolhida foi a de Ø8mm, que resulta em espaçamento de 6cm.

Figura 7.27 – Pilar-parede 1: janela de resultados.



Fonte: Os Autores (2023).

A Tabela 7.5 resume os resultados numéricos obtidos por Kimura (2014) e pelo programa desenvolvido neste trabalho (PPDim). O índice “x” se refere a propriedades dos momentos em torno de y, ao passo que o índice “y” se refere a propriedades dos momentos em torno de x. Dados os resultados equivalentes aos do autor referenciado, verifica-se que o programa PPDim é eficiente também para o cálculo de pilares-parede.

Tabela 7.5 – Pilar-parede 1: "PPDim" x Kimura (2014).

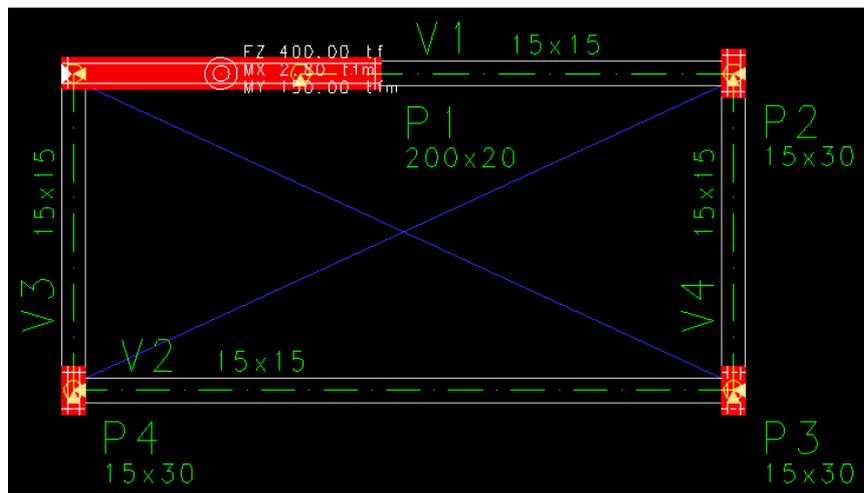
	Kimura	PPDim	$\Delta$
$\lambda_x$	52	52	0,00%
$\lambda_y$	3,5	3,5	0,00%
$\lambda_{1,x}$	35	35	0,00%
<b>M<sub>1d,min,x</sub> (kNm)</b>	182	182	0,00%
<b>A</b>	1	1	0,00%
<b>B</b>	-79,2	-79,2	0,00%
<b>C</b>	-63,29	-63,29	0,00%
<b>v</b>	0,675	0,675	0,00%
<b>M<sub>2d</sub> (kNm)</b>	294	294	0,00%
<b>A<sub>s</sub> (cm<sup>2</sup>)</b>	138,2	138,2	0,00%

Fonte: Os Autores (2023).

### 7.3.2 Exemplo 2 (TQS)

O segundo exemplo verificará a eficiência do PPDim em uma comparação com o software comercial TQS. O pilar-parede P1 analisado pode ser visto na Figura 7.28. Possui seção transversal de 200 x 20 cm e comprimento de flambagem ( $l_e$ ) de 300 cm. Os esforços são  $N_k = 4000$  kN,  $M_{1k,x} = 28$  kN.m e  $M_{1k,y} = 1500$  kN.m. Considerar concreto C30.

Figura 7.28 – Pilar-parede 2 (P1).



Fonte: Os Autores, adaptado de TQS (2023).

Ao inserir os dados gerais no PPDim e selecionar o aço CA-50, observa-se que uma armação de, por exemplo, 40 barras de  $\varnothing 20$ mm atende aos efeitos globais e locais, como mostra a Figura 7.29.

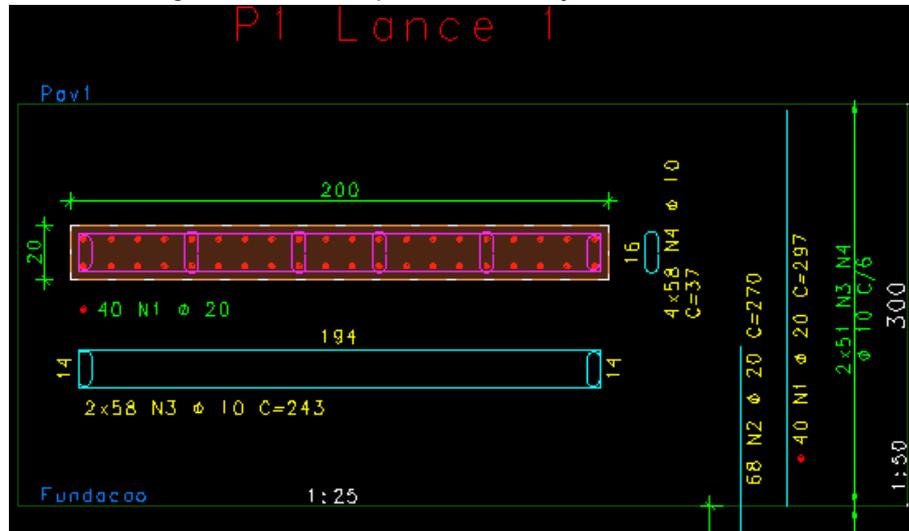
Figura 7.29 – Pilar-parede 2: armação inicial no PPDim.



Fonte: Os Autores (2023).

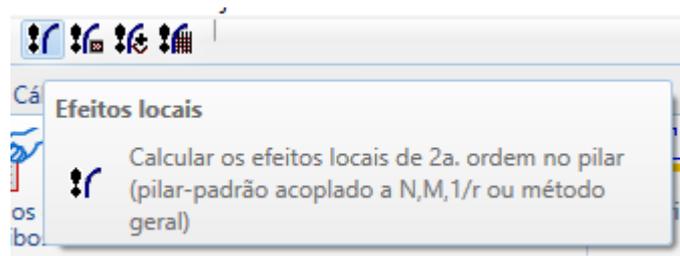
Resultado equivalente é obtido no software TQS para o detalhamento visto na Figura 7.30. Ao selecionar a análise de efeitos locais (Figura 7.31), o programa processa e emite a janela de aviso da Figura 7.32, afirmando que o pilar com 40 barras de Ø20mm atende aos efeitos locais.

Figura 7.30 – Pilar-parede 2: armação inicial no TQS.



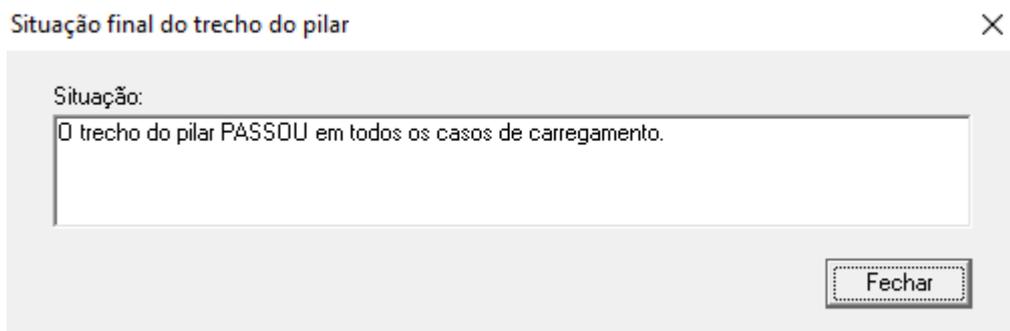
Fonte: Os Autores, adaptado de TQS (2023).

Figura 7.31 – Opção de análise dos efeitos locais no TQS.



Fonte: TQS (2023).

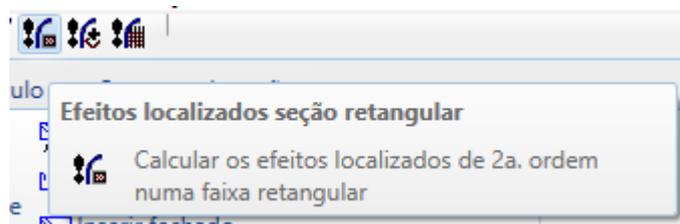
Figura 7.32 – Resultado da análise dos efeitos locais no TQS.



Fonte: TQS (2023).

Contudo, ao seleccionar a análise de efeitos localizados (Figura 7.33), o programa processa e emite a janela de aviso da Figura 7.34, afirmando que a armação inicial não atende aos efeitos localizados.

Figura 7.33 – Opção de análise dos efeitos localizados no TQS.



Fonte: TQS (2023).

Figura 7.34 – Resultado da análise dos efeitos localizados no TQS.

Status	NSd (tf)	MSdz (tfm)	MSdy (tfm)	Sd/Rd
NÃO passou	258.09	-7.33	-3.26	1,24
NÃO passou	258.08	-7.33	-3.26	1,24

Fonte: Os Autores, adaptado de TQS (2023).

Resultado equivalente é obtido no PPDim. Ao seguir para o módulo de verificação dos efeitos localizados (Figura 7.35), observa-se que a armação inicial não é suficiente para atender às solicitações na faixa da extremidade.

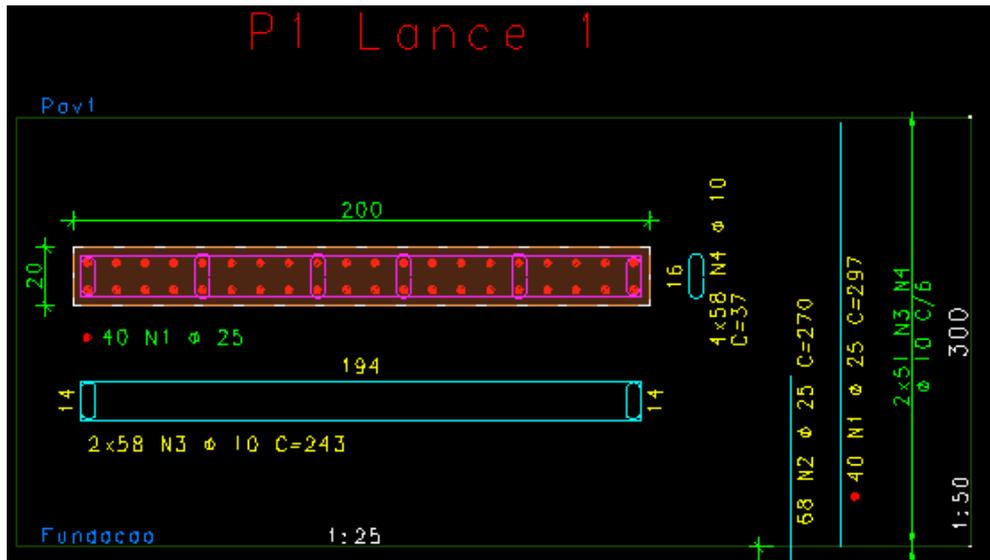
Figura 7.35 – Análise dos efeitos localizados no PPDim.

ANÁLISE DAS FAIXAS						
Nº	Nd / n	I (m <sup>4</sup> )	y (cm)	CARGA	MOMENTO	OK?
1	1400,00	0,13	75,00	2243,75	7,00	NÃO OK
2	1400,00	0,13	25,00	1681,25	7,00	OK
3	1400,00	0,13	-25,00	1400,00	7,00	OK
4	1400,00	0,13	-75,00	1400,00	7,00	OK

Fonte: Os Autores (2023).

Assim, torna-se necessário alterar a armação em busca de atender também aos efeitos localizados nas lâminas. Ao realizar o processamento global do edifício simulado para resolver o exemplo em questão, o TQS emite o dimensionamento da Figura 7.36 para P1. Esse resultado já considera a análise dos efeitos locais e localizados, feita pelo sistema computacional. A adoção de barras de Ø25mm em todo o pilar é feita apenas por questões construtivas (simetria e uniformidade de barras em um lance), pois apenas uma das lâminas não resistia aos esforços.

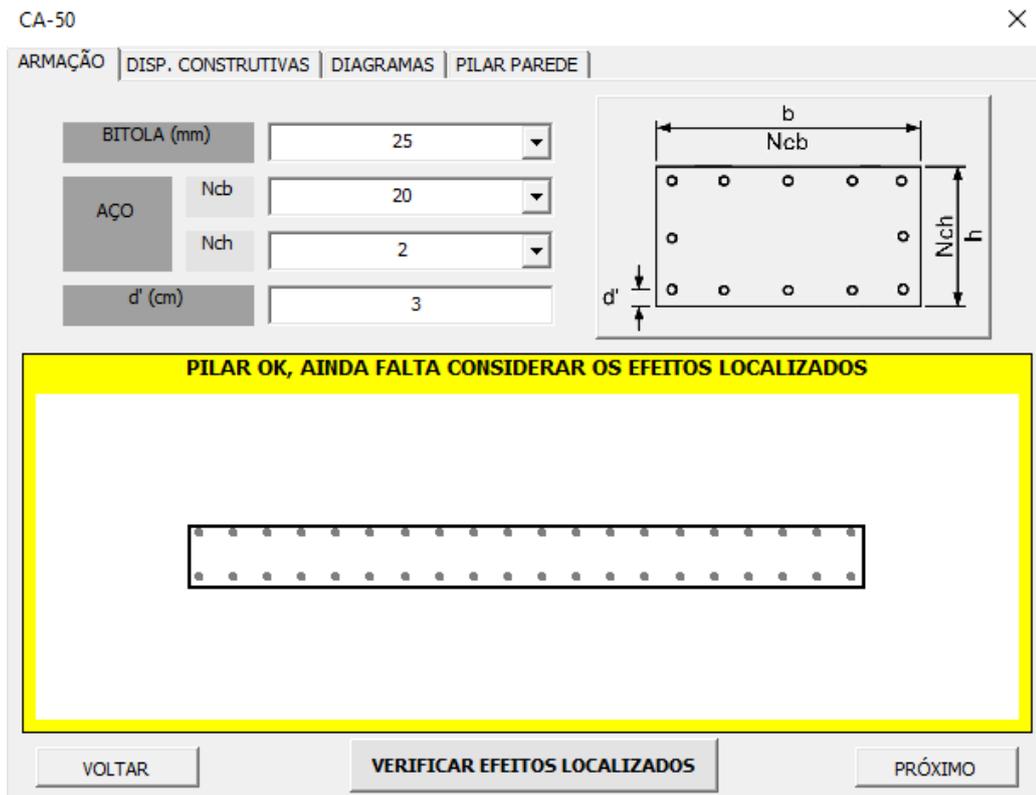
Figura 7.36 – Pilar-parede 2: dimensionamento no TQS.



Fonte: Os Autores, adaptado de TQS (2023).

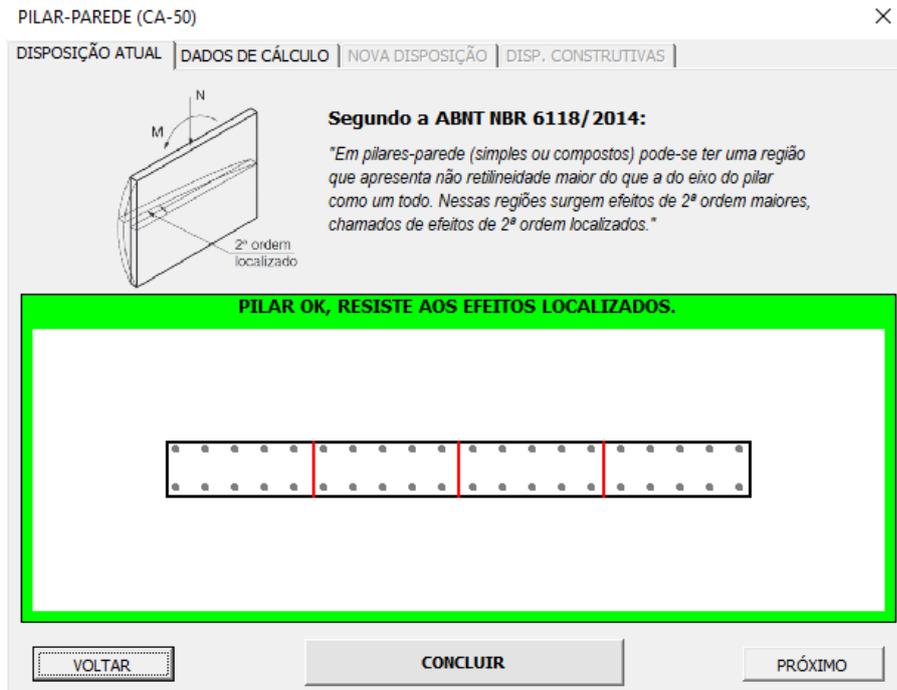
Então, busca-se obter dimensionamento similar no programa PPDim. A Figura 7.37 mostra a inserção da nova armação. Ao seguir para o módulo de verificação dos efeitos localizados, imediatamente obtém-se resposta positiva (ver Figura 7.38).

Figura 7.37 – Pilar-parede 2: análise dos efeitos locais no PPDim.



Fonte: Os Autores (2023).

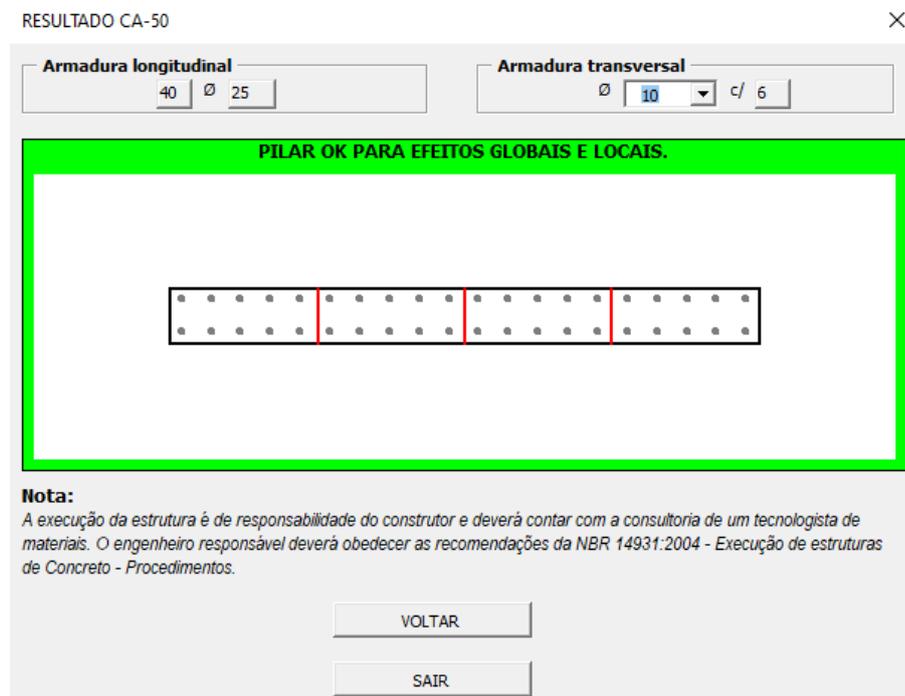
Figura 7.38 – Pilar-parede 2: análise dos efeitos localizados no PPDim.



Fonte: Os Autores (2023).

Logo, a armação que atende aos efeitos localizados no software TQS também é válida no programa PPDim. Em suma, o resultado final é expresso na Figura 7.39. Tanto a armadura longitudinal quanto a armadura transversal conferem com as dimensionadas pelo TQS, corroborando com a validação do PPDim.

Figura 7.39 – Pilar-parede 2: resultados.



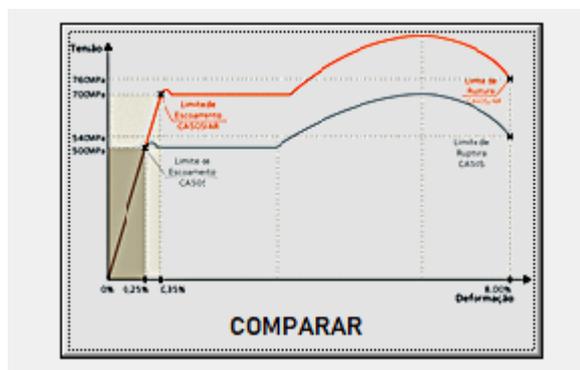
Fonte: Os Autores (2023).

## 7.4 AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA

No contexto do lançamento recente de vergalhões da alta resistência para a construção civil (confirme item 1.3.2 deste trabalho), levantou-se a possibilidade de utilização do aço de alta resistência em pilares, a fim de reduzir a quantidade de barras necessárias para resistir aos esforços solicitantes. No presente trabalho, foram utilizadas informações a respeito do aço produzido pela ArcelorMittal.

No PPDim, ao escolher “comparar” na aba “tipo de aço” (ver Figura 7.40) é possível visualizar, simultaneamente, o dimensionamento de um pilar considerando CA-50S e CA-50S/AR. O benefício dessa comparação está em observar a quantidade de barras necessária para cada tipo de aço, e, assim, concluir qual é a redução de  $A_s$  esperada utilizando o de mais elevada resistência.

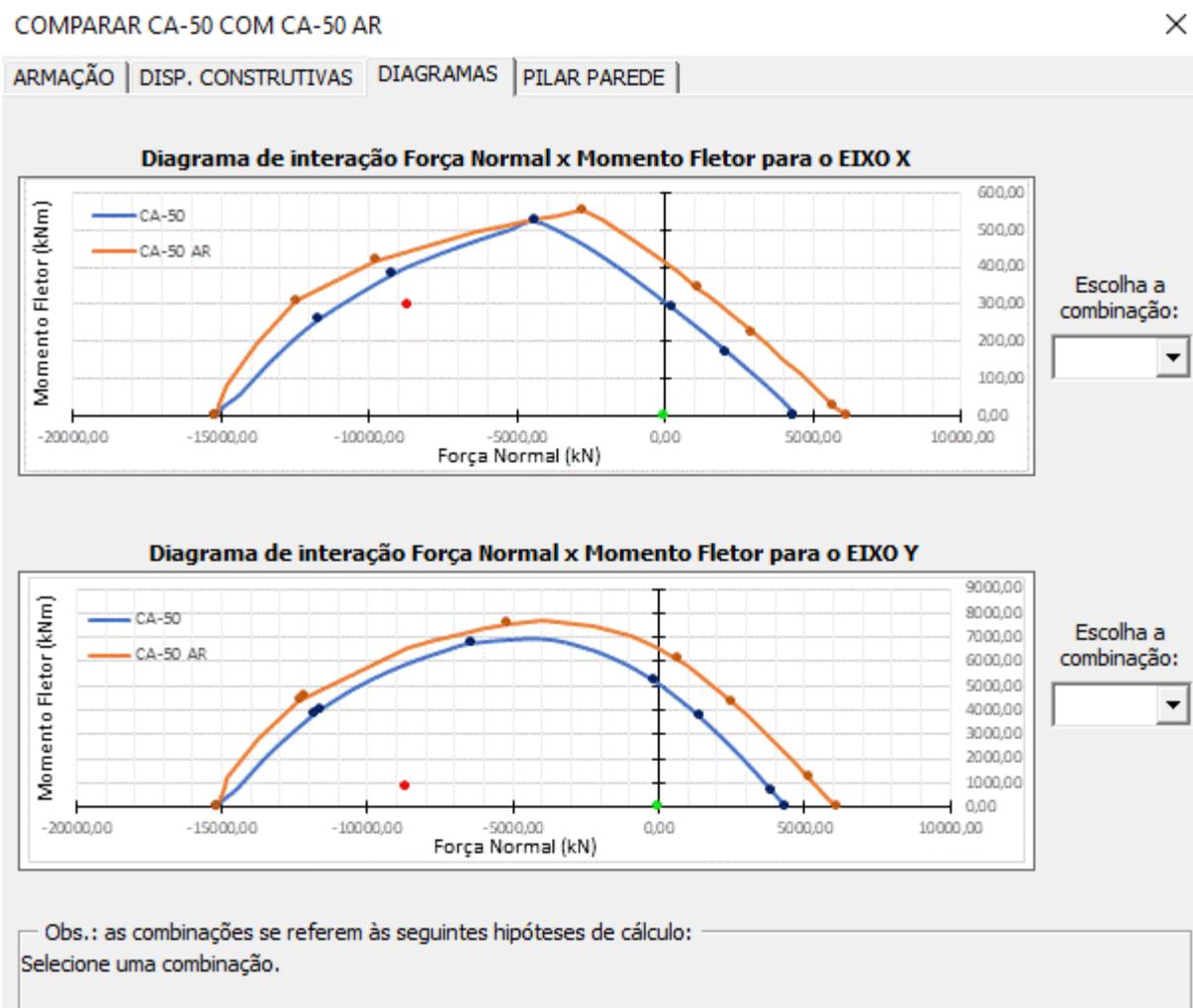
Figura 7.40 – Botão "comparar".



Fonte: Os Autores (2023).

Para demonstrar a comparação, retomaremos o exemplo 1 de pilares-parede (item 7.3.1). De primeira, é válido notar a diferença entre os diagramas de interação de acordo com o tipo de aço. Na Figura 7.41, a curva do CA-50S/AR (laranja) contorna e amplia os limites da curva do CA-50S (azul), indicando maior resistência da seção. Ou seja, para a mesma área de aço, nota-se que a o CA-50S/AR atinge maiores valores na combinação Força Normal x Momento Fletor.

Figura 7.41 – Diagramas de interação no módulo "comparar".



Fonte: Os Autores (2023).

Logo, adotando o aço CA-50 S/AR, seria possível diminuir a quantidade de barras dispostas no pilar e, ainda assim, atingir a resistência necessária para os mesmos esforços solicitantes. Por exemplo, no caso do pilar-parede 1 (Kimura, 2014), ao utilizar o aço de alta resistência é possível aumentar os espaçamentos entre as barras no módulo de verificação dos efeitos localizados (vide Figura 7.42). O espaçamento nas lâminas das extremidades, que era 10 cm, passaria a ser 12 cm, e o espaçamento nas lâminas subsequentes, que era 15 cm, passaria a ser 20 cm. Essa modificação acarreta na redução de 8 barras de  $\varnothing 20$  mm, o que descongestiona a armadura e acelera a construção do pilar.

Figura 7.42 – Pilar-parede 1: nova disposição no modo "comparar".

COMPARAR PILAR PAREDE CA-50 X CA-50-AR ×

DISPOSIÇÃO ATUAL | DADOS DE CÁLCULO | NOVA DISPOSIÇÃO | DISP. CONSTRUTIVAS

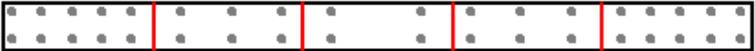
ARMANDO AS FAXAS DO PILAR PAREDE				
Nº	Espaçamento entre bitolas atual	Novo espaçamento entre bitolas	CA-50 OK?	CA-50-AR OK?
1	19,47	12	NÃO OK	OK
2	19,47	20	NÃO OK	OK
3	19,47	20	OK	OK
0	0,00	-	-	-
0	0,00	-	-	-

OBS.: recomenda-se definir uma configuração de armaduras simétrica em pilares parede retangulares, a fim de evitar erros de posicionamento das mesmas durante a construção.

**ATUALIZAR**

PILAR NÃO OK, SUGERIR NOVA DISPOSIÇÃO

AÇO CA-50



PILAR OK PARA OS EFEITOS LOCAIS E LOCALIZADOS

AÇO CA-50-AR



VOLTAR PRÓXIMO

Fonte: Os Autores (2023).

Assim, haveria redução da armação do pilar-parede do item 7.3.1 de 44 Ø20mm para 36 Ø20mm se utilizado o CA-50 S/AR. Tal fato se dá pelo elemento estrutural estar sujeito a esforços consideráveis de flexão (momentos), do qual o aço de alta resistência pode se beneficiar. Em pilares onde existem grandes esforços de flexão, a resistência superior e o alongamento do aço na região tracionada resultam em um dimensionamento mais econômico. Vale ressaltar que, como o dimensionamento com aço de maior resistência tende a diminuir a área total de aço, resultando numa inércia menor da peça, há um aumento nas deformações dos elementos. Tal fato pode elevar os esforços de segunda ordem globais e elevar a deformação global do edifício e dos pilares.

Já no contexto de pilares submetidos à compressão simples, a deformação de compressão máxima do conjunto concreto/aço é limitada em 0,2%, inferior à deformação onde o aço de alta resistência atinge a sua capacidade máxima. Resultando em uma armadura final igual à que seria encontrada utilizando o aço CA-50 convencional, segundo o catálogo da própria ArcelorMittal. A seguir, será retomado o Exemplo 1 – Pilar Interno (Bastos, 2021), item 7.2.1 do presente trabalho, a fim de verificar esse ponto.

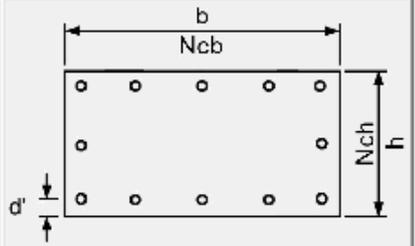
Foram inseridos, no PPDim, os mesmos dados gerais mostrados anteriormente no item 7.2.1, contudo, na aba “tipo de aço”, selecionou-se a opção “comparar”. Ao tentar reduzir a armação, que era de 8 barras  $\varnothing 12,5$  em CA-50, para, por exemplo, 6 barras  $\varnothing 12,5$  CA-50 AR, obtém-se resposta negativa, como visto na Figura 7.43.

Figura 7.43 – Pilar 1: tentativa de redução da  $A_s$  utilizando CA-50 AR.

COMPARAR CA-50 COM CA-50 AR ×

ARMAÇÃO | DISP. CONSTRUTIVAS | DIAGRAMAS | PILAR PAREDE

BITOLA (mm)	12,5	
AÇO	Ncb	3
	Nch	2
d' (cm)	4	



**NÃO OK PARA EFEITOS GLOBAIS E LOCAIS.**

AÇO CA-50

**NÃO OK PARA EFEITOS GLOBAIS E LOCAIS.**

AÇO CA-50-AR

VOLTAR      CONCLUIR      PRÓXIMO

Fonte: Os Autores (2023).

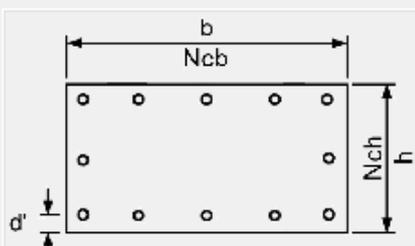
Todavia, nota-se, na Figura 7.44, que é possível utilizar 10 barras de  $\varnothing 10\text{mm}$  ( $A_s=7,85\text{cm}^2$ ) em CA-50 AR. Isso representa uma redução de 24% quando comparada às 8 barras  $\varnothing 12,5\text{mm}$  ( $A_s=9,76$ ) necessárias em CA-50 convencional.

Figura 7.44 – Pilar 1: redução da  $A_s$  utilizando CA-50 AR.

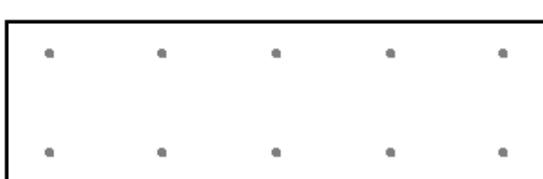
COMPARAR CA-50 COM CA-50 AR ×

ARMAÇÃO | DISP. CONSTRUTIVAS | DIAGRAMAS | PILAR PAREDE

BITOLA (mm)	10	
AÇO	Ncb	5
	Nch	2
d' (cm)	4	

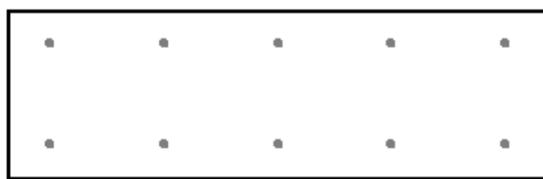


NÃO OK PARA EFEITOS GLOBAIS E LOCAIS.



AÇO CA-50

PILAR OK PARA EFEITOS GLOBAIS E LOCAIS.



AÇO CA-50-AR

Fonte: Os Autores (2023).

Isso se dá por conta do PPDim considerar, por mais que seja um pilar interno, momentos mínimos nas duas direções do pilar. Logo, pode acarretar em uma redução da área de aço necessária, por mais que seja uma redução menos significativa do que quando se trabalha com esforços maiores de flexão.

Em resumo, o Aço ArcelorMittal 50 de Alta Resistência se enquadra na NBR 6118 como um CA50 por atender aos requisitos mínimos exigidos pela ABNT para aços dessa categoria, porém, com um acréscimo de 40% na resistência à tração, que deve ser considerado nos cálculos como tal. Nas análises, o  $f_{yk}$  padrão de 500

MPa deve ser substituído pelo valor de 700 MPa, resistência à tração característica do CA50S/AR, com exceção dos casos onde a NBR 6118 limita o valor máximo de  $f_{yk}$ . Também, é importante que se verifique os estados limites de serviço como deformações e aberturas de fissuras, por exemplo.

## 8. CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo desenvolver um programa acadêmico computacional para o dimensionamento de pilares e pilares-parede, utilizando-se a linguagem de programação *Microsoft Visual Basic for Applications (VBA)*, que verificasse as dimensões e momentos mínimos, a esbeltez do pilar, as disposições construtivas, a resistência da seção e a análise dos efeitos locais e localizados, dados os esforços solicitantes, para os aços CA-50 e CA-50 AR. O programa foi intitulado “PPDim”.

Os resultados encontrados pelo “PPDim” foram comparados com exemplos de cálculo presentes na literatura e com o software comercial TQS. Foram verificados, primeiramente, exemplos de pilares resolvidos em Bastos (2021) e Musso Junior (2021). Em seguida, foram dimensionados pilares-parede resolvidos em Kimura (2014) e no software da TQS Informática Ltda. Tanto para pilares quanto para pilares-parede os resultados foram satisfatórios, próximos aos elaborados na literatura, evidenciando a eficiência do programa desenvolvido para o dimensionamento de pilares e pilares-parede de concreto armado.

Também foi verificada a possível utilização de um aço de alta resistência, como o CA-50 S/AR, em pilares e pilares-parede de concreto. Verificou-se que o emprego desse aço acarreta na diminuição da armadura longitudinal se o pilar em questão estiver sujeito a esforços significativos de flexão, como é o caso dos pilares-parede. Foi possível inferir tal afirmação a partir da ferramenta de comparação de tipos de aço implementada no programa PPDim.

Levando em conta os estudos desenvolvidos, indica-se como proposta para trabalhos futuros a implementação de novas geometrias de pilares, como pilares-parede em “U” e em “L”. Em uma área mais computacional, sugere-se implementar uma conexão do PPDim com pacotes comerciais, tanto para ler esforços calculados por estes programas, quanto para fornecer detalhamento das armações para programas de desenhos, de maneira a reduzir trabalhos repetitivos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. Rio Grande: Dunas, 2010. v.3, 3.ed.

ArcelorMittal Brasil. **ArcelorMittal 50 Soldável de Alta Resistência - CA-50 S/AR**. Out. de 2022. Disponível em: <<https://brasil.arcelormittal.com/files/produtos-catalogos/9a2be32a-e4b0-4caa-9df4-532f65aaa756>>. Acesso em: 05 de dez. de 2022.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 7480: Aço destinado às armaduras para estruturas de concreto armado - Requisitos**. Rio de Janeiro, 2022.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8953: Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência**. Rio de Janeiro, 2015.

BASTOS, P. S. **Flexão composta e pilares de concreto armado**. UNESP - Universidade Estadual Paulista, 2021.

CARDOSO JUNIOR, S. D. **Sistema computacional para análise não linear de pilares de concreto armado**. 2014. 55 f. Monografia (Especialista em Gestão de Projetos de Sistemas Estruturais) – Escola Politécnica – Universidade de São Paulo, 2014.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. São Paulo: Pini, 2009. v.2.

FUSCO, P. B. **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Pini, 1995.

KIMURA, A. E. **Cálculo de pilares de concreto armado**. São Paulo: ABECE – Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural, 2014.

KIMURA, A. E. **Informática aplicada a estruturas de concreto armado**. São Paulo: Oficina de Textos, 2018.

MARTINS, I. V. **Dimensionamento automático de vigas protendidas biapoiadas considerando a protensão parcial**. 2018. 196 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

MUSSO JUNIOR, F. **Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado de acordo com a NBR 6118:2014**. Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2021.

Normal. Versão 1.3. Curitiba: UFPR, 2001.

Oblíqua. Versão 1.0. Curitiba: UFPR, 2001.

SOUZA, P. M. S. **Dimensionamento otimizado de pilares de concreto armado de acordo com a NBR 6118:2014**. 2017. 191 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2017.

TQS.EXE: TQS Informática LTDA. Versão 22. São Paulo: 1986.