UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

ADRYANNE FAZOLO NARDOTO
MARIA CAROLINA DONA PETERLE

ANÁLISE ESTRUTURAL E VERIFICAÇÃO DE VIGAS MISTAS TRELIÇADAS PLANAS DE AÇO E CONCRETO

Vitória, dezembro de 2020

ADRYANNE FAZOLO NARDOTO

MARIA CAROLINA DONA PETERLE

ANÁLISE ESTRUTURAL E VERIFICAÇÃO DE VIGAS MISTAS TRELIÇADAS PLANAS DE AÇO E CONCRETO

Monografia apresentada ao curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de engenheiro civil, orientado pela Prof.ª Dr.ª Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani.

Vitória, dezembro de 2020

ANÁLISE ESTRUTURAL E VERIFICAÇÃO DE VIGAS MISTAS TRELIÇADAS PLANAS DE AÇO E CONCRETO

ADRYANNE FAZOLO NARDOTO

MARIA CAROLINA DONA PETERLE

Monografia defendida e aprovada, em 18 de dezembro de 2020, pela banca examinadora:

Profª. Drª. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani.

Universidade Federal do Espírito Santo.

Orientadora.

Prof. Dr. Elcio Cassimiro Alves.

Universidade Federal do Espírito Santo.

Examinador.

Eng. MSc. André Vasconcelos Soares Gomes

Universidade Federal do Espírito Santo.

Examinador.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus pela presença em todos os momentos de nossas vidas e pela oportunidade de estudar o tão desejado curso de engenharia civil na universidade com a qual tanto sonhamos.

Agradecemos aos professores pelos ensinamentos, em especial a professora e orientadora Fernanda por nos auxiliar ao longo de todo esse percurso e despertar nosso interesse em estruturas metálicas e mistas. Obrigada por toda atenção, apoio e oportunidades.

Agradecemos aos nossos pais Marisete e Gemino, Jocineia e Gezo (*in memoriam*) por todo estímulo e por não medirem esforços para que esse sonho se tornasse realidade. Aos nossos irmãos, Adriano e Beatriz, agradecemos todo o carinho. Aos nossos companheiros, Vitor e Baltazar, por toda parceria e incentivo em todos os momentos.

Aos colegas de turma agradecemos a empatia e parceria e aos colegas de trabalho, o acolhimento e oportunidade.

Adryanne Fazolo Nardoto e

Maria Carolina Dona Peterle

RESUMO

Uma treliça mista de aço e concreto consiste em uma treliça metálica de banzos paralelos conectadas através do banzo superior a uma laje que pode ser maciça de concreto, mista com fôrma de aço incorporada ou pré-fabricada. A utilização de estruturas mistas treliçadas tem ganhado espaço nas aplicações de engenharia, pois são capazes de vencer grandes vãos, afinal, unem as principais vantagens do sistema estrutural treliça com a rigidez e estabilidade dos elementos de concreto. No Brasil, a literatura disponível sobre vigas mistas treliçadas é escassa e exemplos de utilização e de dimensionamento são pouco difundidos. Dentro desse contexto, esse trabalho apresenta uma metodologia para o dimensionamento deste tipo de estrutura, a partir da elaboração de fluxogramas e rotinas de cálculo com base nas prescrições de normas brasileiras. Um programa computacional é implementado para automatizar a análise estrutural e as verificações dos estados limites últimos e de serviço de vigas mistas treliçadas. A partir da validação numérica comprovada em exemplos de cálculo, o programa computacional mostrou ser uma ferramenta eficiente e confiável.

ABSTRACT

The steel-concrete composite truss consists of a metal truss with parallel chord connected through the upper chord to a slab that can be a flat plate slab, steel deck or prefabricated. In Brazil, the available literature on steel-concrete composite truss is scarce and examples of it is application and design are not common. Within this context, this work presents a design methodology for this type of structure, with elaboration of flowcharts and calculation routines based on the prescriptions of the Brazilian standards. A computer program is implemented to automate the structural analysis and check serviceability limit state and ultimate limit of steel-concrete composite truss. Based on numerical validation using engineering calculations, the computer program proved to be an efficient and reliable tool.

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS:

a- espessura da região comprimida da laje

b - largura da aba do perfil L

b_{ef} - largura efetiva da laje de concreto

d - distância entre as forças resistentes de tração e compressão de cálculo na treliça

e - excentricidade

e_{dir} - largura de influência do lado direito da viga

e_{esq} - largura de influência do lado esquerdo da viga

f_{cd} - resistência à compressão de cálculo do concreto

f_{ck} - resistência característica do concreto à compressão

$f_{u,cs}$ - resistência a ruptura do aço do conector

f_u - resistência à ruptura do aço

f_y - resistência ao escoamento do aço

k- coeficiente de flambagem por flexão

m_{banzos} - massa total de aço dos banzos

$m_{diag\ e\ mont}$ - massa total de aço das diagonais e montantes

$m_{treliça}$ - massa total de aço da treliça

q - carregamento linear uniformemente distribuído

r_0 - raio de giração polar

r_x - raio de giração em relação ao eixo central *x*

r_y - raio de giração em relação ao eixo central *y*

t_f - espessura da mesa do perfil de aço

t_w - espessura da alma do perfil de aço

t_c - espessura da laje de concreto

x_0 - coordenada do centro de cisalhamento na direção do eixo central *x*

x_b - posição do centróide do banzo inferior

x_t - posição do centróide do banzo superior

y_0 - coordenada do centro de cisalhamento na direção do eixo central *y* em relação ao centro geométrico da seção

LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS:

A_b - área da seção transversal do banzo inferior

A_c - área da seção transversal da laje de concreto

A_{cs} - área da seção transversal do fuste do conector

A_e - área líquida efetiva da seção transversal da barra

A_g - área bruta da seção transversal da barra

A_t - área da seção transversal do banzo superior

C_{cd} - força resistente de cálculo da espessura comprimida da laje de concreto

C_w - constante de empenamento

D - vetor de deslocamento nas direções *x* e *y* nos nós iniciais e finais da barra

D - diâmetro externo do tubo

D_p - altura da nervura da laje de concreto

D_s - altura total da laje de concreto

D_t - altura total da treliça de aço

E - módulo de elasticidade do aço

E_c - módulo de elasticidade do concreto

F - vetor de forças externas atuantes na barra

F_{hd} - força horizontal de cálculo

G - módulo de elasticidade transversal

I - momento de inércia

$I_{ef,m}$ - momento de inércia efetivo da seção mista

$I_{ef,t}$ - momento efetivo de inércia da treliça de aço

I_m - momento de inércia da seção mista

I_t - momento de inércia da treliça de aço

I_{x1} - momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo que passa pelo centro geométrico e é paralelo à aba da cantoneira conectada

J - constante de torção da seção transversal

K - matriz de rigidez

KL - comprimento de flambagem por flexão

L - comprimento do painel da treliça

L_e - vão da viga

L_b - comprimento destravado da barra

M_{Rd} - momento fletor resistente de cálculo

M_{pl} - momento de plastificação de cálculo

M_{Sd} - momento fletor solicitante de cálculo

$N_{c,Rd}$ - força resistente de compressão de cálculo

$N_{e,yz}$ - força axial de flambagem por flexo-torção

N_e - força axial de flambagem elástica

N_{ez} - força axial de flambagem por torção em relação ao eixo longitudinal z

$N_{t,Rd}$ - força resistente de tração resistente de cálculo

N_{Sd} - força axial solicitante de cálculo

$P_{aço}$ - peso da treliça de aço

Q - fator de redução da resistência considerando efeitos de instabilidades locais

Q_{Rd} - força horizontal resistente de cálculo de um conector

Q_a- coeficiente associado à instabilidade local nos elementos do tipo "AA"

Q_s - coeficiente associado à instabilidade local nos elementos do tipo "AL"

R - vetor de reações de apoio

R_g - coeficiente para consideração do efeito de atuação de grupo de conectores

R_p - coeficiente para consideração da posição do conector

T_{ad} - força resistente de cálculo da região tracionada do perfil de aço

W_c - módulo de resistência elástico do lado comprimido da seção

Z_x - módulo de resistência plástico

LETRAS GREGAS MINÚSCULAS:

$\propto_e$ - razão modular

$\delta_{máx}$ - flecha máxima na fase de serviço

$\delta_{p,ld}$ - flecha da seção mista causada pelas cargas permanentes que atuam após a cura do concreto

$\delta_{p,pa}$ - flecha causada pelas ações permanentes que atuam no perfil isolado antes da cura do concreto

$\delta_{p,te}$ - flecha provocada por alguma ação no perfil de aço isolado mas que depois da cura do concreto é eliminada

$\delta_{v,cd}$ - flecha na seção mista causada pelas ações variáveis de curta duração

$\delta_{v,ld}$ - flecha na seção mista causada pelas ações variáveis de longa duração

λ - índice de esbeltez

λ_0 - índice de esbeltez reduzido

λ_{lim} - índice de esbeltez limite

λ_p - índice de esbeltez inferior

λ_r - índice de esbeltez superior

λ_{sup} - índice de esbeltez superior

γ_{a1} - fator de minoração da resistência

γ_{cs} - coeficiente de ponderação da resistência do conector

ψ_2 - fator de combinação para ações quase permanentes

LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS:

χ - fator de redução da resistência do perfil considerando efeitos de instabilidades globais

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Resultados de flechas obtidos por Trindade et. al (2017). 30
Tabela 2. Comparação dos resultados da análise estrutural da treliça Pratt..... 71
Tabela 3. Comparação dos resultados da análise estrutural da treliça Howe..... 73
Tabela 4. Comparação dos resultados da análise estrutural da treliça Warren. 76
Tabela 5. Comparação dos resultados relacionados a verificação do ELS de flecha excessiva. 102

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Tipos de vigamentos utilizados em estruturas mistas. 17
Figura 2. Ponte rodo-ferroviária de Öresund entre a Dinamarca e a Suécia. 18
Figura 3. Ponte rodoferroviária sobre o rio Paraná. 18
Figura 4. Seção com duas linhas neutras plásticas (interação parcial). 23
Figura 5. Conectores de cisalhamento mais utilizados. 24
Figura 6. Passagem de dutos e instalações em treliças mistas. 25
Figura 7. Treliças do tipo steel joist. 26
Figura 8. Ligação das diagonais em perfil tubular com o banzo. 27
Figura 9. Treliça Pratt. 28
Figura 10. Treliça Howe. 28
Figura 11. Treliça Warren. 28
Figura 12. Treliça que compunha o modelo. 29
Figura 13. Dimensões da treliça ensaiada em mm. 30
Figura 14. Protótipo de treliça mista. (a) Modelo de treliça. (b) Concretagem da laje. 31
Figura 15. Fração do modelo da treliça mista em elementos finitos. 31
Figura 16. Seção mista - determinação do braço de alavanca. 44
Figura 17. Perfil perpendicular a nervura da laje mista. 45
Figura 18. Menu principal do programa. 49
Figura 19. Menu de escolha de geometria - laje maciça. 50
Figura 20. Menu de escolha de geometria - laje mista. 51
Figura 21. Menu de escolha de geometria - laje pré-moldada. 51
Figura 22. Menu de escolha de carregamentos. 52
Figura 23. Menu de resultados. 53
Figura 24. Fluxograma de desenvolvimento do algoritmo. 55
Figura 25. Fluxograma para cálculo do carregamento atuante na viga mista. 57
Figura 26. Esquema de verificações dos ELU. 58
Figura 27. Fluxograma para verificação do esforço de compressão. 59
Figura 28. Determinação de Qs para elementos AL. 59
Figura 29. Verificação da força resistente de compressão para perfis tubulares. . 60
Figura 30. Determinação de Q para perfis tubulares de seção circular. 60

Figura 31. Verificação do Momento Fletor para cantoneiras em formado de “T”. 61
Figura 32. Momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de seção dupla cantoneira em T. 62
Figura 33.. Momento fletor resistente à flambagem local da mesa de seção dupla cantoneira em T 62
Figura 34. Momento fletor resistente à flambagem local de seção tubular circular. 63
Figura 35. Verificação da seção mista à flexão..... 63
Figura 36. Determinação do número mínimo de conectores de cisalhamento. 64
Figura 37. Fluxograma para verificação da flecha..... 65
Figura 38. Dados da geometria para validação da análise estrutural. 68
Figura 39. Carregamentos selecionados para verificação da análise estrutural.... 68
Figura 40. Resultado da análise estrutural do programa desenvolvido (Treliça Pratt). 69
Figura 41. Treliça Pratt: geometria e carregamento do modelo do Ftool. 70
Figura 42. Treliça Pratt: resultado da análise estrutural (Ftool)..... 71
Figura 43. Resultado da análise estrutural do programa desenvolvido (Treliça Howe). 72
Figura 44. Treliça Howe: geometria e carregamento do modelo do Ftool. 72
Figura 45. Treliça Howe: resultado da análise estrutural (Ftool)..... 73
Figura 46. Resultado da análise estrutural dos banzos do programa desenvolvido (Treliça Warren). 74
Figura 47. Resultado da análise estrutural das diagonais e montantes do programa desenvolvido (Treliça Warren)..... 75
Figura 48. Treliça Warren: geometria e carregamento do modelo do Ftool..... 76
Figura 49. Treliça Warren: resultado da análise estrutural (Ftool). 76
Figura 50. Modelo de treliça mista utilizado no exemplo..... 78
Figura 51. Dados de entrada relacionado à geometria. 79
Figura 52. Dados de entrada relacionado ao carregamento. 80
Figura 53. Resultados para verificação da seção mista a momento fletor. 82
Figura 54. Carregamento na treliça na fase de construção..... 82

Figura 55. Momento fletor máximo no banzo superior antes da cura do concreto. 82
Figura 56. Esforço de compressão máximo no banzo superior antes da cura do concreto. 83
Figura 57. Resultados dos esforços axiais do banzo superior antes da cura do concreto. 85
Figura 58. Resultados dos momentos fletores do banzo superior antes da cura do concreto. 88
Figura 59. Verificação da flexo-compressão do banzo superior antes da cura do concreto. 89
Figura 60. Esforço de tração máximo no banzo inferior antes da cura do concreto. 89
Figura 61. Verificação dos esforços axiais de tração do banzo inferior antes da cura do concreto. 90
Figura 62. Carregamento na treliça na fase de utilização. 90
Figura 63. Esforço de compressão máximo na diagonal antes da cura do concreto. 90
Figura 64. Esforço de compressão máximo na diagonal depois da cura do concreto. 91
Figura 65. Resultados dos esforços axiais das diagonais/montantes antes da cura do concreto. 93
Figura 66. Resultados do número de conectores..... 95
Figura 67. Modelo de treliça mista utilizado no exemplo ELS..... 95
Figura 68. Espaço entre vigas e vão para o exemplo considerado..... 96
Figura 69. Dados de entrada do menu principal. 96
Figura 70. Dados de entrada referentes a geometria da treliça. 97
Figura 71. Dados de entrada referente aos carregamentos..... 98
Figura 72. Resultados do programa para o ELS. 102

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 17

1.1 OBJETIVOS 19

1.2 JUSTIFICATIVA 20

1.3 FORMATAÇÃO DESTE TRABALHO 20

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 22

2.1 VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO 22

2.2 CONECTORES DE CISALHAMENTO 23

2.3 TRELIÇA MISTA DE AÇO E CONCRETO 24

2.3.1 Configurações geométricas usuais para treliças metálicas 27

2.3.2 Estudos recentes sobre treliças mistas de aço e concreto . 28

3 ANÁLISE ESTRUTURAL E VERIFICAÇÃO DE TRELIÇAS MISTAS 33

3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS 33

3.2 ANÁLISE ESTRUTURAL 33

3.3 VERIFICAÇÃO DE TRELIÇAS DE AÇO 34

3.3.1 Esforços de compressão resistentes de cálculo 35

3.3.2 Esforços de tração resistentes de cálculo 39

3.3.3 Momento fletor resistente de cálculo 40

3.4 VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS COMBINADOS 42

3.5 DIMENSIONAMENTO DA SEÇÃO MISTA 42

3.5.1 Resistência à flexão 42

3.5.2 Conectores de cisalhamento 44

3.6 VERIFICAÇÃO DA FLECHA 46

4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL 49

4.1 APRESENTAÇÃO, ABRANGÊNCIA E LIMITAÇÕES DO PROGRAMA 49

4.2 MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS 54

4.3 DETERMINAÇÃO DO CARREGAMENTO 55

4.4 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITE ÚLTIMOS 58

4.4.1 Verificação da seção mista 63

4.5 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITE DE SERVIÇO. 64

5 VALIDAÇÃO 67

5.1 VERIFICAÇÃO DA ANÁLISE ESTRUTURAL 67

5.1.1 Treliça Pratt 67

5.1.2 Treliça Howe 71

5.1.3 Treliça Warren 73

5.2 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA ANÁLISE ESTRUTURAL 78

5.3 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS 78

5.4 VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO DE FLECHA EXCESSIVA 95

6 CONCLUSÃO 103

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 103

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 105

1 INTRODUÇÃO

Estruturas mistas de aço e concreto são aquelas nas quais perfis de aço trabalham em conjunto com um elemento de concreto para resistir aos esforços. Esse tipo de sistema estrutural busca unir as propriedades mecânicas e elásticas mais vantajosas de cada material. Dentre as estruturas mistas aplicáveis no âmbito da engenharia civil, pode-se citar as vigas mistas, lajes mistas, pilares mistos e até mesmo ligações mistas.

As vigas mistas são um tipo de elemento estrutural nas quais um componente de aço simétrico em relação ao plano de flexão (Figura 1-a) é ligado a uma laje de concreto situada acima de sua face superior por meio de uma conexão mecânica. As vigas mistas treliçadas são um tipo especial de viga mista, na qual o perfil conectado à laje é uma treliça de banzos paralelos (Figura 1-b).

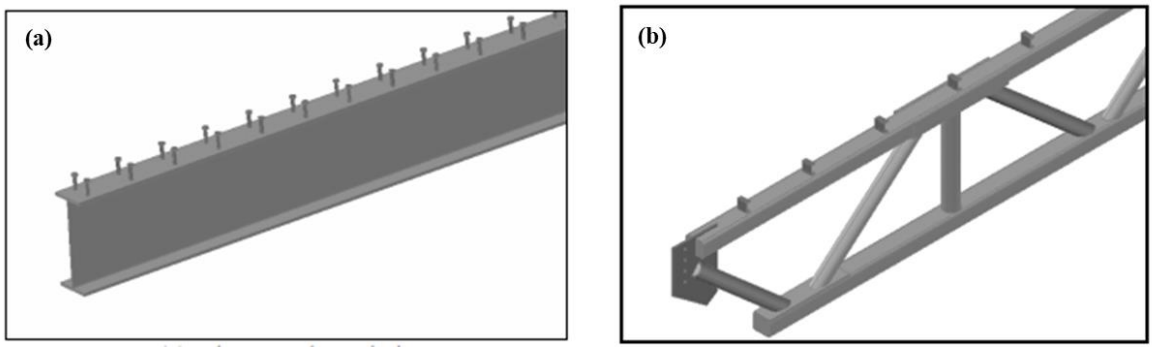

Figura 1. Tipos de vigamentos utilizados em estruturas mistas.

Fonte: Pereira (2011).

O primeiro sistema treliçado misto a ser utilizado na indústria da construção civil foi a *composite open web steel joist*, ou simplesmente *composite steel joist*, Silva (2013). Este nome pode ser traduzido como treliça plana mista de pequeno porte, usada como uma opção economicamente mais viável se comparada às vigas de alma cheia. As treliças mistas, diferentemente das *joists* mistas, que são construídas utilizando-se apenas treliças de aço disponíveis comercialmente (pré-fabricadas), são estruturas projetadas para atender a projetos específicos.

De acordo com Braz (2008), em âmbito mundial, um exemplo marcante de utilização das treliças mistas é a ponte rodoferroviária de Öresund, localizada entre a Dinamarca e a Suécia, com uma extensão total de 7800 m e vãos de cerca de 140 m, conforme mostrado na Figura 2.

Figura 2. Ponte rodo-ferroviária de Öresund entre a Dinamarca e a Suécia.

Fonte: Braz (2008).

Considerando o cenário nacional, de acordo com Pereira (2011) um exemplo de utilização de treliça mista foi a construção da ponte rodoferroviária Rollemberg-Vuolo inaugurada em maio de 1998, também conhecida como ponte sobre o rio Paraná (Figura 3), que liga o estado de São Paulo ao Mato Grosso do Sul. A treliça que foi utilizada é constituída por perfis tubulares e de acordo com o site da RMG engenharia, empresa responsável pela execução da obra, a ponte possui uma extensão total de 2600 m e vãos livres de 100 m.

Figura 3. Ponte rodoferroviária sobre o rio Paraná.

Disponível em: https://rmgengenharia.com.br/portfolio/ponte-rodoferroviaria-sobre-o-rio-parana/.

De acordo com Montagner (2006), estima-se que a utilização de vigas mistas convencionais de aço e concreto compostas por perfis I podem levar a reduções do peso total da estrutura da ordem de 20 a 40% se comparadas com estruturas convencionais de concreto armado. A substituição do perfil I de alma cheia por uma treliça plana busca otimizar a capacidade resistente, concentrando material nas regiões mais eficientes. As vigas mistas treliçadas combinam a eficiência da forma treliçada com a rapidez e economia das estruturas mistas.

A escolha entre treliças e vigas mistas, de acordo com Neal *et. al.* (1992) está condicionada principalmente aos carregamentos atuantes, vãos de projetos e a características arquitetônicas e funcionais. Geralmente, para vãos menores que 12 metros, a solução em vigas de alma cheia apresenta-se economicamente mais viável. Para vãos superiores a 18 metros, as treliças mistas apresentam-se economicamente mais vantajosas. Para vãos intermediários, a escolha depende do carregamento atuante, do pé-direito requerido e da configuração dos dutos e instalações previstos para a edificação.

Pode-se citar algumas vantagens do uso de treliças mistas em edificações de múltiplos pavimentos. Dentre elas, a eficiência para vencer grandes vãos, podendo-se ultrapassar limites economicamente aceitos para sistemas que utilizam perfis metálicos de alma cheia; a facilidade para acomodar dutos e demais instalações prediais e melhor desempenho frente a vibrações se comparada a uma viga I com seção equivalente devido a maior rigidez da treliça.

Em contrapartida, as treliças mistas apresentam alguns inconvenientes passíveis de ocorrência que, dependendo das exigências do projeto, podem inviabilizar sua escolha; como, por exemplo, a dificuldade de dimensionamento dos detalhes construtivos (como apoios e ligações) e a possibilidade de acúmulo excessivo de tensões nas ligações por falha de execução. Além disso, as treliças apresentam maior dificuldade nos trabalhos de manutenção, como pinturas anticorrosivas e de acabamentos.

Neste trabalho será estudado o método de dimensionamento das vigas mistas treliçadas biapoiadas em conformidade com as prescrições das normas brasileiras, considerando os estados limites passíveis de ocorrência para posterior implementação de uma ferramenta computacional.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é estudar os métodos de dimensionamento e análise estrutural de treliças mistas de aço e concreto biapoiadas e desenvolver uma ferramenta

computacional para automatização dos cálculos desse tipo de estrutura. Os objetivos específicos são:

a) Estudar os métodos de análise estrutural e dimensionamento prescritos pela norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 para vigas mistas treliçadas;
b) Propor fluxogramas e rotinas de cálculo contendo as formulações utilizadas no dimensionamento e análise estrutural;
c) Automatizar a verificação dos estados limites últimos e de serviço de treliças mistas biapoiadas;
d) Analisar exemplos numéricos de dimensionamento e análise estrutural.

1.2 JUSTIFICATIVA

No Brasil, os estudos acerca do uso de treliças mistas são escassos, existem poucos exemplos de cálculos, demonstrações de utilização e geometrias usuais para esse tipo de estrutura. As treliças mistas podem ser de grande vantagem frente a outros sistemas estruturais, portanto, divulgar os conhecimentos a respeito do comportamento misto de sistemas treliçados em conjunto com lajes de concreto em língua portuguesa é importante para que esse tipo de solução estrutural seja mais empregado no Brasil.

A elaboração de ferramentas computacionais com o intuito de proporcionar agilidade e segurança no dimensionamento de treliças mistas é importante tanto para o uso acadêmico quanto profissional, estudantes e profissionais de engenharia passam a ter acesso a recursos para a verificação automática, conforme as prescrições normativas nacionais, dos estados limites últimos e de serviço aplicáveis a este tipo de estrutura.

1.3 FORMATAÇÃO DESTE TRABALHO

O presente trabalho foi dividido em 6 capítulos. O primeiro tem como objetivo introduzir o tema, contextualizar o leitor e justificar a escolha do assunto abordado. O segundo capítulo apresenta a revisão bibliográfica realizada a respeito de estruturas mistas, além de expor conceitos importantes relacionados a treliças mistas. Ao final do segundo capítulo são abordados estudos recentes sobre treliças mistas realizados por autores brasileiros.

O terceiro capítulo trata da análise estrutural aplicada a treliças metálicas e aborda o dimensionamento das vigas mistas treliçadas de acordo com a norma ABNT NBR 8800:2008.

O quarto capítulo apresenta o programa computacional desenvolvido neste trabalho, o método escolhido para realização da análise estrutural da treliça de aço e os

fluxogramas referentes às rotinas de cálculos, elaborados para auxiliar a implementação computacional.

O capítulo cinco apresenta os exemplos utilizados para a aferição da ferramenta computacional desenvolvida.

O sexto e último capítulo contempla as considerações finais das autoras, conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Estruturas mistas de aço e concreto são aquelas nas quais um perfil de aço trabalha em conjunto com o concreto, como um só elemento, para resistir aos esforços. Para isto, é necessário que haja uma interação mecânica normalmente estabelecida por conectores de cisalhamento, como é o caso das vigas mistas, ou até mesmo por simples aderência em alguns casos especiais, como em pilares mistos sujeitos à compressão pura.

Os sistemas mistos buscam unir as principais vantagens de cada material, sendo projetados de forma que as partes de concreto trabalhem predominantemente à compressão, pois é conhecida a limitação do material perante as solicitações de tração. Já os componentes em aço resistem principalmente à tração, para evitar problemas relacionados às instabilidades global ou local.

Segundo Queiroz *et. al* (2001), pode-se citar algumas vantagens do sistema misto em relação às estruturas convencionais de concreto armado, como redução do peso e volume da estrutura e aumento da precisão dimensional da construção, além da possibilidade de dispensa de fôrmas. Já as vantagens se comparada às estruturas de aço são a redução considerável no consumo de aço estrutural e das proteções contra incêndio e corrosão.

2.1 VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO

De acordo com a NBR 8800:2008, vigas mistas de aço e concreto consistem em um componente de aço simétrico em relação ao plano de flexão, que pode ser um perfil I (outros perfis como caixão ou tubular retangular podem ser usados) ou uma treliça, com uma laje de concreto acima de sua face superior. Segundo as prescrições da norma brasileira, são previstas lajes do tipo maciça moldada *in loco*, mista ou laje de concreto pré-moldada.

Diferentemente do sistema híbrido, no qual há elementos de concreto e elementos de aço que trabalham de forma isolada, para que um sistema seja considerado misto é necessário que haja ligação mecânica entre os componentes, de tal forma que ambos funcionem como um conjunto para resistir à flexão. De acordo com a resistência da conexão, as vigas podem ter interação parcial ou total. Em vigas mistas, a interação parcial ocorre quando o estado limite último é a ruptura da conexão e a interação total quando o colapso se dá pelo esgotamento da seção mista à flexão.

O grau de interação é definido pelo número de conectores de cisalhamento. Dessa forma, para que a interação seja completa, a quantidade de conectores de cada lado da seção de momento fletor solicitante máximo deve ser suficiente para resistir ao esforço horizontal de cálculo, definido como a menor resistência de projeto entre o esmagamento da laje de concreto ou escoamento do perfil metálico. Caso isso não ocorra, a interação poderá ser considerada parcial ou até mesmo inexistente.

Em casos nos quais a interação é parcial, são formadas duas linhas neutras plásticas: uma na laje de concreto e outra no perfil metálico (na mesa superior ou na alma), conforme mostrado na Figura 4. Se a interação for completa, haverá apenas uma linha neutra plástica, podendo esta se localizar na laje ou no perfil.

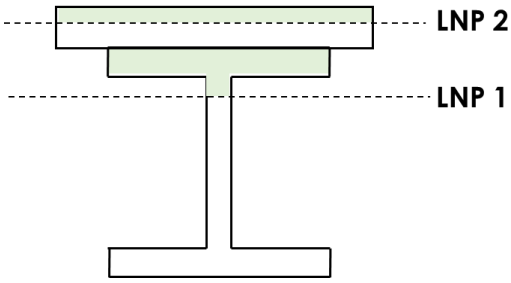

Figura 4. Seção com duas linhas neutras plásticas (interação parcial).

Fonte: do autor.

Um aspecto importante no que tange ao dimensionamento das estruturas mistas é a análise da estrutura durante a fase construtiva: no caso de construções não escoradas, é necessário que o perfil de aço seja verificado, tanto em relação aos estados limites últimos quanto de serviço, para as solicitações durante a fase de construção, visto que o concreto durante o processo de cura não contribuirá para resistir aos esforços solicitantes. Segundo Fabrizzi e Gonçalves (2008), muitas vezes a dimensão do perfil de aço de uma viga mista pode ser determinada pela sua capacidade de resistir isoladamente às solicitações durante a fase de construção, incluindo o peso do concreto anteriormente a cura.

No caso de construções escoradas, os elementos somente serão solicitados em conjunto. Dessa forma, não há necessidade de verificação na situação de construção, uma vez que nesta fase, a seção não estará sendo solicitada (Fabrizzi e Gonçalves, 2008).

2.2 CONECTORES DE CISALHAMENTO

Os conectores de cisalhamento são peças que têm como principais funções a transmissão dos esforços de cisalhamento longitudinais entre a laje de concreto e o perfil de aço e o impedimento do deslocamento vertical na interface entre os dois materiais.

De acordo com a NBR 8800:2008 são previstos dois tipos de conectores para as vigas mistas: o tipo pino com cabeça e o perfil U laminado ou formado a frio (Figura 5).

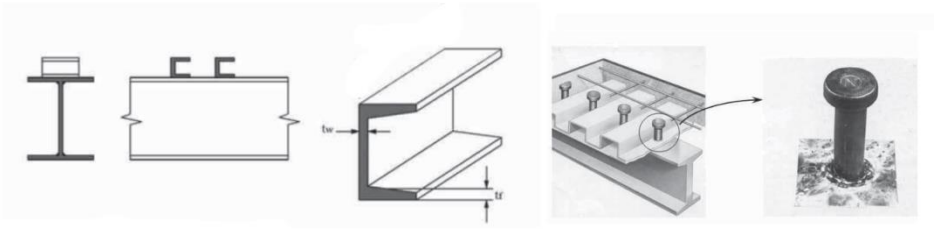

Figura 5. Conectores de cisalhamento mais utilizados.

Fonte: Manual de Construção em Aço – Estruturas mistas, volume 1.

O Manual de Estruturas Mistas elaborado pelo Centro Brasileiro da Construção em Aço (CBCA) descreve os conetores do tipo pino com cabeça, ou *stud bolts* como os mais utilizados na prática. São pinos especialmente projetados para funcionar como um eletrodo de solda por arco elétrico e, após a soldagem, como conetor de cisalhamento. Esse tipo de conector tem como vantagem a velocidade do processo executivo. Na prática, apenas o diâmetro de 19 mm é utilizado em estruturas de edificações.

2.3 TRELIÇA MISTA DE AÇO E CONCRETO

Quando se utilizam treliças para suportar lajes de piso, pode-se projetá-las considerando o trabalho misto da treliça com a laje, transferindo a responsabilidade pela resistência aos esforços de compressão do banzo superior à laje de concreto. Desta forma, pode-se minimizar o consumo de material na treliça reduzindo-se a seção transversal do banzo superior. Deve-se analisar a estrutura considerando o trabalho conjunto dos elementos compostos por diferentes materiais desde que haja a garantia da transmissão de esforços da treliça à laje por meio dos conectores de cisalhamento, Martins (2014).

Segundo a ABNT NBR 8800:2008, uma treliça mista de aço e concreto é formada por um componente de aço simétrico em relação ao plano de flexão (treliça de banzos paralelos) com uma laje de concreto acima de sua face superior. Os tipos de laje previstos são: maciça moldada no local, mista e com pré-laje de concreto pré-moldada. Deve haver ligação mecânica por meio de conectores de cisalhamento entre o componente de aço e a laje, de tal forma que ambos funcionem como um conjunto para resistir à flexão. Em qualquer situação, a flexão ocorrerá no plano que passa pelos centros geométricos dos banzos superior e inferior do componente de aço.

Conforme as prescrições da ANBT NBR 8800:2008, as treliças mistas devem possuir interação total e a linha neutra plástica deve passar pela laje de concreto. Diferente da viga mista, é razoável imaginar que a linha neutra sempre estará localizada na laje de concreto, visto que a distância entre os banzos é demasiadamente grande se comparada às dimensões dos perfis. Dessa forma, o banzo inferior da treliça teria que ser extremamente robusto para equilibrar a parcela de força referente a laje de concreto. Como isto não é viável, considera-se a linha neutra na laje. Apesar disto, faz-se a verificação acerca da posição da linha neutra para confirmação de sua localização antes de realizar a análise da seção mista.

De acordo com Martins (2014), na construção de pontes e edificações com necessidade de grandes vãos livres, tem sido mais viável a aplicação de treliças metálicas do que perfis de alma cheia para compor vigas mistas. Os sistemas treliçados têm se mostrado mais econômicos nestes casos devido a eficiência e velocidade da aplicação de treliças, do menor peso da estrutura se comparado aos vigamentos com perfis de alma cheia e a maior flexibilidade em relação à passagem de tubulações e demais instalações por meio das aberturas entre os banzos, conforme ilustrado na Figura 6.

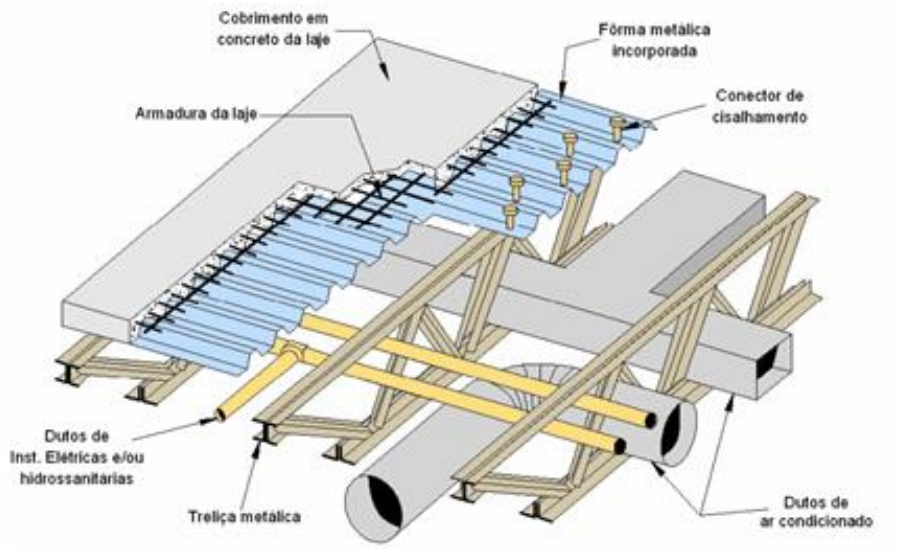

Figura 6. Passagem de dutos e instalações em treliças mistas.

Fonte: Martins (2014).

Considerando-se os efeitos da flexão nas treliças mistas, os maiores esforços de compressão ficam concentrados na laje de concreto, e os de tração no banzo inferior. Os

esforços de cisalhamento são na sua maioria suportados pelas diagonais e montantes, o que confere maior rigidez e maior capacidade resistente à estrutura, principalmente para maiores vãos. Segundo Wardenier, *et al.* (1991), nas treliças dimensionadas sem considerar a ação mista: 50% do peso do material utilizado fica concentrado no banzo comprimido, 30% no banzo tracionado e 20% nos elementos das diagonais e montantes. Portanto, ao se considerar a ação mista pode haver uma redução importante no consumo de aço, uma vez que podem ser reduzidas as dimensões do banzo superior, sem influenciar a resistência global da estrutura.

A estrutura pode ter uma altura maior, o que minimiza as flechas e as vibrações quando utilizadas em lajes de pisos, sendo estes os maiores problemas que envolvem as estruturas com grandes vãos livres. No entanto, em função das especificidades na fabricação e montagem da treliça, a sua viabilidade depende também de um projeto no qual esteja previsto um grande número de estruturas similares e com elementos modulados.

Os primeiros estudos com treliças mistas ocorreram após a década de 60 nos Estados Unidos de acordo com Chien e Ritchie (1984). Essas pesquisas foram realizadas com as estruturas conhecidas como *Steel Joists* (Figura 7), treliças metálicas com dimensões padronizadas e pré-fabricadas com perfis cantoneiras.

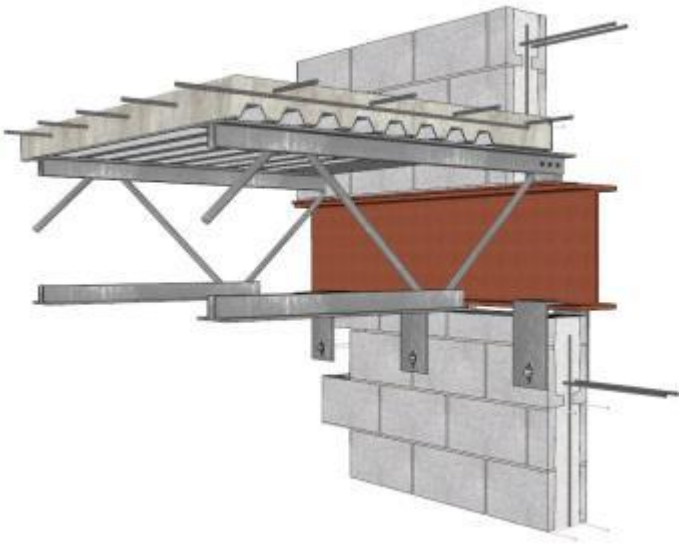

Figura 7. Treliças do tipo steel joist.

Disponível em: https://www.bibliocad.com/en/library/plant-connection-steel-joists-joist_104865/.

Em relação aos tipos de perfis utilizados para compor as treliças metálicas empregadas nos sistemas mistos, pode-se dizer, de acordo com Martins (2014), que

existem diversos estudos nos quais os banzos são em perfis tubulares, porém, nas diagonais e montantes os perfis mais comuns são os tipos cantoneira e U.

Um dos motivos para o menor uso de perfis tubulares compondo as diagonais e montantes seria a possibilidade dos eixos não coincidirem com o eixo do banzo (Figura 8), de forma que haja uma excentricidade “e” que causa flexão no nó da treliça. A Figura 8 (a) e Figura 8 (b) mostram ligações entre perfis tubulares com afastamento entre as diagonais, já a Figura 8 (c) e Figura 8 (d) mostram ligação com sobreposição.

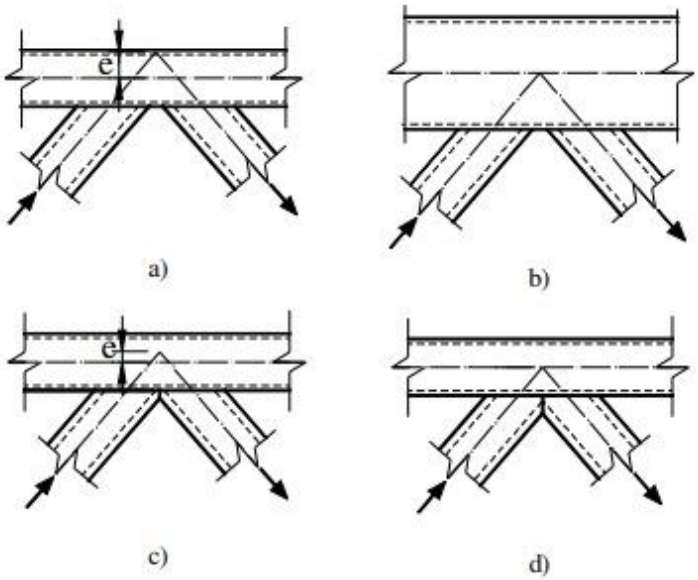

Figura 8. Ligação das diagonais em perfil tubular com o banzo.

Fonte: Martins (2014).

O uso de treliças com perfis tubulares tem sido objetivo de uma série de estudos. Isto ocorre devido a diversidade de aplicações desse sistema estrutural, principalmente quando se necessita de estruturas mais eficientes em relação à capacidade de carga, além de serem perfis esteticamente mais atraentes. O estudo isolado de lajes de concreto e treliças com perfil tubular é muito difundido, já o comportamento conjunto destas estruturas como treliça mista merece estudos mais detalhados.

2.3.1 Configurações geométricas usuais para treliças metálicas

As configurações geométricas mais usadas em treliças são as denominadas Pratt, Howe e Warren.

As treliças tipo Pratt, Figura 9, são caracterizadas por diagonais voltadas para o centro do vão. Dessa forma, considerando carregamentos gravitacionais, todas as diagonais estão sujeitas a esforços de tração, enquanto os montantes estão sujeitos à

compressão. Apesar de teoricamente esta configuração ser a mais eficiente, as treliças do tipo Pratt possuem um grande número de barras, o que eleva seu custo de fabricação.

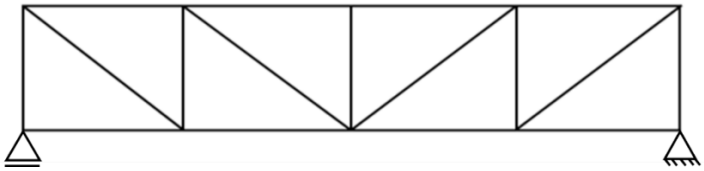

Figura 9. Treliça Pratt.

Fonte: do autor.

Ao contrário da treliça tipo Pratt, as do tipo Howe, Figura 10, possuem diagonais voltadas para as extremidades do vão. Isso faz com que as diagonais estejam submetidas à compressão, enquanto os montantes internos sejam submetidos à tração para carregamentos gravitacionais. Essa configuração de barras apresenta as mesmas limitações da treliça Pratt.

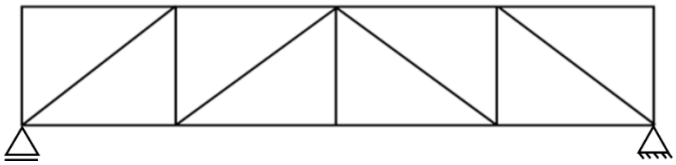

Figura 10. Treliça Howe.

Fonte: do autor.

As treliças do tipo Warren, Figura 11, não possuem montantes e a direção das diagonais é intercalada. Com essa geometria, todas as diagonais que apontam para a mesma direção estarão sujeitas ao mesmo tipo de esforço, então, tem-se metade das diagonais comprimidas e a outra metade tracionada.

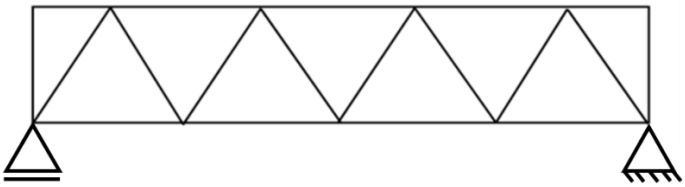

Figura 11. Treliça Warren.

Fonte: do autor.

2.3.2 Estudos recentes sobre treliças mistas de aço e concreto

Como dito anteriormente, o estudo do comportamento conjunto de treliças metálicas e lajes de concreto merecem estudos mais detalhados. Nessa seção será comentado sobre estudos recentes relacionados a este tema. Dentre eles, tem-se o estudo realizado por Trindade *et. al* (2017), que desenvolveu uma análise numérica de vigas mistas treliçadas compostas por treliças Steel Joist do tipo Warren modificada. Os autores

desenvolveram modelos numéricos para posterior análise e comparação dos resultados com métodos analíticos de cálculo. A estrutura analisada consistiu em uma laje de concreto com forma incorporada trabalhando em conjunto com uma treliça plana de aço.

As dimensões da treliça analisada pelos autores são mostradas na Figura 12. Para os banzos inferiores e superiores foi adotado o perfil U (US250x100x6,35) formado a frio enquanto para as diagonais e montantes foi adotado uma cantoneira dupla (2L51x51x4,75). Foi considerado o aço A36, com resistência ao escoamento de 250 MPa e os apoios foram modelados para simular uma viga bi-apoiada.

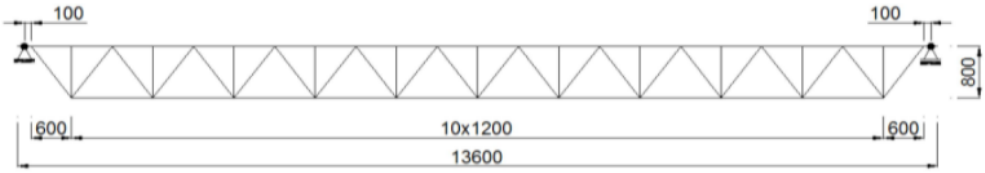

Figura 12. Treliça que compunha o modelo.

Fonte: Trindade *et. al* (2017).

A laje escolhida foi a MF-50 com espessura nominal da forma de aço de 0,8mm, com características geométricas conforme o catálogo da METFORM. A altura total da laje foi de 120mm e os autores consideraram a resistência característica à compressão de 25 MPa. Foram inseridos ao modelo 11 conectores de cisalhamento do tipo *stud bolts* com diâmetro de 19mm. O cálculo da quantidade de conectores foi realizado pelos autores considerando as prescrições da norma brasileira ANBT NBR 8800:2008.

Os autores desenvolveram dois modelos numéricos: o bi-dimensional adotando um comportamento elástico para o aço e concreto desenvolvido no software SAP2000 e um modelo tri-dimensional desenvolvido no software ANSYS. Os modelos foram desenvolvidos com base em um dimensionamento realizado pelos autores, considerando normas nacionais e internacionais.

Uma das principais conclusões obtidas por Trindade *et. al* (2017) foi que o número de conectores de cisalhamento calculados através da norma brasileira foi suficiente para garantir a interação total entre a laje a treliça, pois o somatório de forças de cisalhamento nos conectores foi maior que a o esforço de tração no banzo inferior. Além disso, constatou-se que os perfis das diagonais e montantes na região central da treliça são poucos solicitados de acordo com o modelo numérico, o que poderia permitir a retirada de diagonais na região central, formando um painel de Vierendeel, facilitando a passagem de tubulações e outras instalações.

Outra conclusão importante obtida pelos autores foi que as flechas máximas calculadas com base em prescrições normativas (NBR 8800:2008, CAN/CSA-S16-01, ASCE 1996) foram menores do que as obtidas através da análise numérica, sinalizando que as normas se mostraram pouco conservadoras com relação ao estado limite de serviço de flecha excessiva, conforme é possível observar na Tabela 1.

Tabela 1. Resultados de flechas obtidos por Trindade et. al (2017).

Normas	**Flecha máxima na treliça mista (cm)**			**Diferença Normas *vs* SAP (%)**	**Diferença Normas *vs* ANSYS (%)**
	$\delta_{máx.}$ (Normas)	**Modelagem Elástica via SAP2000**	**Modelagem Plástica via ANSYS**		
NBR 8800:2008	1,13			-23%	-34%
CAN/CSA-S16-01	1,13	1,46	1,71	-23%	-34%
ASCE 1996	1,21			-17%	-29%

Fonte: Trindade *et. al* (2017) adaptado.

Outro estudo que pode ser citado sobre treliças mistas foi o realizado por Pereira (2011), que desenvolveu uma análise experimental de uma treliça mista com perfis tubulares. Inicialmente, foi realizada a verificação das dimensões reais das treliças baseadas nas prescrições do Eurocode 3 (2005) e do Cidect (2009) considerando as imperfeições geométricas ocorridas na fase de fabricação. O protótipo ensaiado foi desenvolvido em parceria com a empresa V&M do Brasil, em escala real, contendo todos os elementos necessários para utilização do sistema misto em condições práticas normais. Os perfis utilizados nos banzos superior e inferior foram do tipo tubular retangular, com altura de 120 mm, largura de 150 mm e espessura de 4,8 mm. Já as diagonais e montantes tinham seção tubular circular com espessura 6,4 mm e diâmetro de 60,3 e 101,6 mm respectivamente. A Figura 13 apresenta as dimensões e formato da treliça ensaiada por Pereira (2011).

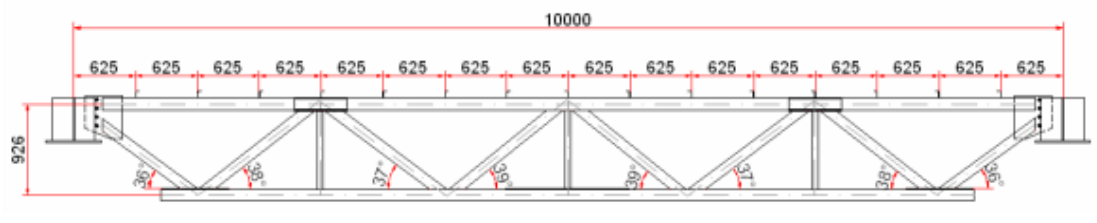

Figura 13. Dimensões da treliça ensaiada em mm.

Fonte: Pereira (2011).

A laje que compunha o sistema misto foi dimensionada com base na ABNT NBR 6118:2014 com as seguintes propriedades: comprimento de 10m, largura de 2m e espessura de 0,10m. Foi concretada *in loco* no laboratório Altamiro Tibiriçá Dias do

Departamento de Engenharia Civil, localizado na Universidade Federal de Ouro Preto. Com objetivo de combater os efeitos da fissuração e aumentar a resistência à tração da placa, a laje foi armada nas duas direções. A resistência característica do concreto foi prevista na dosagem experimental como 25MPa e os ensaios de caracterização comprovaram a resistência de 25,88MPa. Já o tipo de conector utilizado foi o perfil "U" laminado. As Figura 14 (a) e Figura 14 (b) mostram, respectivamente, a treliça metálica e a fase de concretagem da laje maciça que compunham a seção mista ensaiada por Pereira (2011).

(a) *(b)*

Figura 14. Protótipo de treliça mista. (a) Modelo de treliça. (b) Concretagem da laje.

Fonte: Pereira (2011).

Para auxiliar no posicionamento ideal dos sensores no pórtico, Pereira (2011) utilizou a análise numérica de Martins (2011). O modelo numérico foi tridimensional em elementos finitos utilizando o programa computacional Ansys 11.0. A Figura 15 apresenta a fração do modelo da treliça mista ensaiada em elementos finitos.

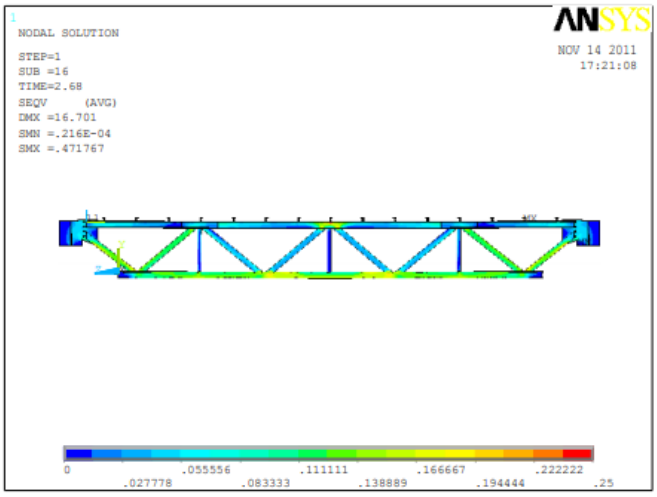

Figura 15. Fração do modelo da treliça mista em elementos finitos.

Fonte: Martins (2011).

A aplicação dos carregamentos ocorreu de forma simultânea e por meio de três atuadores hidráulicos, com capacidade de 500kN cada.

O ensaio teve como carga máxima 268,77kN. Houve um princípio de falha na interação aço-concreto a partir do carregamento de 32,28kN, o que comprometeu o sistema estrutural misto. A falha dos conectores de cisalhamento foi indicada pela deformação da parede do banzo superior da treliça. A partir dessa falha, o banzo superior e as diagonais foram mais solicitadas, o que fez com que a treliça metálica trabalhasse quase que individualmente para resistir aos carregamentos aplicados. Após a falha, ocorreu o escoamento da ligação, mas não foi caracterizado um colapso. Ainda, de acordo com o autor, mesmo ocorrendo a falha na ligação, o banzo inferior da treliça mista, que é submetido a um esforço normal de tração, apresentou um resultado experimental satisfatório, com boa correlação com os estudos teóricos e prescrições normativas.

3 ANÁLISE ESTRUTURAL E VERIFICAÇÃO DE TRELIÇAS MISTAS

3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo, serão abordados os métodos de verificação das treliças mistas antes e após a cura do concreto. Uma breve explanação sobre o método dos deslocamentos é feita no item 3.2. A aplicação do método dos deslocamentos em treliças planas é descrita sucintamente para dar subsídios à implementação computacional abordada no capítulo 4.

A verificação de vigas mistas treliçadas apresentado neste trabalho está em conformidade com as prescrições da ABNT NBR 8800:2008. A princípio, no item 3.3, é descrito o processo de verificação de uma treliça de aço para dar embasamento teórico às verificações necessárias antes da cura do concreto, no caso de treliças mistas não escoradas. Em sequência, o item 3.4 apresenta a verificação da seção mista após a cura do concreto. Por fim, no item 3.5 são expostos os estados limites de serviço passiveis de ocorrência em treliças mistas e as prescrições da norma brasileira referente ao estado limite de flecha excessiva.

3.2 ANÁLISE ESTRUTURAL

O projeto de uma nova estrutura é feito a partir de um pré-dimensionamento, determinando-se os esforços internos fundamentados em uma análise desenvolvida com base em um modelo matemático que exprima o comportamento físico estrutural, para posterior verificação dos elementos de acordo com os esforços calculados. Para o desenvolvimento de um modelo matemático, são adotadas algumas hipóteses simplificadoras em função da importância da estrutura a ser modelada e dos recursos disponíveis.

De acordo com Weaver e Gere (1980), os Métodos da Flexibilidade e Rigidez são os mais fundamentais para análise estrutural, sendo aplicáveis a estruturas de todos os tipos. A formulação dos dois métodos é feita mediante à álgebra matricial, pois desta forma permite-se uma generalização de estruturas muito complexas. O Método da Rigidez, também conhecido como Método dos Deslocamentos, pode ser organizado de modo altamente sistematizado para análise de uma estrutura. Portanto, este foi o método escolhido para determinação dos esforços internos das treliças metálicas estudadas neste trabalho.

Para o desenvolvimento da formulação matemática, as treliças estudadas são consideradas ideais, ou seja, as cargas se concentram nos nós e só há esforço axial em cada barra. Considerando uma barra de comprimento *L*, formada por um material de módulo de elasticidade *E*, seção transversal de área *A*, inclinada de um ângulo *α* qualquer, a matriz de rigidez da barra em relação ao eixo global é conhecida:

$$K = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} cos^2\alpha & cos\,\alpha\,.\,sen\alpha & -cos^2\alpha & -cos\,\alpha\,.\,sen\alpha \\ cos\,\alpha\,.\,sen\alpha & sen^2\alpha & -cos\,\alpha\,.\,sen\alpha & -sen^2\alpha \\ -cos^2\alpha & -cos\,\alpha\,.\,sen\alpha & cos^2\alpha & cos\,\alpha\,.\,sen\alpha \\ -cos\,\alpha\,.\,sen\alpha & -sen^2\alpha & cos\,\alpha\,.\,sen\alpha & sen^2\alpha \end{bmatrix} \quad (1)$$

De acordo com a Lei de Hooke, a força atuante na barra é proporcional ao deslocamento causado. Matricialmente, de acordo com o Método dos Deslocamentos, tem-se que:

$$[F] = [K].[D] \quad (2)$$

onde *F* e *D* são, respectivamente, o vetor de forças externas atuantes na barra e deslocamentos, nas direções *x* e *y* nos nós iniciais e finais da barra e *K* é a matriz de rigidez.

Conhecendo a matriz de rigidez de uma barra e considerando o princípio da superposição de efeitos, é possível determinar a matriz de rigidez de uma estrutura formada por *n* barras. Resolvendo o sistema de equações considerando a matriz de rigidez global da estrutura, as forças externas atuantes e as condições de contorno de acordo com o tipo de vínculo da estrutura, determina-se o vetor contendo os deslocamentos na direção *x* e *y* de todos os nós da estrutura. De posse dessa informação, calcula-se reações de apoio através da equação:

$$[R] = [K_g].[D] - [F] \quad (3)$$

Ao fim, por equilíbrio obtém-se as forças atuantes em cada uma das barras.

3.3 VERIFICAÇÃO DE TRELIÇAS DE AÇO

No caso de construção não escorada, é necessário realizar a verificação da treliça de aço considerando os carregamentos da fase de construção. Para isso, determina-se os esforços resistentes de cálculo das barras (banzos, diagonais, e montantes, quando houver) e procede-se a comparação com os esforços solicitantes de cálculo obtidos da análise estrutural. Os esforços obtidos na análise estrutural são esforços axiais de tração ou compressão. Para o banzo superior, além do esforço normal, será considerado um momento fletor causado pela carga uniformemente distribuída que atua sobre ele,

calculado com o vão biapoiado de comprimento igual à distância entre dois nós consecutivos da treliça.

Os procedimentos de cálculo dos esforços resistentes são apresentados nos subitens a seguir para os perfis abordados nesse trabalho, isto é, perfis cantoneiras simples e dupla na forma de "T" e perfis tubulares circulares.

3.3.1 Esforços de compressão resistentes de cálculo

De acordo com as prescrições normativas da NBR 8800:2008, a força resistente de compressão de cálculo de um perfil é dada pela expressão:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \tag{4}$$

onde Q é o fator de redução da resistência considerando efeitos de instabilidades locais do perfil, A_g é a área da seção transversal, f_y é a tensão de escoamento do aço e $\gamma_{a1} = 1{,}1$, fator de minoração da resistência. O fator de redução da resistência considerando efeitos de instabilidades locais é dado pela expressão:

$$Q = Q_a \times Q_s \tag{5}$$

Os perfis do tipo cantoneira não possuem elementos do tipo "AA" (apoiado-apoiado), de forma que $Q_a = 1$. Para determinar o coeficiente associado à instabilidade local nos elementos do tipo "AL" (apoiado-livre), a norma brasileira separa os perfis em grupos e o procedimento de cálculo para a cantoneira simples ou dupla formando "T" estão expostos a seguir. Já para o perfil tubular circular, a norma apresenta uma maneira específica para o cálculo do coeficiente Q, descrita posteriormente.

a) Cantoneira simples ou dupla formando "T"

Para determinar o coeficiente Q_s no caso das cantoneiras simples e duplas é necessário verificar se a instabilidade ocorre no regime elastoplástico ou no regime elástico através da análise da esbeltez do elemento. A esbeltez se dá pela expressão:

$$\lambda = \frac{b}{t} \tag{6}$$

onde b é a aba da cantoneira e t a espessura. Caso a esbeltez seja igual ou inferior à esbeltez limite, não ocorre instabilidade, de forma que o fator de redução é igual a 1. Caso a esbeltez seja superior a limite, porém, inferior a esbeltez superior, a flambagem ocorreria no regime elastoplástico, caso seja maior, poderá ocorrer instabilidade no regime elástico.

As cantoneiras simples a as duplas que formam uma seção “T” com a utilização de chapa espaçadora são consideradas grupo 3 da norma brasileira, cuja esbeltez limite é dada pela equação:

$$\lambda_{lim} = 0{,}45\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{7}$$

onde E é o módulo de elasticidade do aço e f_y é a resistência ao escoamento do aço. A esbeltez superior é dada por:

$$\lambda_{sup} = 0{,}91\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{8}$$

Para o caso da flambagem elastoplástica ($\lambda_{lim} \leq \lambda \leq \lambda_{sup}$), Q_s é dado por:

$$Q_s = 1{,}340 - 0{,}76\frac{b}{t}\sqrt{\frac{f_y}{E}} \tag{9}$$

Para flambagem no regime elástico ($\lambda \geq \lambda_{sup}$), Q_s é dado por:

$$Q_s = 0{,}53\frac{E}{f_y\lambda^2} \tag{10}$$

As cantoneiras unidas através de solda contínua se enquadram no grupo 4. Os cálculos são semelhantes, porém, as equações possuem coeficientes diferentes, como mostrado a seguir.

$$\lambda_{lim} = 0{,}56\sqrt{\frac{E}{f_y}}\ ;\ \lambda_{sup} = 1{,}03\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{11}$$

Para o caso da flambagem elastoplástica ($\lambda_{lim} \leq \lambda \leq \lambda_{sup}$), Q_s é dado por:

$$Q_s = 1{,}415 - 0{,}74\frac{b}{t}\sqrt{\frac{f_y}{E}} \tag{12}$$

Para flambagem no regime elástico ($\lambda \geq \lambda_{sup}$), Q_s é dado por:

$$Q_s = 0{,}69\frac{E}{f_y\lambda^2} \tag{13}$$

b) Seção tubular

A esbeltez de uma seção tubular é dada pela expressão:

$$\lambda = \frac{D}{t} \tag{14}$$

onde D é o diâmetro externo do tubo e t a espessura. Para determinar se ocorre instabilidade, é necessário comparar a esbeltez do tubo com a esbeltez limite:

$$\lambda_{lim} = 0{,}11\frac{E}{f_y} \tag{15}$$

O limite superior é calculado através da expressão:

$$\lambda_{sup} = 0{,}45\frac{E}{f_y} \tag{16}$$

Para os casos em que a esbeltez do tubo é inferior ao limite inferior (λ_{lim}), não ocorre instabilidade local, de forma que $Q = 1$.

Nos casos em que a esbeltez é superior à esbeltez limite, porém, inferior ao limite superior, a instabilidade ocorreria no regime elastoplástico e o fator de redução Q é dado por:

$$Q = \frac{0{,}038}{\lambda}\frac{E}{f_y} + \frac{2}{3} \tag{17}$$

A NBR 8800:2008 não prevê o cálculo de tubos com a esbeltez acima ao limite superior.

Após definir o fator de redução Q, o passo seguinte é determinar a força axial de flambagem elástica N_e, para posterior cálculo da esbeltez reduzida do perfil, com o intuito de chegar ao valor do coeficiente de redução da resistência associado à instabilidade global.

A carga de flambagem elástica por flexão, exceto no caso da cantoneira simples conectada por uma aba, é dada pela expressão:

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{kL^2} \tag{18}$$

De acordo com a NBR 8800:2008, em elementos contraventados, o coeficiente de flambagem por flexão deve ser tomado igual a 1,0, a menos que se demonstre que pode ser utilizado um valor menor. Treliças são elementos conceitualmente contraventados, por isso, a favor da segurança, toma-se k =1,0.

No caso de perfis monossimetricos, como duas cantoneiras em forma de “T”, cujo eixo y é o de simetria, existe a possibilidade de ocorrer flexo-torção. A carga crítica relacionada a este fenômeno é dada por:

$$N_{e,yz} = \frac{N_{ey} + N_{ez}}{2[1 - \left({}^{y_0}/_{r_0}\right)^2]}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4N_{ey}N_{ez}[1 - \left({}^{y_0}/_{r_0}\right)^2]}{(N_{ey} + N_{ez})^2}}\right] \quad (19)$$

O valor de r_0, o raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de cisalhamento, é dado por:

$$r_0 = \sqrt{{r_x}^2 + {r_y}^2 + {x_0}^2 + {y_0}^2} \quad (20)$$

As variáveis r_x e r_y são os raios de giração em relação aos eixos centrais *x* e *y*. Os valores de x_0 e y_0 são iguais as coordenadas do centro de cisalhamento na direção dos eixos centrais *x* e *y* em relação ao centro geométrico da seção. A força N_{ez} de flambagem por torção em relação ao eixo longitudinal *z*, é dada por:

$$N_{ez} = \frac{1}{{r_0}^2}\left[\frac{\pi^2 E C_w}{(k_z L_z)^2} + GJ\right] \quad (21)$$

Para este tipo de perfil, a carga crítica de flambagem é dada pelo menor valor entre a carga crítica em relação à flexão em torno do eixo que não é o de simetria (eixo *x*) e a carga crítica com relação à flexo-torção (eixos *y* e *z*).

Para os perfis duplamente simétricos, como é o caso das seções tubulares, a força axial de flambagem elástica é dada pelo menor valor entre a carga crítica em relação à flexão em torno de *x*, *y* e a carga crítica de flambagem por torção em relação ao eixo longitudinal *z*.

No caso das cantoneiras simples, conectadas por apenas uma aba, a NBR 8800:2008 prescreve um método específico para o cálculo da força axial de flambagem, de forma a considerar os efeitos da excentricidade da ligação. A força é dada pela expressão:

$$N_e = \frac{\pi^2 E I_{x1}}{(k_{x1} L_{x1})^2} \quad (22)$$

onde I_{x1} é o momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo que passa pelo centro geométrico e é paralelo à aba conectada e $k_{x1}L_{x1}$ é o comprimento de flambagem equivalente.

Para cantoneiras de abas iguais que são diagonais ou montantes de treliças planas com barras adjacentes conectadas do mesmo lado da chapa de nó ou das cordas o comprimento de flambagem equivalente é dado por:

a) Caso 1: $0 \leq \frac{L_{x1}}{r_{x1}} \leq 80$: $k_{x1}L_{x1} = 72r_{x1} + 0{,}75L_{x1}$;

b) Caso 2: $\frac{L_{x1}}{r_{x1}} > 80$: $k_{x1}L_{x1} = 32r_{x1} + 1{,}25L_{x1}$.

Após determinar a carga crítica de flambagem elástica, é possível calcular a esbeltez reduzida através da equação:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} \tag{23}$$

Para a esbeltez reduzida igual ou inferior a 1,5, o fator χ é dado por:

$$\chi = 0{,}658^{{\lambda_0}^2} \tag{24}$$

Caso contrário, o valor deve ser obtido pela expressão:

$$\chi = \frac{0{,}877}{{\lambda_0}^2} \tag{25}$$

A NBR 16239:2013, que trata especificamente de perfis tubulares, prescreve o cálculo de χ para os tubos conforme a equação:

$$\chi = \frac{1}{(1 + {\lambda_0}^{4{,}48})^{1/2{,}24}} \tag{26}$$

3.3.2 Esforços de tração resistentes de cálculo

De acordo com a NBR 8800:2008, a força axial de tração resistente de cálculo é dada pelo menor valor obtido ao considerar dois possíveis estados limites últimos: escoamento da seção bruta e ruptura da seção líquida. Esse procedimento não deve ser utilizado em casos de barras redondas com extremidades rosqueadas e barras ligadas por pinos.

Para o escoamento da seção bruta, utiliza-se a seguinte equação:

$$N_{t,Rd} = \frac{A_g f_y}{\gamma_{a1}} \tag{27}$$

Já para ruptura da seção líquida, deve-se utilizar a equação:

$$N_{t,Rd} = \frac{A_e f_u}{\gamma_{a2}} \tag{28}$$

onde A_g é a área bruta da seção transversal da barra, A_e é a área líquida efetiva da seção transversal da barra, f_y é a resistência ao escoamento do aço, f_u é a resistência à ruptura

do aço. Para determinar a área líquida efetiva de um perfil, é necessário conhecer a ligação entre os elementos de aço.

3.3.3 Momento fletor resistente de cálculo

De acordo com o anexo G da NBR 8800:2008, para seções “T”, formadas por cantoneiras, fletidas em relação ao eixo central de inércia perpendicular à alma, o momento fletor resistente é dado pelo menor valor entre os momentos de plastificação e os momentos considerando os estados limites últimos de Flambagem Lateral com Torção (FLT) e Flambagem Local da Mesa (FLM).

O primeiro passo para determinar o momento fletor resistente de cálculo da seção deve ser o cálculo da esbeltez, dado por:

$$\lambda = \frac{b}{t} \tag{29}$$

onde b é o comprimento da aba da cantoneira e t a espessura.

O momento de plastificação M_{pl} deve ser obtido através da equação:

$$M_{pl} = f_y Z_x \tag{30}$$

onde Z_x é o módulo de resistência plástico da seção transversal. O momento fletor resistente considerando o estado limite FLT é dado por:

$$M_{Rd} = \frac{\pi\sqrt{EI_yGJ}}{\gamma_{a1}L_b} \times \left(B + \sqrt{1 + B^2}\right) \tag{31}$$

sendo L_bo comprimento destravado, G o módulo de elasticidade transversal, J a constante de torção da seção transversal e B uma constante calculada através da equação:

$$B = \pm 2{,}3\frac{d}{L_b} \times \sqrt{\frac{I_y}{J}} \tag{32}$$

onde o sinal positivo é utilizado quando a extremidade da alma oposta à mesa estiver tracionada e o negativo em caso contrário. O valor de d é igual a largura da aba da cantoneira.

O momento fletor relacionado à FLM é calculado da seguinte forma: caso a esbeltez seja igual ou menor à esbeltez inferior (λ_p), não ocorre instabilidade, de forma que o momento resistente é igual ao momento de plastificação dividido pelo fator de ponderação dado pela norma brasileira:

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \tag{33}$$

Caso a esbeltez seja maior que a esbeltez inferior, porém, menor que a esbeltez superior (λ_r), o momento resistente é dado por:

$$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{a1}} \times \left(1{,}19 - 0{,}50\lambda f_y W_c \sqrt{\frac{f_y}{E}} \right) \tag{34}$$

onde W_c é o módulo de resistência elástico do lado comprimido da seção, relativo ao eixo de flexão. A esbeltez inferior é dada por:

$$\lambda_p = 0{,}38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{35}$$

já a esbeltez superior é obtida por:

$$\lambda_r = 1{,}0 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{36}$$

Para as cantoneiras as quais a esbeltez é maior que a esbeltez superior, o valor do momento resistente da FLM é calculado através da equação:

$$M_{Rd} = \frac{0{,}69 E W_c}{\gamma_{a1} \lambda^2} \tag{37}$$

Ainda de acordo com o Anexo G, para seções tubulares circulares o único estado limite aplicável é o da Flambagem Local da Parede do tubo (FLP). Segundo as prescrições normativas, o primeiro passo para determinar o momento resistente do tubo é realizar a seguinte verificação:

$$\frac{D}{t} \leq 0{,}45 \frac{E}{f_y} \tag{38}$$

caso esta verificação não seja atendida, deve-se trocar o perfil. Caso contrário, calcula-se a esbeltez do tubo.

$$\lambda = \frac{D}{t} \tag{39}$$

A esbeltez será comparada com os limites inferior e superior. O primeiro é calculado através de:

$$\lambda_p = 0{,}07 \frac{E}{f_y} \tag{40}$$

o segundo é dado por:

$$\lambda_r = 0{,}31 \frac{E}{f_y} \tag{41}$$

No caso em que a esbeltez é menor que a esbeltez inferior, o estado limite que governa é a plastificação do tubo, de forma que o momento resistente de cálculo é obtido por:

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \tag{42}$$

Caso a esbeltez esteja entre os limites estabelecidos, o momento resistente é obtido pela expressão:

$$M_{Rd} = \frac{W}{\gamma_{a1}} \times \left(f_y + 0{,}021\frac{E}{\lambda}\right) \tag{43}$$

Para a esbeltez maior que a esbeltez superior:

$$M_{Rd} = \frac{W}{\gamma_{a1}} \times \left(0{,}33\frac{E}{\lambda}\right) \tag{44}$$

3.4 VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS COMBINADOS

Segundo preconiza a NBR 8800:2008, barras submetidas a atuação simultânea de força axial de tração ou compressão e de momentos fletores devem ser verificadas de acordo com a seguinte expressão:

a) Caso $N_{Sd}/N_{Rd} \geq 0{,}2$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9}\left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right) \geq 1{,}0 \tag{45}$$

b) Caso $N_{Sd}/N_{Rd} < 0{,}2$

$$\frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right) \geq 1{,}0 \tag{46}$$

3.5 DIMENSIONAMENTO DA SEÇÃO MISTA

Nessa seção será descrito o procedimento para a determinação da resistência à flexão da seção mista, formada pela treliça de aço e a laje de concreto.

De acordo com a NBR 8800:2008, para treliças mistas a interação entre o concreto e o aço deve ser completa. Será descrito o procedimento de cálculo para determinação do número mínimo de conectores de cisalhamento para garantir esta condição.

3.5.1 Resistência à flexão

A largura efetiva da laje de concreto pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$b_{ef} = \left(\leq \begin{matrix} \frac{L_e}{8} \\ \frac{e_{esq}}{2} \end{matrix}\right) + \left(\leq \begin{matrix} \frac{L_e}{8} \\ \frac{e_{dir}}{2} \end{matrix}\right) \tag{47}$$

onde L_e é o vão da viga, e_{esq} e e_{dir} são, respectivamente, as larguras de influência dos lados esquerdo e direito da viga analisada.

Como discutido no item 2.3 deste trabalho, a capacidade resistente da laje à plastificação por compressão de cálculo ($0{,}85 \times f_{cd} \times b \times t_c$) é maior que a capacidade resistente do perfil à plastificação por tração de cálculo ($f_{yd} \times A_g$). Dessa forma, o valor da força resistente do concreto comprimido, C_{cd}, fica limitado ao valor da força resistente de tração oferecida pelo banzo inferior da treliça, T_{ad}.

A compressão resistida pela laje é dada por:

$$C_{cd} = 0{,}85 \times f_{cd} \times b \times a \tag{48}$$

onde f_{cd} é a resistência à compressão de cálculo do concreto, b a largura de efetiva da laje e a a posição da linha neutra.

A tração resistida pelo banzo inferior é dada por:

$$T_{ad} = f_{yd} \times A_g \tag{49}$$

onde f_{yd} é a resistência ao escoamento de cálculo do aço e A_g a área da seção transversal do banzo inferior.

Por equilíbrio, igualando a (48 e (49, determina-se a posição da linha neutra:

$$a = \frac{T_{ad}}{0{,}85 \times f_{cd} \times b} \tag{50}$$

A resistência à flexão da seção mista é dada pelo binário de forças formado pela força resistente do concreto comprimido (C_{cd}) e a força resistente à tração do banzo inferior da treliça (T_{ad}). Assim, o momento fletor resistente é obtido multiplicando-se a força resistente T_{ad} pelo braço de alavanca como mostra a Figura 16:

$$M_{Rd} = T_{ad} \times d \tag{51}$$

onde M_{Rd} é o momento fletor resistente de cálculo e d a distância entre as forças resistentes de tração e compressão de cálculo.

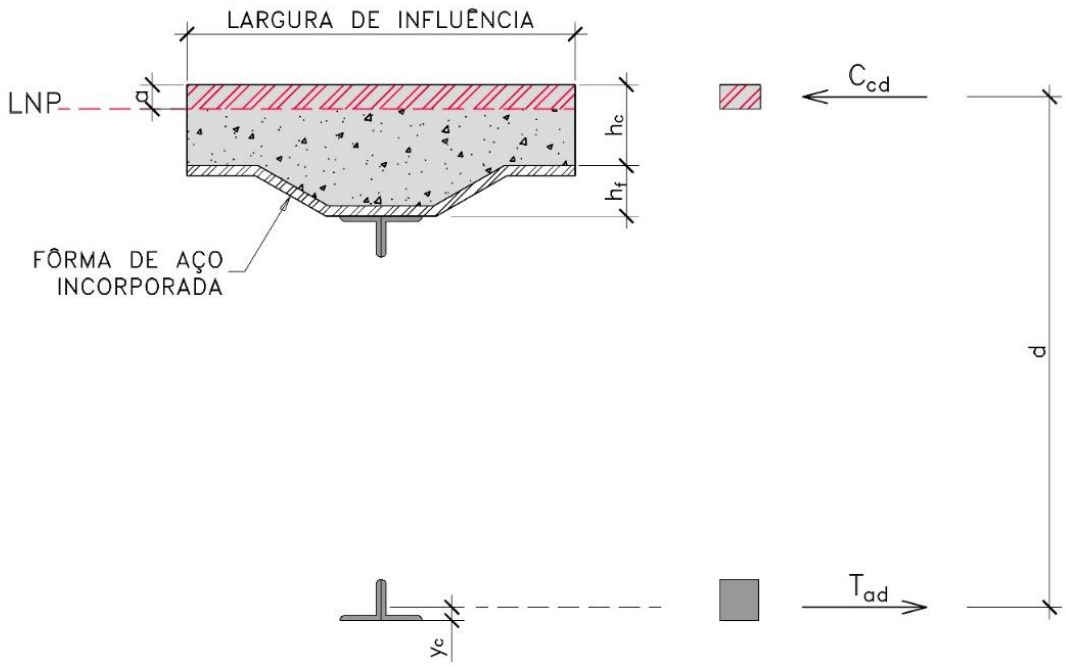

Figura 16. Seção mista - determinação do braço de alavanca.

Fonte: do autor.

3.5.2 Conectores de cisalhamento

O conector do tipo pino com cabeça tem, em geral, seu fuste submetido predominantemente à tração e provoca tensões diversas no concreto. De acordo com Fakury *et al* (2016), os dois estados limites últimos possíveis para esse tipo de conector são a ruptura do conector por tração ou ruína do concreto por esmagamento ou fendilhamento.

A força horizontal resistente de cálculo de um conector é dada então pelo menor valor entre a resistência à ruína por esmagamento ou fendilhamento e a ruptura do conector devido ao esforço de tração:

$$Q_{Rd} = min \begin{cases} \dfrac{1}{2}\dfrac{A_{cs}\sqrt{f_{ck}E_c}}{\gamma_{cs}} \\ \dfrac{R_g R_p A_{cs} f_{u,cs}}{\gamma_{cs}} \end{cases} \tag{52}$$

onde A_{cs} é a área da seção transversal do fuste do conector, f_{ck} a resistência característica do concreto à compressão, E_c o módulo de elasticidade do concreto, R_g é o coeficiente para consideração do efeito de atuação de grupo de conectores, R_p é o coeficiente para consideração da posição do conector, $f_{u,cs}$ é a resistência a ruptura do aço do conector e γ_{cs} é o coeficiente de ponderação da resistência do conector igual a 1,25.

O comportamento de conectores ligados a nervuras das fôrmas de aço é muito mais complexo que os imersos diretamente na laje de concreto maciça. Os coeficientes R_g e R_p levam em consideração os fatores que influenciam a resistência dos conectores em lajes de concreto com fôrma de aço incorporada. De acordo com a NBR 8800:2008, pode-se assumir os seguintes valores para o coeficiente R_p:

a) R_p =1,00: conectores soldados diretamente no perfil de aço e, no caso de haver nervuras paralelas a esse perfil, pelo menos metade da largura da mesa em contato direto com o concreto;
b) R_p =0,75: conectores soldados em uma laje mista com nervuras perpendiculares ao perfil de aço e e_{mh} igual ou superior a 50mm, como mostrado na Figura 17;
c) R_p =0,60: para conectores soldados em uma laje mista com nervuras perpendiculares ao perfil de aço e e_{mh} inferior a 50mm.

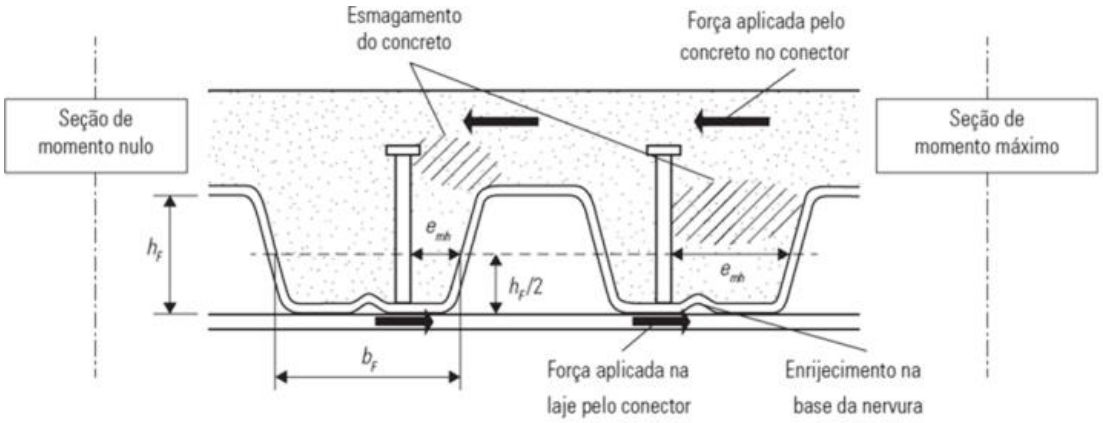

Figura 17. Perfil perpendicular a nervura da laje mista.

Fonte: Fakuty *et. al* (2016).

Já para considerar os efeitos de grupo, a NBR 8800:2008 recomenda a utilização dos seguintes valores para o coeficiente R_g:

a) R_g =1,00: um conector soldado em uma nervura de fôrma de aço perpendicular ao perfil de aço; qualquer número de conectores na seção transversal soldado diretamente no perfil de aço; qualquer número de conectores na seção transversal soldados através de uma fôrma de aço em uma nervura paralela ao perfil de aço com relação b_f/h_f igual ou superior a 1,5, onde b_f e h_f são, respectivamente, a largura média e a altura da nervura;

b) R_g =0,85: dois conectores soldados em uma nervura de fôrma de aço perpendicular ao perfil de aço; um conector soldado através de uma fôrma de aço em uma nervura paralela ao perfil de aço com relação b_f/h_f inferior a 1,5;

c) R_g =0,70: três ou mais conectores soldados em uma nervura de fôrma de aço perpendicular ao perfil de aço.

Para determinar a quantidade de conectores necessária à interação completa entre a laje de concreto e a treliça metálica, deve-se dividir a força horizontal de cálculo, F_{hd}, considerada entre a seção de momento máximo e cada seção adjacente de momento nulo, pela resistência de um conector de cisalhamento. A força F_{hd} é tomada como o menor dos valores entre $0{,}85 \times f_{cd} \times b \times t_c$ e $f_{yd} \times A_g$.

3.6 VERIFICAÇÃO DA FLECHA

De acordo com a NBR 8800:2008, a ocorrência de um estado limite de serviço pode prejudicar a aparência, a possibilidade de manutenção, a durabilidade, a funcionalidade e o conforto dos ocupantes de uma edificação, bem como causar danos a equipamentos e deteriorar os acabamentos do edifício.

Os estados limites de serviço passíveis de ocorrência em vigas mistas são a flecha acima do valor admissível, vibração excessiva e fissuração da laje de concreto por tendência de continuidade. Neste trabalho será abordado o estado limite de serviço de flecha além do limite aceitável.

De acordo com Fakury *et. al* (2016), para o caso de vigas não escoradas, a flecha máxima é dada pela soma de cinco parcelas passíveis de ocorrência: a flecha causada pelas ações permanentes que atuam no perfil isolado antes da cura do concreto ($\delta_{p,pa}$), a flecha da seção mista causada pelas cargas permanentes que atuam após a cura do concreto ($\delta_{p,ld}$), a flecha na seção mista causada pelas ações variáveis de longa duração, que deve ser calculada para o valor quase permanente das ações variáveis ($\delta_{v,ld}$), flecha na seção mista causada pelas ações variáveis de curta duração ($\delta_{v,cd}$) e, por fim, uma eventual flecha provocada por alguma ação no perfil de aço isolado mas que depois da cura do concreto é eliminada ($\delta_{p,te}$), como é o caso de fôrmas de madeira utilizadas durante a cura de lajes maciças. Esta última, deve ser considerada com sinal contrário das demais, conforme observado na expressão:

$$\delta_{máx} = \delta_{p,pa} + \delta_{p,ld} + \delta_{v,ld} + \delta_{v,cd} - \delta_{p,te} \qquad (53)$$

Já no caso de vigas escoradas, essa expressão é reduzida, sendo consideradas apenas as parcelas relacionadas à seção mista:

$$\delta_{máx} = \delta_{p,ld} + \delta_{v,ld} + \delta_{v,cd} \quad (54)$$

Nos dois casos, caso se faça necessário, pode-se ainda subtrair uma possível contraflecha da viga.

A equação para o cálculo de flecha considerando-se a viga como biapoiada com um carregamento uniformemente distribuído é conhecida da resistência dos materiais:

$$\delta = \frac{5qL^4}{384\,EI} \quad (55)$$

onde δ é a flecha máxima no centro do vão, q uma carga uniformemente distribuída, L a distância entre os apoios, E o módulo de elasticidade do aço e I o momento de inércia da seção transversal da viga.

De acordo com a NBR 8800:2008, para as ações atuantes antes do concreto atingir 75% da resistência característica à compressão especificada em projeto, para o cálculo da flecha deve-se tomar o momento de inércia da seção formada pelos banzos superior e inferior da treliça de aço (I_t) reduzido em 15% para levar em conta os efeitos das deformações por cisalhamento, ou seja:

$$I_{ef,t} = 0{,}85 \times I_t \quad (56)$$

onde I_t pode ser obtido através da equação, deduzida a partir das propriedades geométricas da seção:

$$I_t = \frac{A_b \times A_t}{A_b + A_t}\,(D_t - x_b - x_t)^2 \quad (57)$$

Nesta equação, A_b e A_t são respectivamente a área da seção transversal do banzo inferior e superior, D_t a altura total da treliça (do topo do banzo superior até a extremidade do banzo inferior) e x_b e x_t são as posições do centróide dos banzos inferior e superior.

As propriedades geométricas da seção mista devem ser obtidas por meio da homogeneização teórica da seção formada pelo componente de aço e pela laje de concreto com sua largura efetiva. Dessa forma, para o cálculo do momento de inércia da seção mista, a NBR 8800:2008 recomenda converter a área de concreto em uma área de aço equivalente através da razão modular ($\propto_e$) dada pela divisão do módulo de elasticidade do aço pelo módulo de elasticidade do concreto. Converte-se então a área de concreto em uma área de aço dividindo a largura efetiva pela razão modular. O momento de inércia da seção mista (I_m) pode ser calculado através da expressão:

$$I_m = \frac{A_b \times {}^{A_c}/_{\propto_e}}{A_b + {}^{A_c}/_{\propto_e}} \left(D_t + \frac{D_s + D_p}{2} - x_b\right)^2 \qquad (58)$$

onde A_b é a área de aço do banzo inferior, A_c a área de concreto considerando a largura efetiva, D_t é a altura total da treliça, D_s a altura total de concreto, D_p a altura da nervura da laje, caso houver e x_b é a posição do centróide do banzo inferior.

Para as ações de longa duração, deve-se considerar as deformações correspondentes aos fenômenos de retração e fluência do concreto. De acordo com a NBR 8800:2008, os efeitos das cargas de longa duração na seção mista podem ser considerados de forma simplificada multiplicando-se a razão modular por 3.

Para calcular a flecha causada pelas ações atuantes após o concreto atingir 75% da resistência característica à compressão especificada em projeto, ou seja, da seção mista, deve-se ainda, de acordo com a referida norma, calcular o momento de inércia efetivo, ($I_{ef,m}$) tomado como o momento de inércia da seção mista (I_m) reduzido em 15% do momento de inércia da seção formada pelas cordas inferior e superior da treliça de aço (I_t), para levar em conta o efeito das deformações por cisalhamento, ou seja:

$$I_{ef,m} = I_m - 0{,}15 \times I_t \qquad (59)$$

De acordo com as prescrições da NBR 8800:2008, a flecha máxima em vigas mistas de piso e cobertura não devem exceder, respectivamente, *L/350* e *L/250*, sendo *L* o vão da viga.

4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Este capítulo apresenta de forma detalhada como foi feita a implementação do programa computacional proposto neste trabalho para análise e verificação de treliças mistas de aço e concreto biapoiadas. Foram elaborados diversos fluxogramas a fim de auxiliar a criação da ferramenta computacional, desenvolvida utilizando-se o software MATLAB 2013.

4.1 APRESENTAÇÃO, ABRANGÊNCIA E LIMITAÇÕES DO PROGRAMA

O software escolhido para o desenvolvimento da ferramenta computacional foi o MATLAB 2013, devido às suas características relacionadas à facilidade de implementar cálculos complexos e realizar operações com matrizes, além de possibilitar a elaboração de uma interface que permita uma boa interação com o usuário.

O programa desenvolvido neste trabalho verifica os estados limites últimos e o estado limite de flecha excessiva de vigas mistas treliçadas para as ações atuantes antes e posteriormente à cura do concreto, seguindo as prescrições da NBR 8800:2008. As vigas mistas treliçadas que fazem parte do escopo do programa desenvolvido são aquelas compostas por treliças metálicas do tipo Pratt, Howe ou Warren com lajes do tipo pré-moldada, maciça moldada *in loco* ou lajes mistas. As vigas analisadas podem ser escoradas ou não escoradas durante a construção. A Figura 18 mostra a tela principal do programa.

Figura 18. Menu principal do programa.

Fonte: do autor.

Ao clicar no botão “geometria”, o usuário será direcionado para um segundo menu, no qual ele definirá a geometria da seção transversal da viga. Em relação à treliça metálica, será solicitado que sejam definidos os perfis para o banzo superior, inferior e diagonais/montantes. Além disso, será necessário informar a altura da treliça metálica, sendo esta constante, o comprimento dos painéis, a resistência característica do aço e o espaçamento entre vigas. O usuário deve informar ainda se a viga será de piso ou de cobertura. Independente da escolha da laje, o usuário deverá fornecer a resistência característica à compressão do concreto. Caso a escolha seja a laje do tipo maciça, o usuário deverá informar a altura da laje, conforme mostrado na Figura 19.

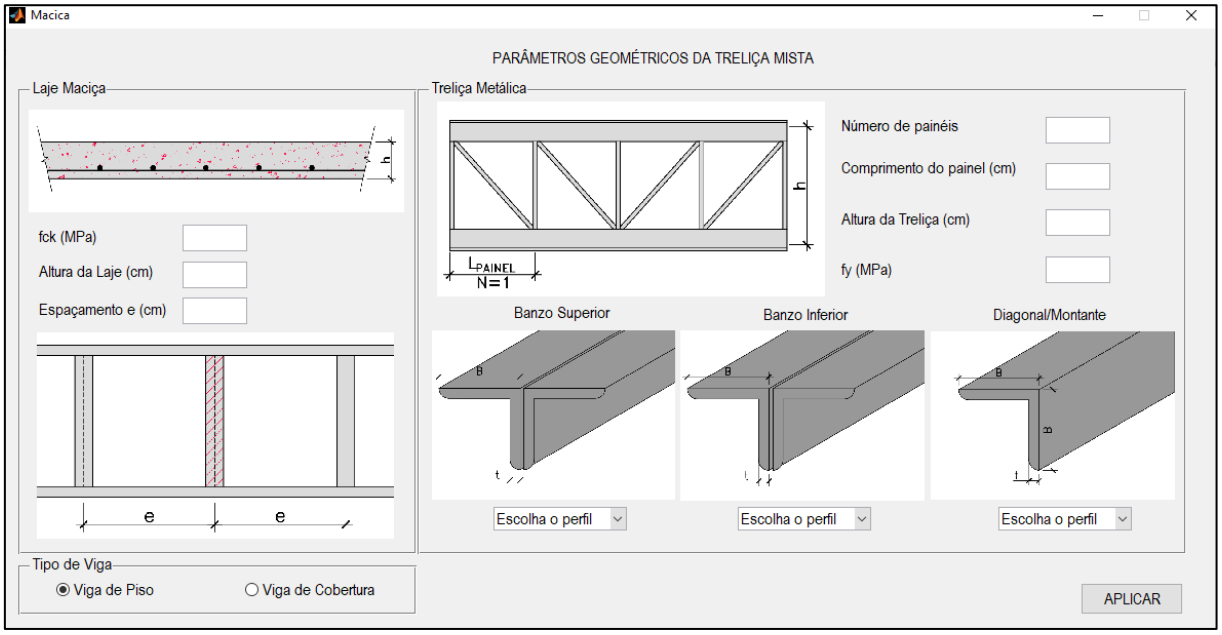

Figura 19. Menu de escolha de geometria - laje maciça.

Fonte: do autor.

Se a laje for do tipo mista, o usuário deverá escolher uma das opções de geometria apresentadas no programa, conforme ilustrado na Figura 20 e informar se a treliça metálica ficará posicionada de forma perpendicular ou paralela às nervuras da laje.

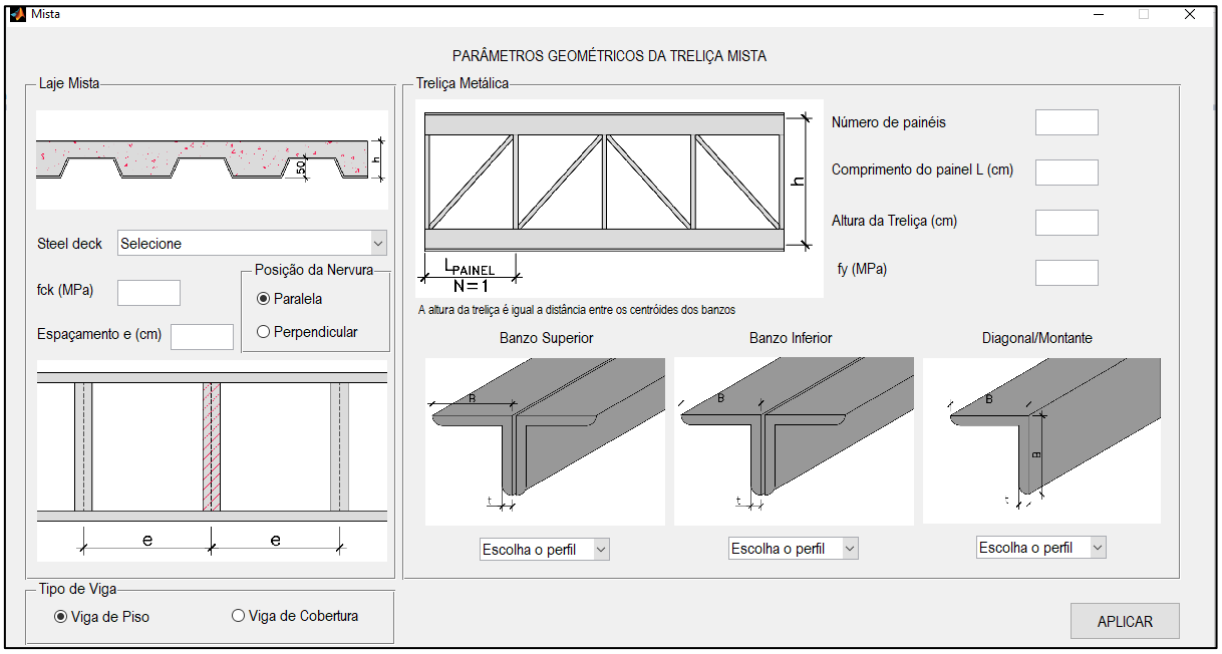

Figura 20. Menu de escolha de geometria - laje mista.

Fonte: do autor.

Caso a escolha seja a laje pré-moldada, o usuário deverá fornecer a altura de concreto da laje, o tipo de enchimento (EPS ou lajotas) e, de forma similar à laje mista, deverá informar se a treliça metálica ficará posicionada de forma perpendicular ou paralela às nervuras da laje, conforme mostrado na Figura 21.

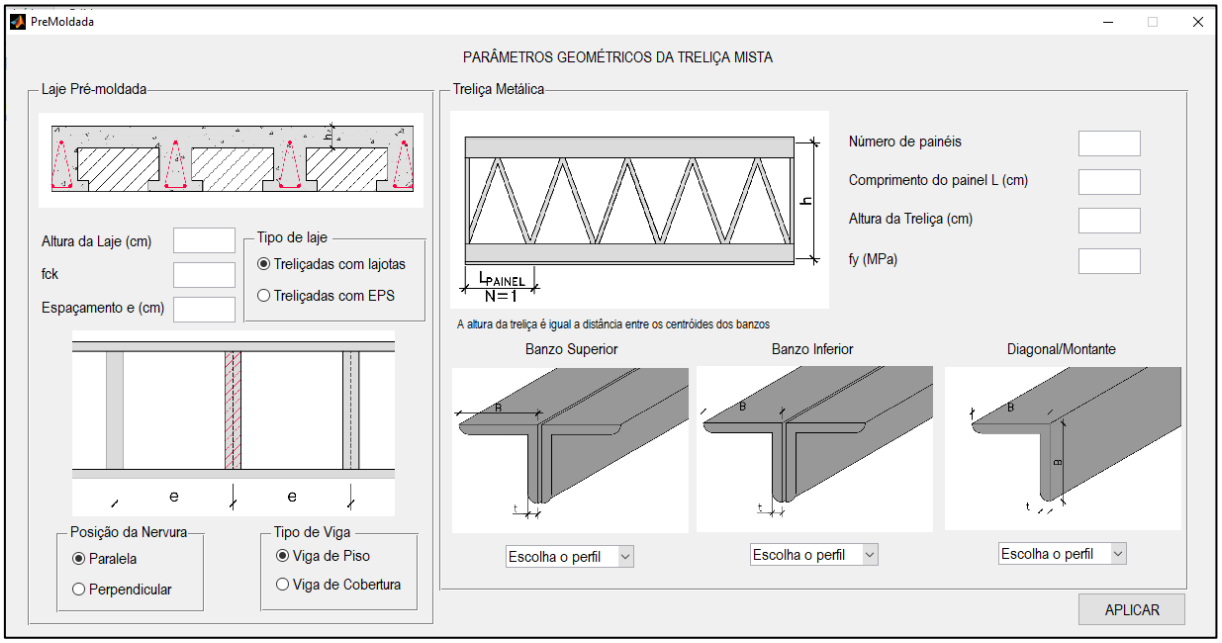

Figura 21. Menu de escolha de geometria - laje pré-moldada.

Fonte: do autor.

Ao clicar no botão “aplicar” o usuário é direcionado a um menu (Figura 22) no qual informará os dados relacionados à utilização da estrutura e demais cargas atuantes, conforme detalhado na seção 4.3.

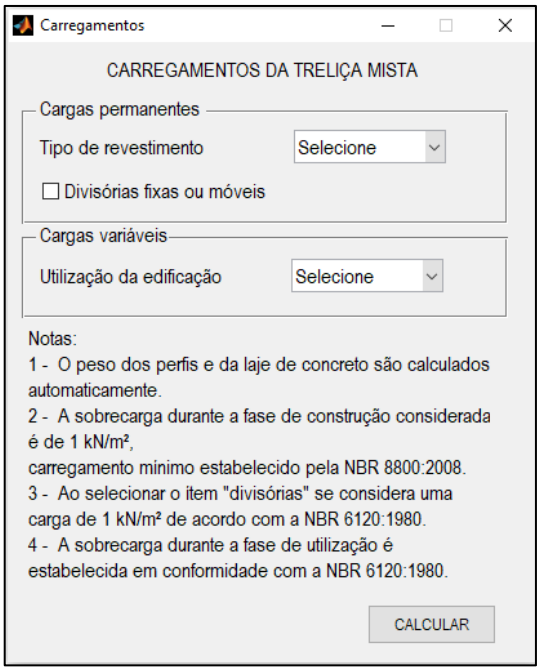

Figura 22. Menu de escolha de carregamentos.

Fonte: do autor.

Por fim, os dados de saída do programa são:

a) Momento fletor e esforço axial de compressão solicitantes de cálculo do banzo superior antes da cura do concreto;
b) Momento fletor e esforço axial de compressão resistentes de cálculo do banzo superior;
c) Verificação aos esforços combinados (flexo-compressão) do banzo superior antes da cura;
d) Esforço de tração resistente de cálculo do banzo inferior;
e) Esforço de tração solicitante de cálculo do banzo inferior e aproveitamento do perfil antes da cura do concreto;
f) Esforço de compressão resistente de cálculo das diagonais/montantes;
g) Esforço de compressão solicitante de cálculo das diagonais/montantes e aproveitamento do perfil antes da cura do concreto;
h) Momento fletor solicitante de cálculo da seção mista;
i) Momento fletor resistente de cálculo da seção mista;
j) Aproveitamento da seção mista;

k) Esforço de compressão solicitante de cálculo das diagonais/montantes e aproveitamento do perfil após a cura do concreto;
l) Número mínimo de conectores que devem ser dispostos ao longo do vão para que a interação entre o concreto e o aço seja completa;
m) A flecha máxima da treliça metálica antes da cura do concreto;
n) A flecha máxima da seção mista após a cura do concreto;
o) A flecha máxima admissível da viga.

É importante ressaltar que as verificações antes da cura do concreto só são contempladas quando o usuário define que a construção não será escorada. Além disso, as diagonais e montantes hora estão submetidas à tração, hora a compressão. Para esses elementos, foi verificado apenas o esforço de compressão, visto que o aço tem melhor desempenho à tração. O menu de resultados do programa é mostrado na Figura 23.

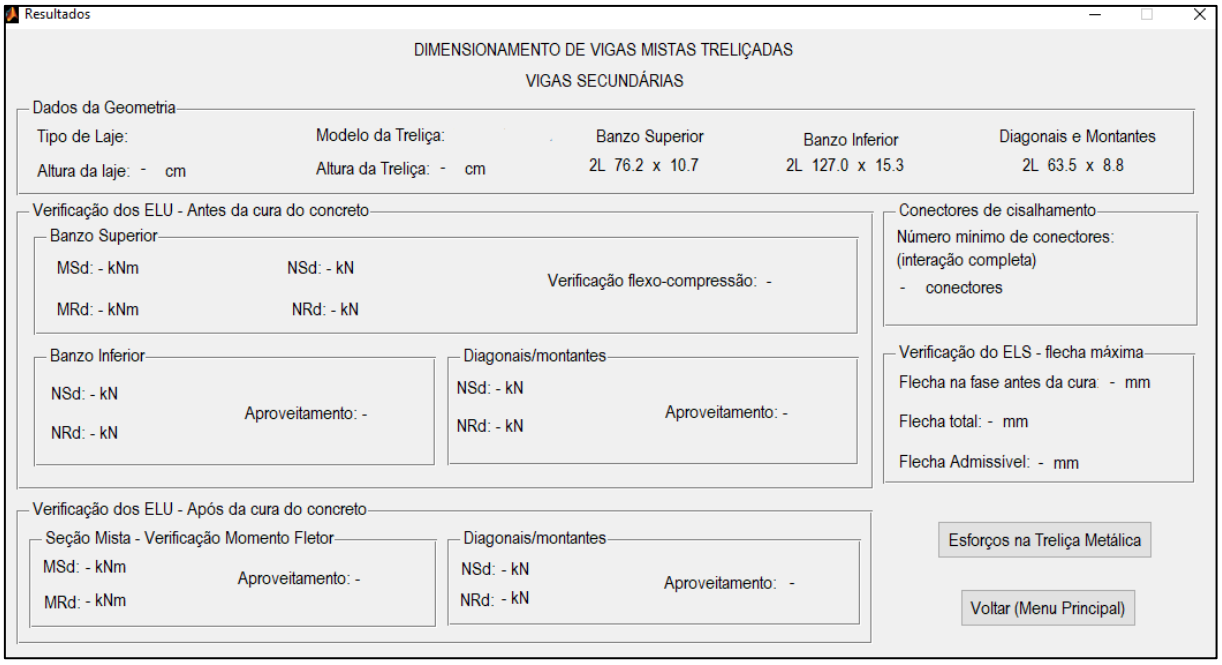

Figura 23. Menu de resultados.

Fonte: do autor.

Ao clicar no botão “esforços na Treliça Metálica”, o programa gera um arquivo do tipo *.txt* no qual ficará registrado o esforço em cada uma das barras da treliça, tanto para o carregamento de construção quanto para o de serviço, considerando as combinações utilizadas para verificação dos estados limites últimos.

O programa é limitado a geometrias pré-estabelecidas, conforme descrito anteriormente, dessa forma não é possível que o usuário desenhe modelos de treliças ou defina tipos diferentes de lajes. Outras limitações do programa são:

a) Os perfis que podem ser escolhidos para compor a treliça metálica são os tipos cantoneiras simples, cantoneira dupla e seção tubular circular. Não é possível utilizar cantoneiras simples nos banzos. Não é possível selecionar um perfil que não faz parte do banco de dados do programa, sequer digitar dimensões para o perfil;
b) O programa considera que as cantoneiras duplas são soldadas de forma contínua formando uma "seção T", sem considerar que possam existir chapas espaçadoras ou que possam ser soldadas formando outra geometria;
c) Não é possível definir um perfil diferente para as diagonais e montantes da treliça metálica. As diagonais/montantes são verificadas apenas à compressão, visto que de forma geral a resistência dos perfis à compressão é inferior a resistência à tração;
d) Os perfis que sofrem esforço de tração são verificados apenas com relação ao estado limite último de escoamento da seção bruta, visto que o programa não abrange a verificação das ligações;
e) O único estado de limite de serviço verificado é o de flecha excessiva;
f) O programa não dimensiona as lajes;
g) Para o caso da laje mista, as opções de geometria são restritas aos modelos de laje que fazem parte do banco de dados do programa, não sendo possível informar outras geometrias;
h) O programa considera que os conectores de cisalhamento utilizados para compor a viga mista são do tipo *stud bolts* de diâmetro nominal de 19mm, não sendo possível que o usuário escolha outro tipo de conector.

4.2 MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS

Como mencionado no capítulo 3, o Método dos Deslocamentos é eficaz quando se trata da automatização do cálculo dos esforços internos para diversos tipos de estrutura. Dessa forma, foi empregado para a determinação das forças axiais em cada uma das barras das treliças metálicas estudadas neste trabalho.

Os modelos de treliça que são dados como opção para o usuário são os Pratt, Howe e Warren. Para as treliças Pratt e Howe, é pedido ao usuário que escolha a altura da treliça, comprimento do banzo e o número de painéis que se deseja. Já para a treliça Warren, é pedido a quantidade de banzos inferiores e seu comprimento, além da altura total da treliça. A altura que o usuário deve fornecer é a distância entre os centroides dos banzos

inferior e superior. No caso das treliças Pratt e Howe, o programa é restrito a números pares de painéis.

Ao aplicar a teoria do Método dos Deslocamentos, foi possível calcular a força que atua em cada uma das barras da treliça, para qualquer carregamento, seja ele antes ou depois da cura do concreto. O desenvolvimento do algoritmo do programa desenvolvido foi baseado no fluxograma mostrado na Figura 24.

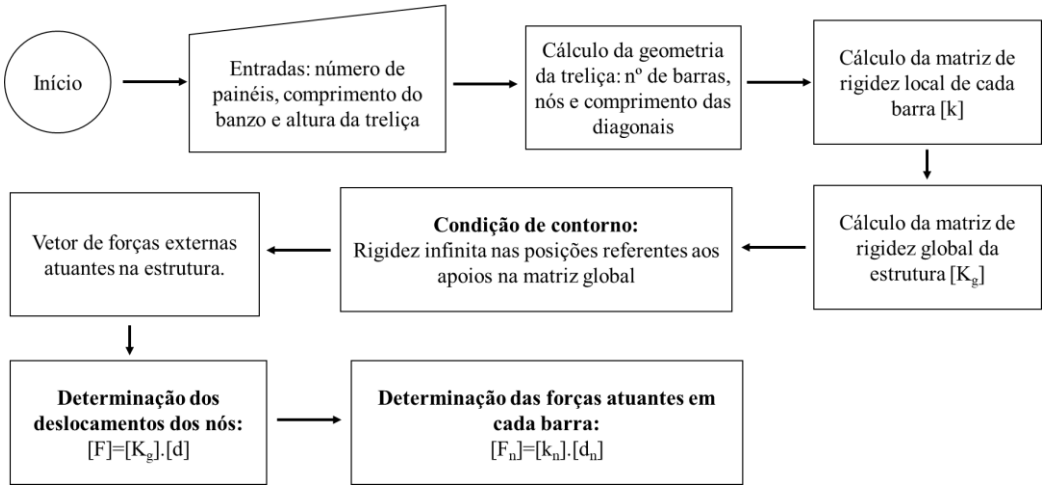

Figura 24. Fluxograma de desenvolvimento do algoritmo.

Fonte: do autor.

4.3 DETERMINAÇÃO DO CARREGAMENTO

Para determinar o carregamento a ser utilizado para as verificações da treliça mista, é necessário que o usuário forneça qual o tipo de revestimento que será colocado sobre a laje, a utilização prevista para a estrutura para determinação da sobrecarga de utilização de acordo com os valores de referência da NBR 6120:1980 e se haverá divisórias (móveis ou fixas) sobre a laje suportada pela viga, conforme mostrado anteriormente na Figura 22. O peso próprio dos perfis da treliça metálica é calculado automaticamente após a escolha do usuário.

O peso da laje maciça ou pré-moldada é calculado de forma automática, considerando a espessura da laje, o peso específico do concreto armado tomado como 2500 kN/m³ e o peso específico do enchimento no caso de lajes pré-moldadas. Foi considerado um peso específico de 7,38 e 2,58 kN/m³ para enchimento com lajotas e EPS, respectivamente. Os valores foram aproximados de acordo com especificações de fabricantes de lajes pré-moldadas. O peso específico do enchimento no caso de lajotas foi estimado com base nas informações técnicas das lajes fabricado pela Lajes Cariocas, 2018. Já o valor do EPS foi estimado com base nos dados do catálogo da ArcelorMittal,

2010. Para determinar o peso por metro quadrado, foram consideradas espessuras médias de revestimento comercialmente utilizadas. Já no caso da laje mista, o peso do concreto somado ao da fôrma de aço incorporada é obtido através do catálogo fornecido pelo fabricante.

A sobrecarga adotada para a fase de construção foi de 1kN/m², valor mínimo estabelecido pela NBR 8800:2008, dessa forma, não é dada opção de escolha ao usuário.

Para as verificações dos estados limites últimos (ELU) e dos estados limites de serviço (ELS) foram consideradas, respectivamente, as combinações última normal e rara prescritas na NBR 8800:2008.

A Figura 25 mostra o fluxograma desenvolvido para a determinação do carregamento necessário para cada uma das verificações que o programa realiza. O primeiro carregamento é o de utilização da estrutura, utilizado nas verificações dos estados limites últimos durante a vida útil da treliça mista. Já o segundo carregamento é a carga durante a fase de construção, utilizada na verificação dos estados limites últimos da treliça metálica durante a fase que precede a cura do concreto no caso de construções não escoradas. Em relação aos estados limites de serviço, os carregamentos foram divididos em: (i) carga de construção, (ii) carga permanente após a cura do concreto (longa duração), (iii) carga variável de longa duração e (iv) carga variável de curta duração. Cada um deles é usado para o cálculo de uma parcela da flecha máxima da estrutura, conforme descrito na seção 3.6.

Como explicado na seção 3.6 deste trabalho, a flecha causada por cargas variáveis de longa duração deve ser calculada para o valor quase permanente das ações. Dessa forma, o valor de ψ_2, o fator de combinação para ações quase permanentes, considerando locais com predominância de pesos, equipamentos e concentração de pessoas é 0,4. Isso explica os valores adotados no fluxograma da Figura 25: 40% da carga variável da edificação foi considerada como de longa duração e os outros 60% como uma carga de curta duração.

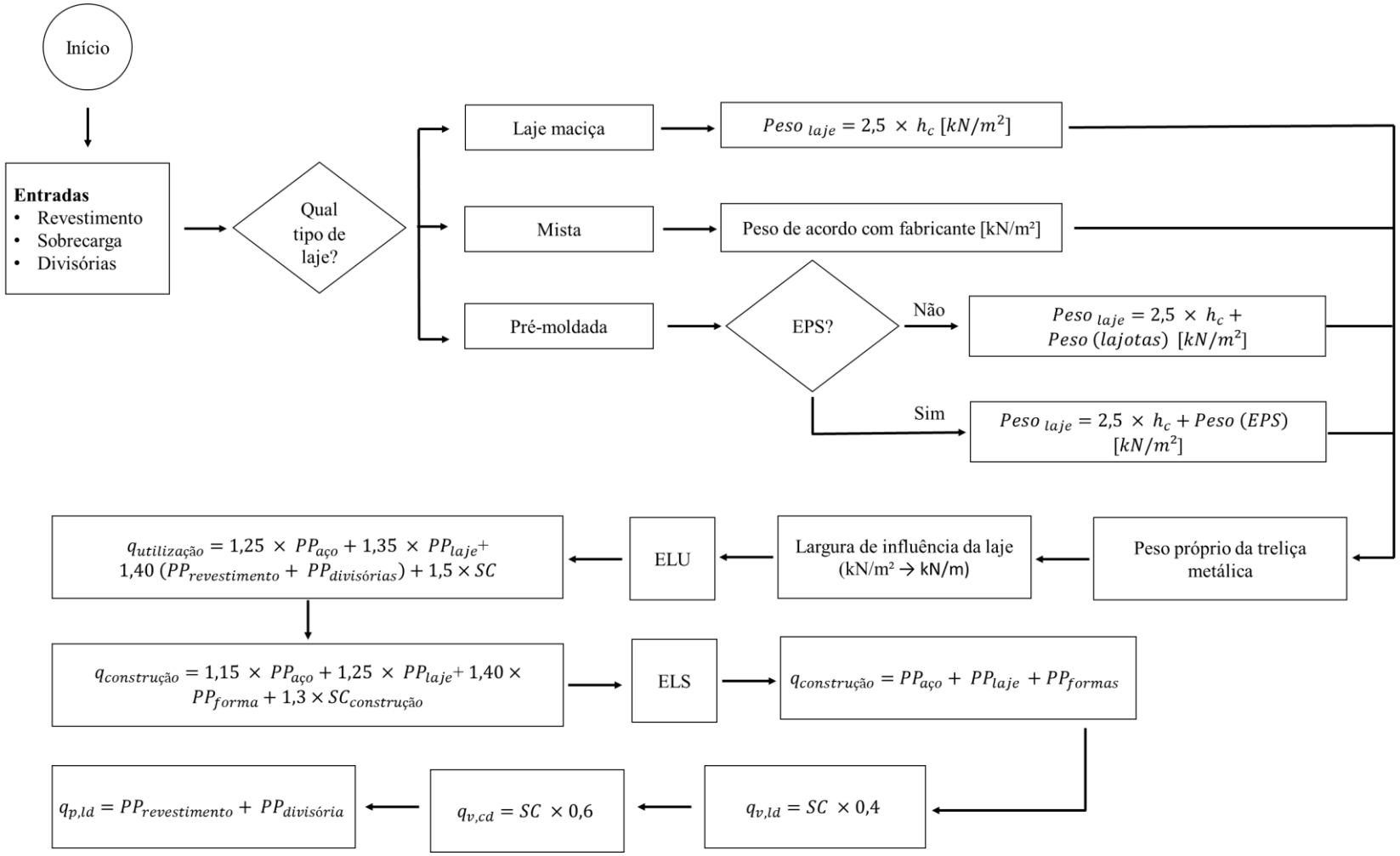

Figura 25. Fluxograma para cálculo do carregamento atuante na viga mista.

Fonte: do autor.

4.4 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITE ÚLTIMOS

Como mencionado nos capítulos anteriores, para realizar o dimensionamento das estruturas mistas é necessário definir o tipo de construção. Caso o método construtivo escolhido seja o não escorado, todos os elementos que compõem a treliça metálica precisam ser verificados com relação aos estados limites últimos (ELU) relacionados à fase antes da cura do concreto. Tanto nas construções não escoradas como nas escoradas, a seção mista é verificada à flexão e as diagonais e montantes são verificadas com relação aos esforços axiais. O esquema mostrado na Figura 26 mostra o estado limite que deve ser verificado em cada elemento que compõe a viga mista.

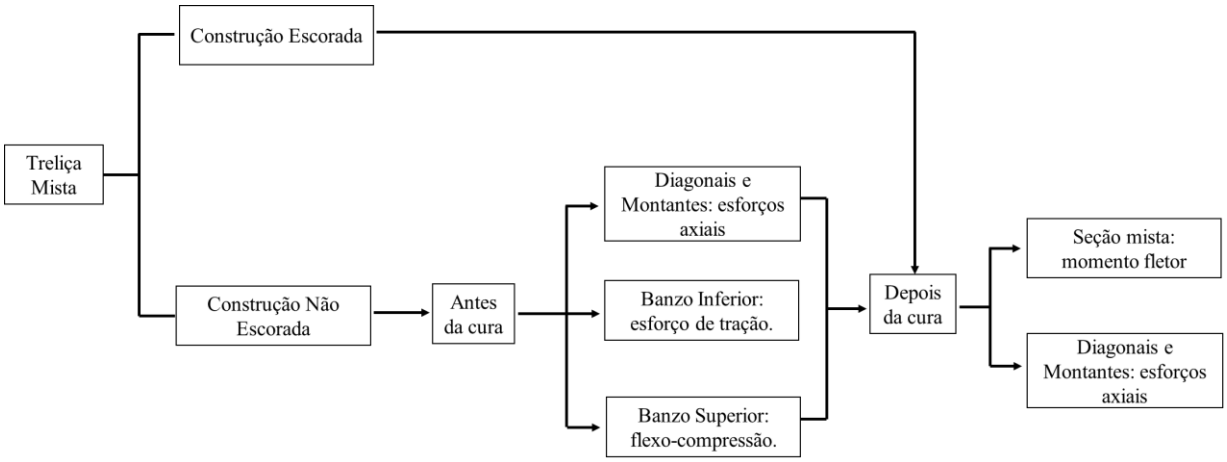

Figura 26. Esquema de verificações dos ELU.

Fonte: do autor.

De acordo com a Figura 26, para construções não escoradas todos os elementos que compõem a treliça metálica precisam ser verificados em relação à esforços axiais. Para construções escoradas, apenas as diagonais e montantes são verificadas com relação a este tipo de esforço. Dessa forma, é necessário determinar a força resistente à tração e a força resistente à compressão dos perfis de aço que compõem a treliça.

A Figura 27 mostra o fluxograma elaborado para facilitar a implementação do programa computacional desenvolvido neste trabalho, com relação a verificação do esforço de compressão em seções formadas por uma cantoneira ou por duas cantoneiras ligados em forma de “T”, em conformidade com as prescrições da NBR 8800:2008.

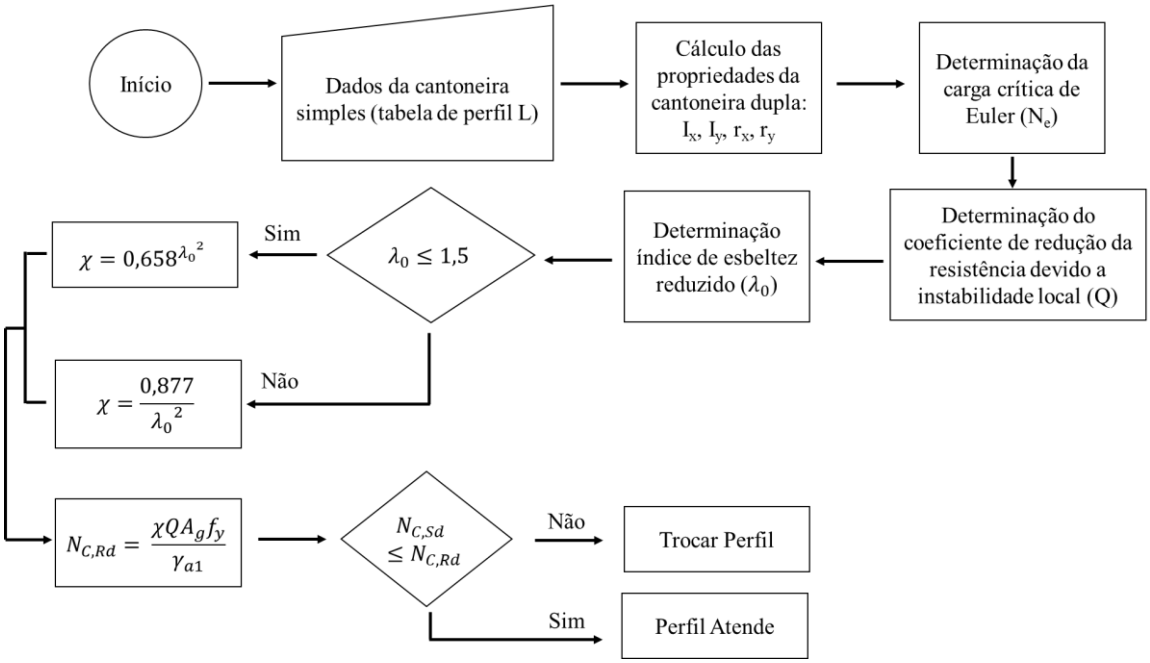

Figura 27. Fluxograma para verificação do esforço de compressão.

Fonte: do autor.

A parte do código correspondente à determinação do coeficiente de redução da resistência à compressão relacionado à flambagem local em elementos do tipo apoiado-livre (AL) que formam o perfil cantoneira, foi desenvolvido com base no fluxograma mostrado na Figura 28.

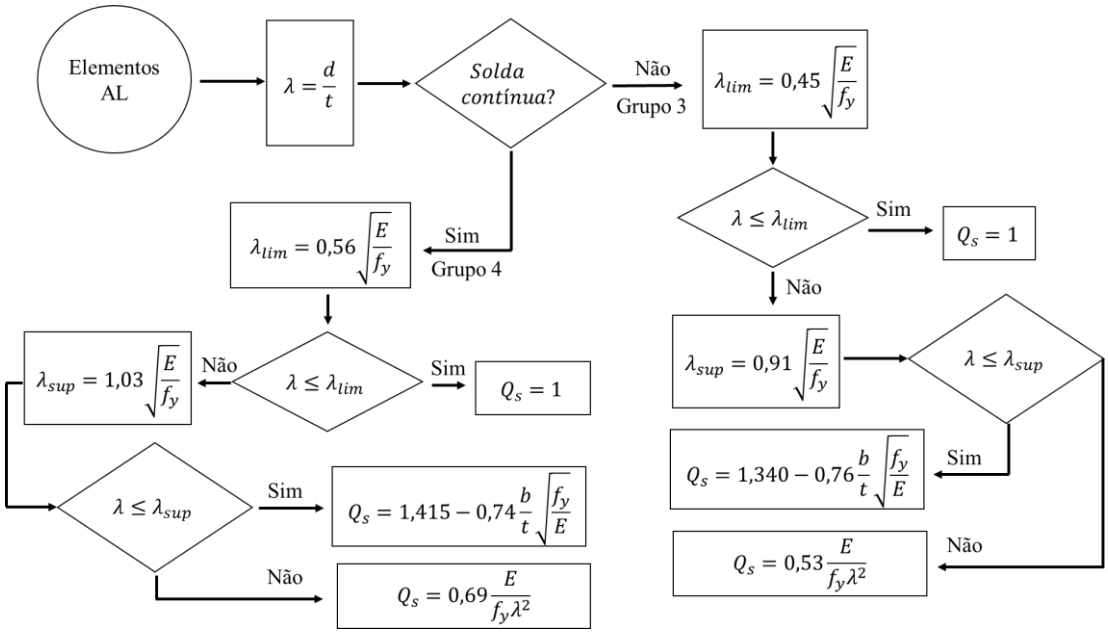

Figura 28. Determinação de Qs para elementos AL.

Fonte: do autor.

A NBR 16239:2013 – projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações de perfil tubular – é uma norma recente desenvolvida de forma específica para os perfis tubulares. Dessa forma, a verificação da força resistente de compressão desse tipo de perfil foi feita considerando a prescrição da referida norma, conforme mostrado no fluxograma da Figura 29.

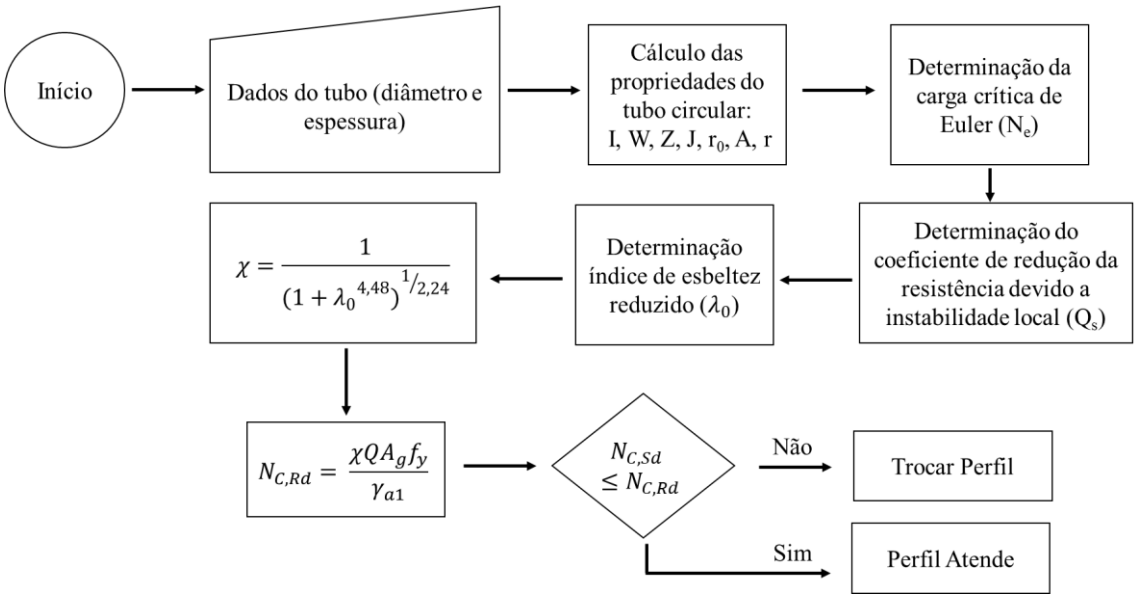

Figura 29. Verificação da força resistente de compressão para perfis tubulares.

Fonte: do autor.

Nos perfis tubulares de seção circular, a flambagem local se dá na parede do tubo. O coeficiente de redução da resistência à compressão relacionado a esta instabilidade pode ser calculado como ilustrado no fluxograma da Figura 30.

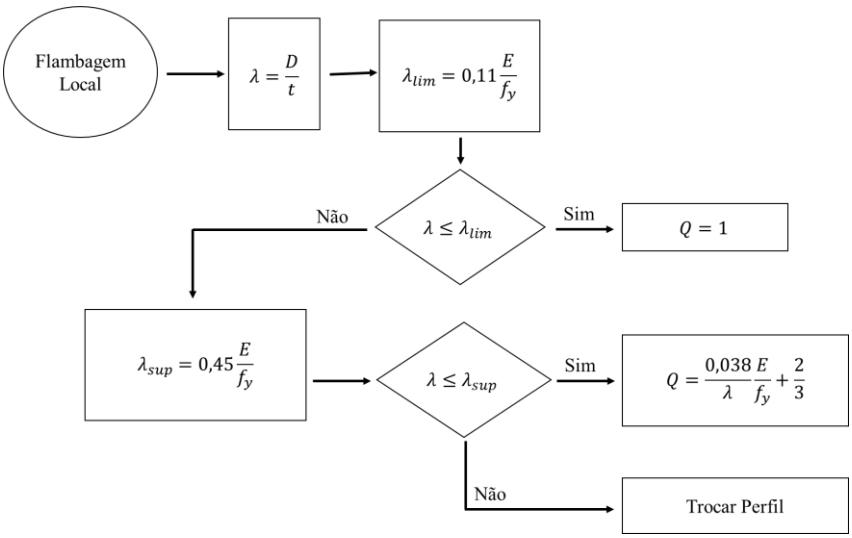

Figura 30. Determinação de Q para perfis tubulares de seção circular.

Fonte: do autor.

Como evidenciado na Figura 26, o banzo superior está submetido a atuação de um momento fletor durante a fase de construção para estruturas construídas de forma não escorada, pois este suporta diretamente o peso do concreto que não atingiu sua resistência de projeto. Dessa maneira, é necessário determinar o momento fletor resistente de cálculo dos perfis para posterior análise do estado limite último relacionado aos esforços combinados (flexo-compressão). Após a cura, a compressão passa a ser suportada pela laje de concreto, de forma que não é necessário verificar novamente o banzo superior. Foram elaborados fluxogramas para a verificação em relação ao momento fletor da cantoneira dupla em forma de "T" e para perfis tubulares.

O fluxograma da Figura 31 mostra o procedimento para determinação do momento fletor resistente dos perfis cantoneira em forma de "T" de acordo com as prescrições da NBR 8800:2008.

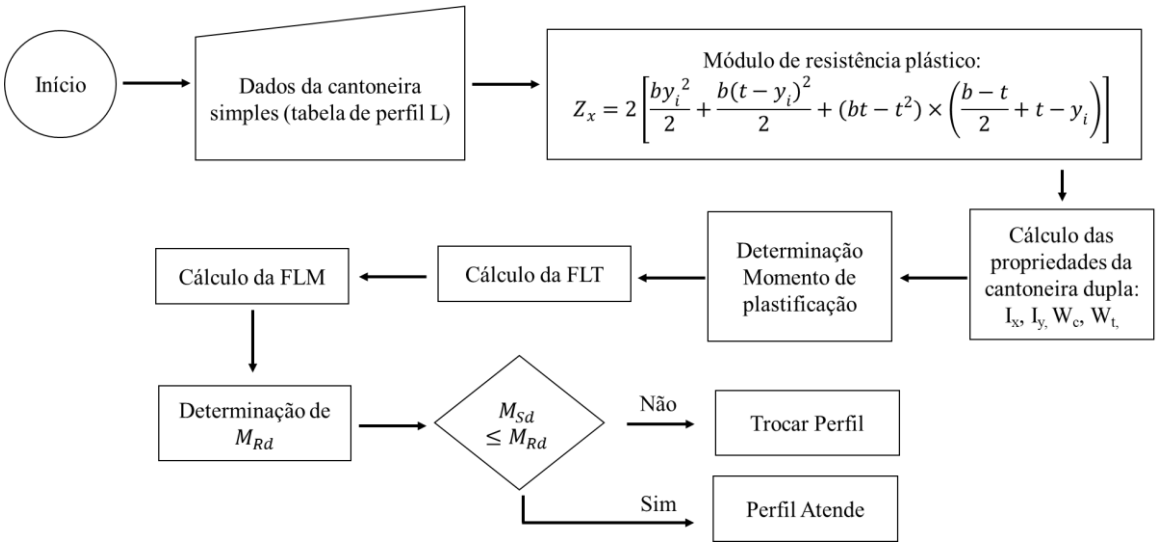

Figura 31. Verificação do Momento Fletor para cantoneiras em formado de "T".

Fonte: do autor.

De acordo com a Figura 31, para chegar ao momento resistente de cálculo do perfil é necessário calcular o momento resistente à flambagem lateral com torção (FLT) e o momento resistente à flambagem local da mesa (FLM). O fluxograma da Figura 32 mostra o procedimento para o cálculo do momento relacionado à FLT.

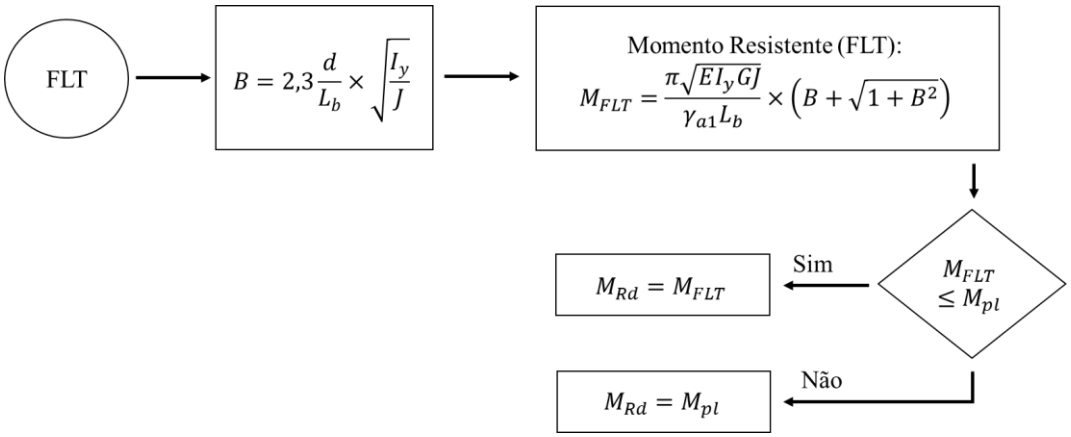

Figura 32. Momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de seção dupla cantoneira em T.

Fonte: do autor.

O fluxograma da Figura 33 mostra o procedimento para o cálculo do momento relacionado à FLM.

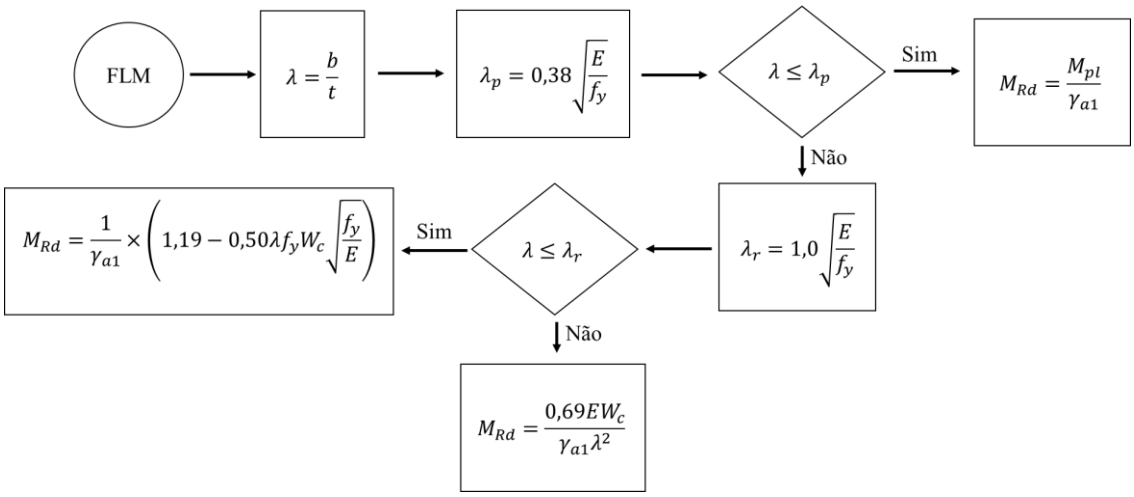

Figura 33.. Momento fletor resistente à flambagem local da mesa de seção dupla cantoneira em T

Fonte: do autor.

Para os tubos, é necessário determinar o momento fletor resistente levando-se em consideração os efeitos da flambagem da parede do perfil. O procedimento adotado no programa desenvolvido neste trabalho, seguindo as prescrições da NBR 8800:2008, é mostrado no fluxograma da Figura 34.

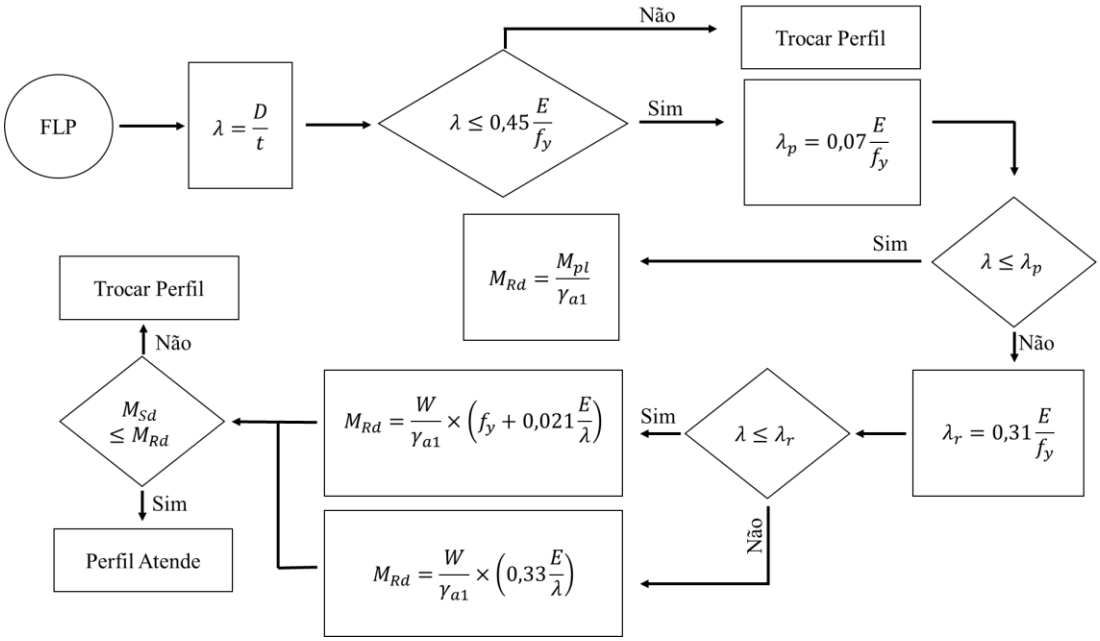

Figura 34. Momento fletor resistente à flambagem local de seção tubular circular.

Fonte: do autor.

4.4.1 Verificação da seção mista

Conforme a Figura 26, para a fase de utilização da estrutura, verifica-se a resistência à flexão da seção mista e a resistência aos esforços axiais em diagonais e montantes. A resistência dos perfis aos esforços axiais é calculada conforme ilustrado nos fluxogramas mostrados anteriormente. Para o cálculo da resistência à flexão da seção mista, foi elaborado o fluxograma da Figura 35.

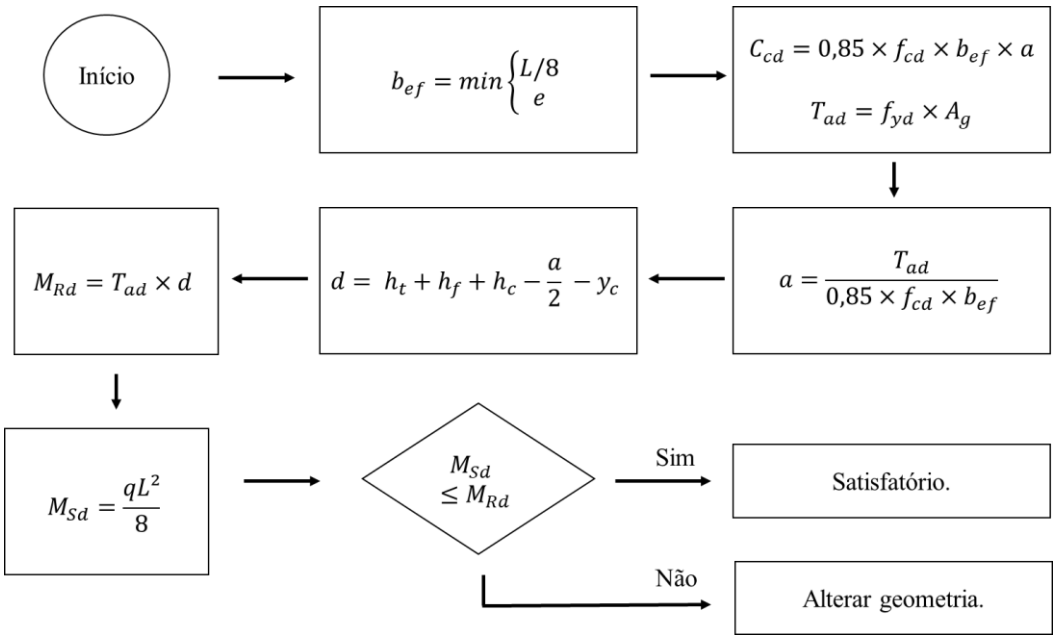

Figura 35. Verificação da seção mista à flexão.

Fonte: do autor.

Conforme preconiza a NBR 8800:2008, as vigas mistas treliçadas devem obrigatoriamente apresentar interação total entre a laje de concreto e a treliça metálica. O fluxograma da Figura 36 mostra as considerações que foram feitas para o cálculo do número mínimo de conectores ao longo do vão para que essa condição seja atendida.

Conforme ilustrado no fluxograma, o programa calcula a resistência de um conector de cisalhamento do tipo pino com cabeça *stud bolt* para então determinar o número de conectores de cisalhamento da viga, n_{total}. Os coeficientes de grupo e de posição são adotados de forma simplificada como ilustra a Figura 36. O programa considera apenas o diâmetro comercial de 19 mm para o conector de cisalhamento.

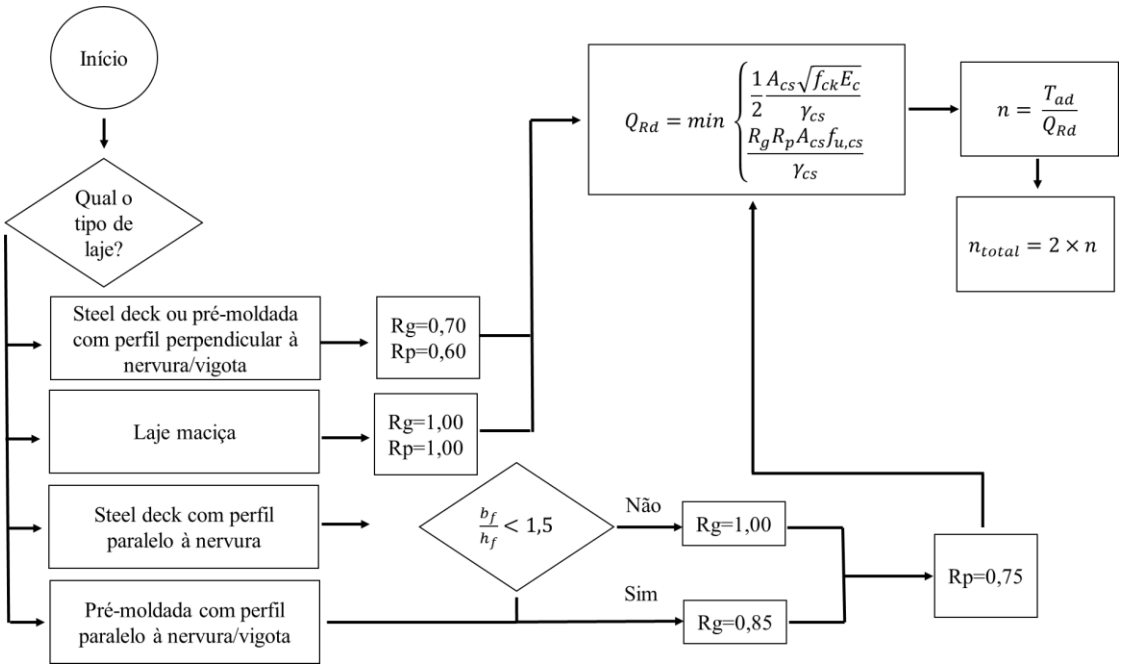

Figura 36. Determinação do número mínimo de conectores de cisalhamento.

Fonte: do autor.

4.5 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITE DE SERVIÇO

O programa desenvolvido neste trabalho realiza a verificação do estado limite de serviço de flecha excessiva a partir do cálculo das cinco parcelas da flecha máxima total, conforme explicitado na seção 3.6 deste trabalho. São elas: flecha antes da cura do concreto, flecha causada pelas ações permanentes que atuam na seção mista, flecha causada pelas cargas variáveis de longa duração que atuam na seção mista, flecha causada pelas cargas variáveis de curta duração que atuam na seção mista e flecha causada pelo peso da fôrma de madeira para lajes maciças, que são removidas após a cura do concreto.

O procedimento adotado para o cálculo de flecha durante a elaboração do programa desenvolvido neste trabalho é mostrado na Figura 37.

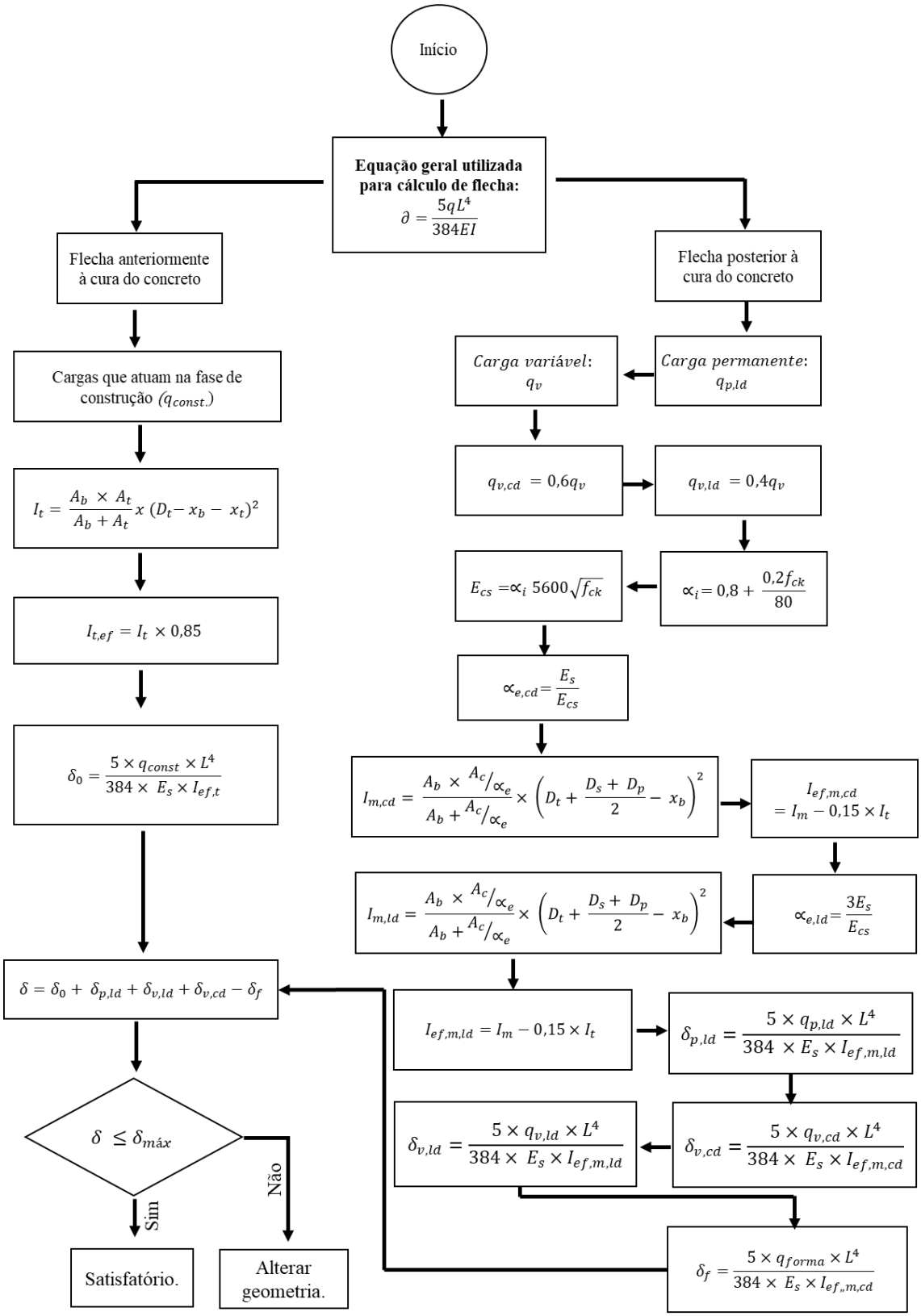

Figura 37. Fluxograma para verificação da flecha.

Fonte: do autor.

É importante ressaltar que a carga causada por fôrmas de madeira (q_f) é considerada nula quando se trata de laje pré-moldada ou mista e que quando a construção é do tipo escorada, as flechas δ_0 e δ_f são automaticamente nulas.

5 VALIDAÇÃO

Neste capítulo será apresentada a aferição do programa computacional "Verificação de Vigas Mistas Treliçadas" desenvolvido neste trabalho. Foram pesquisados exemplos presentes na literatura para auxiliar na validação, que se deu em três etapas:

a) Aferição da análise estrutural por meio da comparação com os resultados obtidos através do *software* livre Ftool, desenvolvido pelo professor Luiz Fernando Martha, versão 4.00.00 (2017);
b) Aferição da verificação dos estados limites últimos antes e após a cura do concreto utilizando o exemplo numérico publicado pela ASCE (1996) com adaptações;
c) Aferição da verificação do estado limite de serviço referente à flecha excessiva conforme exemplo resolvido manualmente pelas autoras.

5.1 VERIFICAÇÃO DA ANÁLISE ESTRUTURAL

O programa computacional desenvolvido neste trabalho considera três modelos usuais de treliça: Pratt, Howe e Warren. Dessa forma, as forças axiais atuantes em cada barra obtidas através do programa desenvolvido foram comparadas com as forças axiais obtidas de modelos analisados no Ftool (2017) para cada tipo de treliça considerada, conforme mostrado nas seções a seguir.

5.1.1 Treliça Pratt

Para a validação da análise estrutural da treliça Pratt, foi considerada uma treliça com 4 painéis de 2,0m de largura por 1,0m de altura, totalizando 8,0m de vão, com espaçamento entre vigas de 2,0m e conectadas a uma laje mista (MF50 com altura total de concreto de 110mm, espessura nominal da forma de 0,95mm e peso próprio igual a 2,10 kN/m²). Os perfis escolhidos para a treliça metálica foram:

a) Banzo superior e inferior: TC 141,3 mm x 6,4 mm – peso linear de 21,30 kg/m;
b) Diagonais e montantes: TC 101,6 mm x 5mm – peso linear de 11,90 kg/m.

Os dados relacionados à geometria selecionados para o exemplo de validação da análise estrutural da treliça Pratt podem ser verificados na Figura 38.

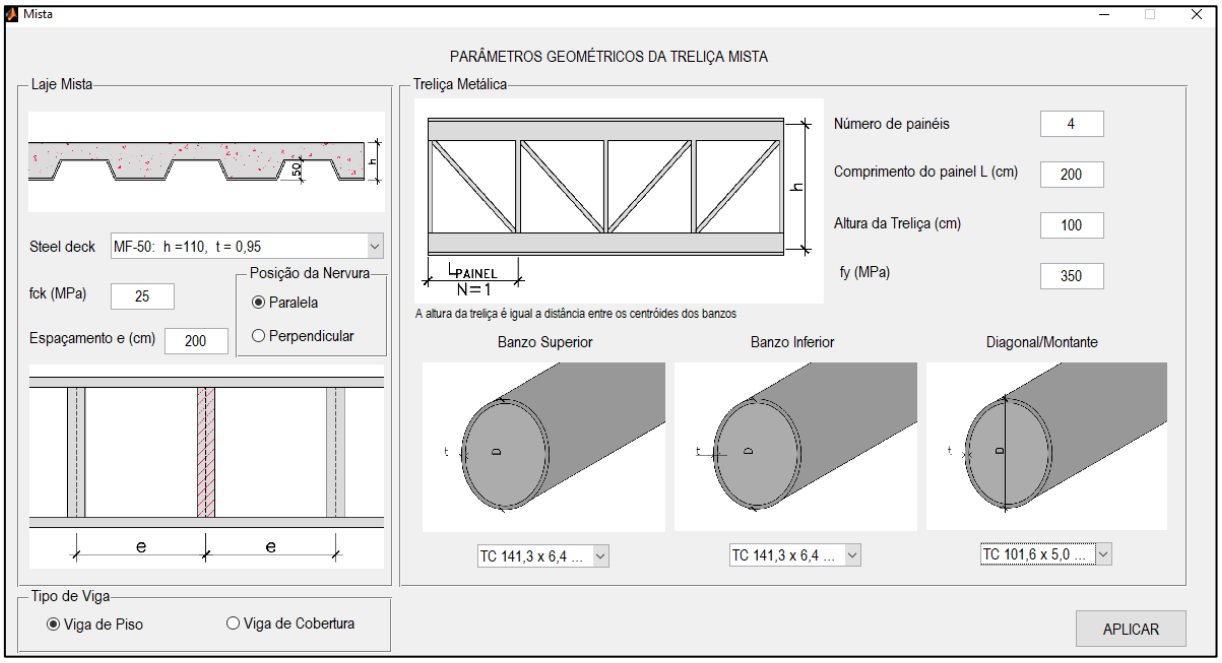

Figura 38. Dados da geometria para validação da análise estrutural.

Fonte: do autor.

Conforme Figura 39, os carregamentos selecionados foram:

a) Utilização da estrutura: edifício residencial (2,0 kN/m²);

b) Divisórias fixas ou móveis (1,0 kN/m²);

c) Revestimento de madeira (0,15 kN/m²).

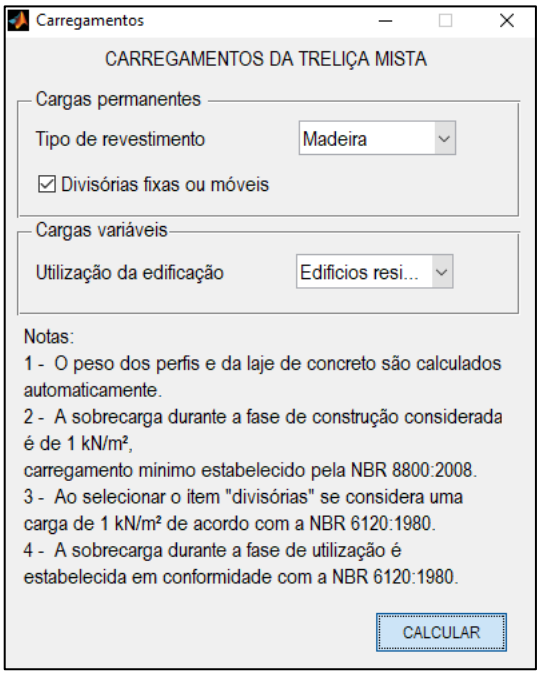

Figura 39. Carregamentos selecionados para verificação da análise estrutural.

Fonte: do autor.

O resultado do esforço axial obtido para cada barra através do programa desenvolvido neste trabalho é mostrado na Figura 40. Tanto os banzos, quanto diagonais e montantes são numerados da esquerda para a direita, sendo, por exemplo o “Banzo Superior (1)”, o banzo da parte superior da treliça mais à esquerda.

```
---------------- ESFORÇOS NORMAIS: CARREGAMENTOS NA FASE DE UTILIZAÇÃO ----------------

BANZO SUPERIOR
Banzo Superior (1) = -94.57 kN
Banzo Superior (2) = -126.09 kN
Banzo Superior (3) = -126.09 kN
Banzo Superior (4) = -94.57 kN

BANZO INFERIOR
Banzo Inferior (1) = -0.00 kN
Banzo Inferior (2) = 94.57 kN
Banzo Inferior (3) = 94.57 kN
Banzo Inferior (4) = 0.00 kN

MONTANTES
Montante (1) = -63.04 kN
Montante (2) = -47.28 kN
Montante (3) = -31.52 kN
Montante (4) = -47.28 kN
Montante (5) = -63.04 kN

DIAGONAIS
Diagonal (1) = 105.73 kN
Diagonal (2) = 35.24 kN
Diagonal (3) = 35.24 kN
Diagonal (4) = 105.73 kN
```

Figura 40. Resultado da análise estrutural do programa desenvolvido (Treliça Pratt).

Fonte: do autor.

O programa calcula o peso total de aço de acordo com a massa linear dos perfis e majora o valor em 10%, de forma a considerar simplificadamente o peso das ligações.

O peso de aço de acordo com a geometria da treliça é dado por:

a) Diagonais e montantes:

$$m_{diag\ e\ mont} = 4 \times L_{diag} \times m_{diag} + 5 \times L_{mont} \times m_{mont}$$

$$m_{diag\ e\ mont} = 4 \times 2{,}24 \times 11{,}90 + 5 \times 1{,}00 \times 11{,}90$$

$$m_{diag\ e\ mont} = 166{,}124\ kg$$

b) Banzos superior e inferior:

$$m_{banzos} = 8 \times L_{banzos} \times m_{banzos}$$

$$m_{banzos} = 8 \times 2 \times 21{,}30$$

$$m_{banzos} = 340{,}80\ kg$$

Dessa forma a massa total da treliça é:

$$m_{treliça} = (340{,}80 + 166{,}124) \times 1{,}1$$

$$m_{treliça} = 557{,}62\ kg$$

O peso de aço considerado, em kN/m, pode ser calculado considerando o comprimento total da treliça:

$$P_{aço} = \frac{557{,}62\ kg\ \times 10\ m/s^2}{8m} \times \frac{1}{1000} = 0{,}697\ kN/m$$

Para validar a análise estrutural, o carregamento considerado foi o referente a combinação última na fase mista, ou seja, após a cura do concreto. O mesmo carregamento foi considerado no software Ftool (2017) para comparação de resultados:

$$q = 1{,}25\ \times 0{,}697\frac{kN}{m} + 1{,}35\left(2{,}10\frac{kN}{m^2} \times\ 2{,}0m\right) + 1{,}4\left(0{,}15\frac{kN}{m^2} \times 2{,}0m + 1\frac{kN}{m^2} \times 2m\right)$$
$$+ 1{,}5\ (2\frac{kN}{m^2} \times 2{,}0m)$$

$$q = 15{,}76\ kN/m$$

A análise estrutural desenvolvida no programa considera uma treliça ideal, ou seja, os carregamentos atuam nos nós da treliça. Dessa forma, considerando que os banzos têm 2,0m de comprimento, a força que atua nos nós centrais da treliça é igual a 31,52 kN e nos nós de extremidade é igual a 15,76 kN.

A treliça, com mesmas características geométricas da calculada pelo programa desenvolvido neste trabalho, foi então analisada utilizando o software Ftool (2017), conforme ilustrado na Figura 41.

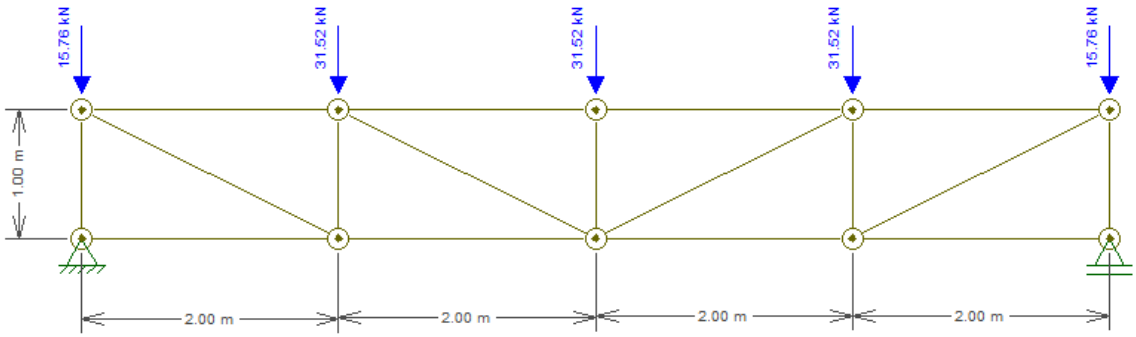

Figura 41. Treliça Pratt: geometria e carregamento do modelo do Ftool.

Fonte: do autor.

O resultado do esforço axial em cada uma das barras obtido através do modelo analisado no Ftool (2017) é mostrado na Figura 42.

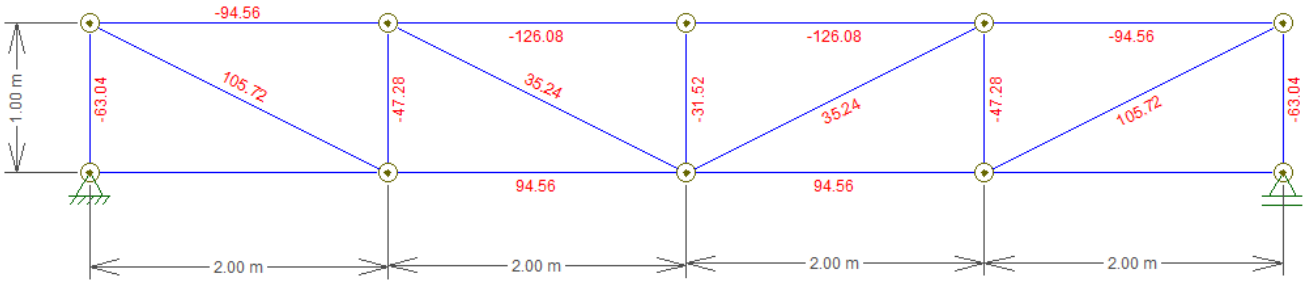

Figura 42. Treliça Pratt: resultado da análise estrutural (Ftool).

Fonte: do autor.

Os resultados obtidos através da análise estrutural do programa desenvolvido neste trabalho e através do software Ftool (2017) estão dispostos na Tabela 2.

Tabela 2. Comparação dos resultados da análise estrutural da treliça Pratt.

Barra	**Resultado (Dim. de Vigas Mistas Treliçadas) [kN]**	**Resultado (Ftool) [kN]**	**Diferença (%)**
Banzo Superior (1)	-94,57	-94,56	0,0%
Banzo Superior (2)	-126,09	-126,08	0,0%
Banzo Superior (3)	-126,09	-126,08	0,0%
Banzo Superior (4)	-94,57	-94,56	0,0%
Banzo Inferior (1)	0,00	0,00	0,0%
Banzo Inferior (2)	94,57	94,56	0,0%
Banzo Inferior (3)	94,57	94,56	0,0%
Banzo Inferior (4)	0,00	0,00	0,0%
Montante (1)	-63,04	-63,04	0,0%
Montante (2)	-47,28	-47,28	0,0%
Montante (3)	-31,52	-31,52	0,0%
Montante (4)	-47,28	-47,28	0,0%
Montante (5)	-63,04	-63,04	0,0%
Diagonal (1)	105,73	105,72	0,0%
Diagonal (2)	35,24	35,24	0,0%
Diagonal (3)	35,24	35,24	0,0%
Diagonal (4)	105,73	105,72	0,0%

Fonte: do autor.

5.1.2 Treliça Howe

Para a validação da análise estrutural da treliça Howe, foi considerada uma treliça com propriedades geometrias muito similares às da treliça Pratt descrita na seção anterior, ou seja, com 4 painéis de 2,0 m de largura por 1,0 m de altura, totalizando 8,0 m de vão, com espaçamento entre vigas de 2,0 m e conectadas a uma laje mista (MF50 com altura total de concreto de 110 mm, espessura nominal da forma de 0,95 mm e peso próprio

igual a 2,10 kN/m²). O perfil escolhido para os banzos superior e inferior foi o TC 141,3 mm x 6,4 mm e para as diagonais e montantes: foi o TC 101,6 mm x 5 mm.

Os carregamentos foram idênticos aos escolhidos para treliça Pratt: um edifício de uso comercial, com divisórias móveis e revestimento de madeira sobre a laje.

Os resultados obtidos para a análise estrutural no programa desenvolvido neste trabalho são apresentados na Figura 43.

```
---------------- ESFORÇOS NORMAIS: CARREGAMENTOS NA FASE DE UTILIZAÇÃO ----------------

BANZO SUPERIOR
Banzo Superior (1) = 0.00 kN
Banzo Superior (2) = -94.57 kN
Banzo Superior (3) = -94.57 kN
Banzo Superior (4) = -0.00 kN

BANZO INFERIOR
Banzo Inferior (1) = 94.57 kN
Banzo Inferior (2) = 126.09 kN
Banzo Inferior (3) = 126.09 kN
Banzo Inferior (4) = 94.57 kN

MONTANTES
Montante (1) = -15.76 kN
Montante (2) = 15.76 kN
Montante (3) = 0.00 kN
Montante (4) = 15.76 kN
Montante (5) = -15.76 kN

DIAGONAIS
Diagonal (1) = -105.73 kN
Diagonal (2) = -35.24 kN
Diagonal (3) = -35.24 kN
Diagonal (4) = -105.73 kN
```

Figura 43. Resultado da análise estrutural do programa desenvolvido (Treliça Howe).

Fonte: do autor.

De forma análoga ao procedimento descrito para a treliça Pratt, a treliça Warren foi analisada utilizando o software Ftool (2017), conforme mostrado na Figura 44.

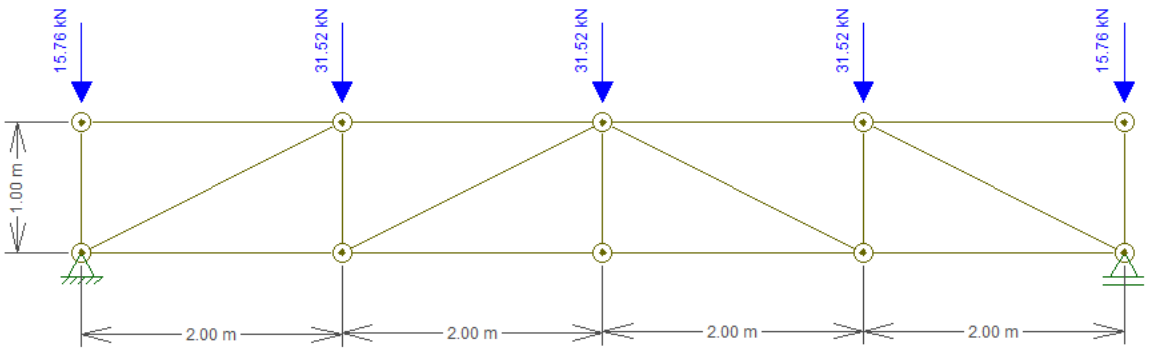

Figura 44. Treliça Howe: geometria e carregamento do modelo do Ftool.

Fonte: do autor.

O resultado do esforço axial em cada uma das barras obtido através do modelo analisado no Ftool (2017) é mostrado na Figura 45.

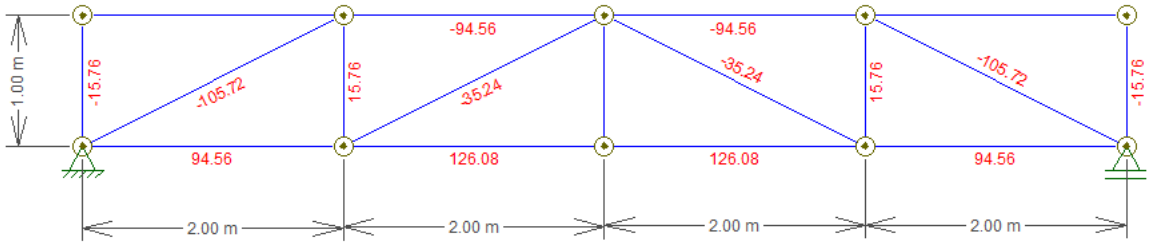

Figura 45. Treliça Howe: resultado da análise estrutural (Ftool).

Fonte: do autor.

Os resultados obtidos através da análise estrutural do programa desenvolvido neste trabalho e através do software Ftool (2017) estão dispostos na Tabela 3.

Tabela 3. Comparação dos resultados da análise estrutural da treliça Howe.

Barra	**Resultado (Dim. de Vigas Mistas Treliçadas) [kN]**	**Resultado (Ftool) [kN]**	**Diferença (%)**
Banzo Superior (1)	0,00	0,00	0,0%
Banzo Superior (2)	-94,57	-94,56	0,0%
Banzo Superior (3)	-94,57	-94,56	0,0%
Banzo Superior (4)	0,00	0,00	0,0%
Banzo Inferior (1)	94,57	94,56	0,0%
Banzo Inferior (2)	126,09	126,08	0,0%
Banzo Inferior (3)	126,09	126,08	0,0%
Banzo Inferior (4)	94,57	94,56	0,0%
Montante (1)	-15,76	-15,76	0,0%
Montante (2)	15,76	15,76	0,0%
Montante (3)	0,00	0,00	0,0%
Montante (4)	15,76	15,76	0,0%
Montante (5)	-15,76	-15,76	0,0%
Diagonal (1)	-105,73	-105,72	0,0%
Diagonal (2)	-35,24	-35,24	0,0%
Diagonal (3)	-35,24	-35,24	0,0%
Diagonal (4)	-105,73	-105,72	0,0%

Fonte: do autor.

5.1.3 Treliça Warren

Para a treliça tipo Warren, definiu-se um modelo com 11 painéis de 1,22 m de largura por 0,76 m de altura, totalizando 15,86 m de vão. Os perfis escolhidos foram:

a) Banzo superior: 2L 76,2 mm x 10,71 kg/m (espessura nominal de 9,52 mm);
b) Banzo inferior: 2L 127 mm x 18,30 kg/m (espessura nominal de 9,52 mm);
c) Diagonais e montantes: 2L 63,5 mm x 8,78 kg/m (espessura nominal de 9,52 mm).

Os carregamentos escolhidos foram:

a) Utilização da estrutura: uso bancário (2,0 kN/m²);
b) Divisórias fixas ou móveis (1,0 kN/m²);
c) Revestimento: piso elevado (0,40 kN/m²).

Os resultados para as forças axiais atuantes nos banzos da treliça obtidos no programa desenvolvido neste trabalho são mostrados na Figura 46.

```
---------------- ESFORÇOS NORMAIS: CARREGAMENTOS NA FASE DE UTILIZAÇÃO ----------------

BANZO SUPERIOR
Banzo Superior (1) = 0.00 kN
Banzo Superior (2) = -281.34 kN
Banzo Superior (3) = -520.79 kN
Banzo Superior (4) = -712.34 kN
Banzo Superior (5) = -856.00 kN
Banzo Superior (6) = -951.78 kN
Banzo Superior (7) = -999.67 kN
Banzo Superior (8) = -999.67 kN
Banzo Superior (9) = -951.78 kN
Banzo Superior (10) = -856.00 kN
Banzo Superior (11) = -712.34 kN
Banzo Superior (12) = -520.79 kN
Banzo Superior (13) = -281.34 kN
Banzo Superior (14) = 0.00 kN

BANZO INFERIOR
Banzo Inferior (1) = 149.65 kN
Banzo Inferior (2) = 413.04 kN
Banzo Inferior (3) = 628.54 kN
Banzo Inferior (4) = 796.14 kN
Banzo Inferior (5) = 915.87 kN
Banzo Inferior (6) = 987.70 kN
Banzo Inferior (7) = 1011.64 kN
Banzo Inferior (8) = 987.70 kN
Banzo Inferior (9) = 915.87 kN
Banzo Inferior (10) = 796.14 kN
Banzo Inferior (11) = 628.54 kN
Banzo Inferior (12) = 413.04 kN
Banzo Inferior (13) = 149.65 kN
```

Figura 46. Resultado da análise estrutural dos banzos do programa desenvolvido (Treliça Warren).

Fonte: do autor.

A Figura 47 mostra as forças nas diagonais e montantes.

```
MONTANTES
Montante (1) = -7.41 kN
Montante (2) = -7.41 kN

DIAGONAIS
Diagonal (1) = -238.14 kN
Diagonal (2) = 209.57 kN
Diagonal (3) = -209.57 kN
Diagonal (4) = 171.46 kN
Diagonal (5) = -171.46 kN
Diagonal (6) = 133.36 kN
Diagonal (7) = -133.36 kN
Diagonal (8) = 95.26 kN
Diagonal (9) = -95.26 kN
Diagonal (10) = 57.15 kN
Diagonal (11) = -57.15 kN
Diagonal (12) = 19.05 kN
Diagonal (13) = -19.05 kN
Diagonal (14) = -19.05 kN
Diagonal (15) = 19.05 kN
Diagonal (16) = -57.15 kN
Diagonal (17) = 57.15 kN
Diagonal (18) = -95.26 kN
Diagonal (19) = 95.26 kN
Diagonal (20) = -133.36 kN
Diagonal (21) = 133.36 kN
Diagonal (22) = -171.46 kN
Diagonal (23) = 171.46 kN
Diagonal (24) = -209.57 kN
Diagonal (25) = 209.57 kN
Diagonal (26) = -238.14 kN
```

Figura 47. Resultado da análise estrutural das diagonais e montantes do programa desenvolvido (Treliça Warren).

Fonte: do autor.

De forma similar aos modelos anteriores, os carregamentos definidos resultam em uma carga pontual de 29,65 kN atuante nos nós superiores centrais da treliça, 22,23 kN e 7,41 kN nos nós mais externos, conforme é possível visualizar na Figura 48 que mostra o modelo analisado no software Ftool (2017).

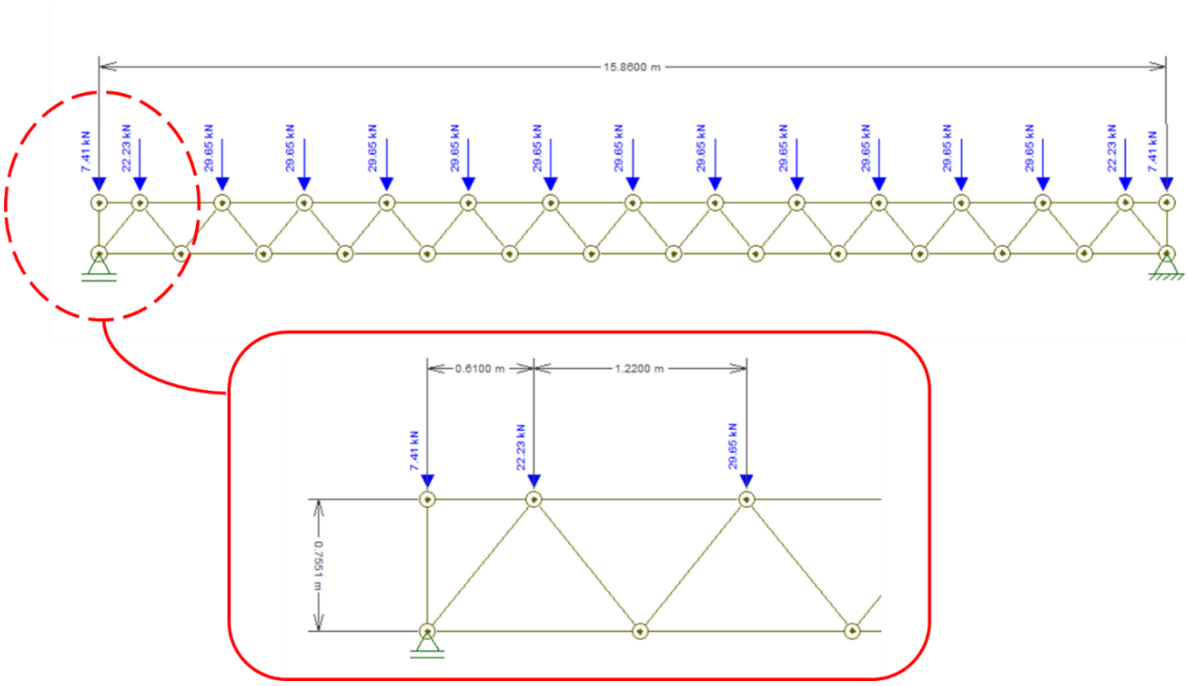

Figura 48. Treliça Warren: geometria e carregamento do modelo do Ftool.

Fonte: do autor.

O resultado do esforço axial em cada uma das barras obtido através do modelo analisado no Ftool (2017) é mostrado na Figura 49.

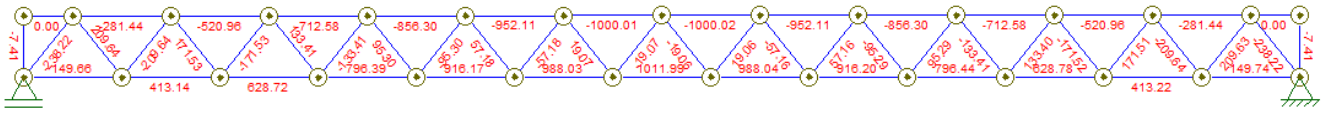

Figura 49. Treliça Warren: resultado da análise estrutural (Ftool).

Fonte: do autor.

Os resultados obtidos através da análise estrutural do programa desenvolvido neste trabalho e através do software Ftool (2017) estão dispostos na Tabela 4.

Tabela 4. Comparação dos resultados da análise estrutural da treliça Warren.

Barra	**Resultado (Dim. de Vigas Mistas Treliçadas) [kN]**	**Resultado (Ftool) [kN]**	**Diferença (%)**
Banzo Superior (1)	0,00	0,00	0,0%
Banzo Superior (2)	-281,34	-281,44	0,0%
Banzo Superior (3)	-520,79	-520,96	0,0%
Banzo Superior (4)	-712,34	-712,58	0,0%
Banzo Superior (5)	-856	-856,3	0,0%
Banzo Superior (6)	-951,78	-952,11	0,0%
Banzo Superior (7)	-999,67	-1000,01	0,0%
Banzo Superior (8)	-999,67	-1000,02	0,0%
Banzo Superior (9)	-951,78	-952,11	0,0%

Banzo Superior (10)	-856	-856,3	0,0%
Banzo Superior (11)	-712,34	-712,58	0,0%
Banzo Superior (12)	-520,79	-520,96	0,0%
Banzo Superior (13)	-281,34	-281,44	0,0%
Banzo Superior (14)	0	0	0,0%
Banzo Inferior (1)	149,65	149,66	0,0%
Banzo Inferior (2)	413,04	413,14	0,0%
Banzo Inferior (3)	628,54	628,72	0,0%
Banzo Inferior (4)	796,14	796,39	0,0%
Banzo Inferior (5)	915,87	916,17	0,0%
Banzo Inferior (6)	987,7	988,03	0,0%
Banzo Inferior (7)	1011,64	1011,99	0,0%
Banzo Inferior (8)	987,7	988,04	0,0%
Banzo Inferior (9)	915,87	916,2	0,0%
Banzo Inferior (10)	796,14	796,44	0,0%
Banzo Inferior (11)	628,54	628,78	0,0%
Banzo Inferior (12)	413,04	413,22	0,0%
Banzo Inferior (13)	149,65	149,74	-0,1%
Montante (1)	-7,41	-7,41	0,0%
Montante (2)	-7,41	-7,41	0,0%
Diagonal (1)	-238,14	-238,22	0,0%
Diagonal (2)	209,57	209,64	0,0%
Diagonal (3)	-209,57	-209,64	0,0%
Diagonal (4)	171,46	171,53	0,0%
Diagonal (5)	-171,46	-171,53	0,0%
Diagonal (6)	133,36	133,41	0,0%
Diagonal (7)	-133,36	-133,41	0,0%
Diagonal (8)	95,26	95,3	0,0%
Diagonal (9)	-95,26	-95,3	0,0%
Diagonal (10)	57,15	57,18	-0,1%
Diagonal (11)	-57,15	-57,18	-0,1%
Diagonal (12)	19,05	19,07	-0,1%
Diagonal (13)	-19,05	-19,07	-0,1%
Diagonal (14)	-19,05	-19,06	-0,1%
Diagonal (15)	19,05	19,06	-0,1%
Diagonal (16)	-57,15	-57,16	0,0%
Diagonal (17)	57,15	57,16	0,0%
Diagonal (18)	-95,26	-95,29	0,0%
Diagonal (19)	95,26	95,29	0,0%
Diagonal (20)	-133,36	-133,41	0,0%
Diagonal (21)	133,36	133,4	0,0%
Diagonal (22)	-171,46	-171,52	0,0%
Diagonal (23)	171,46	171,51	0,0%

Diagonal (24)	-209,57	-209,64	0,0%
Diagonal (25)	209,57	209,63	0,0%
Diagonal (26)	-238,14	-238,22	0,0%

Fonte: do autor.

5.2 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA ANÁLISE ESTRUTURAL

Para as três treliças analisadas, os resultados obtidos da análise estrutural pelo programa desenvolvido neste trabalho estão corretos, pois não houve divergência em relação aos resultados do Ftool (2017). Dessa forma, conclui-se que o método dos deslocamentos foi empregado corretamente e o programa desenvolvido se mostrou adequado para a análise estrutural de treliças Pratt, Howe e Warren.

5.3 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS

Para aferição do programa no que tange a verificação dos estados limites últimos optou-se por utilizar o exemplo numérico publicado pela ASCE (1996) adaptando a geometria da estrutura às tabelas de perfis e laje disponíveis no banco de dados do programa. Trata-se do dimensionamento de uma treliça mista cuja parte metálica é do tipo Warren e a laje de concreto possui fôrma incorporada, como mostrado na Figura 50.

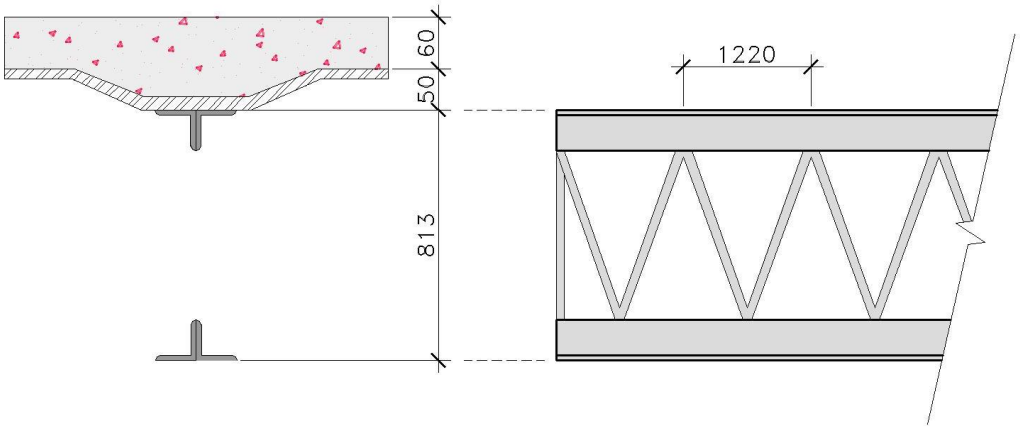

Figura 50. Modelo de treliça mista utilizado no exemplo.

Fonte: do autor.

Tem-se os seguintes dados relacionados à geometria e aos materiais:

a) Comprimento total da treliça: 15,85 m;
b) Espaço entre treliças: 3,05 m;
c) Altura total da treliça: 813 mm;
d) Resistência ao escoamento característica do aço (f_y): 345 MPa;
e) Altura da fôrma de aço: 50 mm;

f) Altura total da laje: 110 mm;

g) Resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}): 20,7 MPa.

Os dados de entrada do programa relacionados à geometria são mostrados na Figura 51.

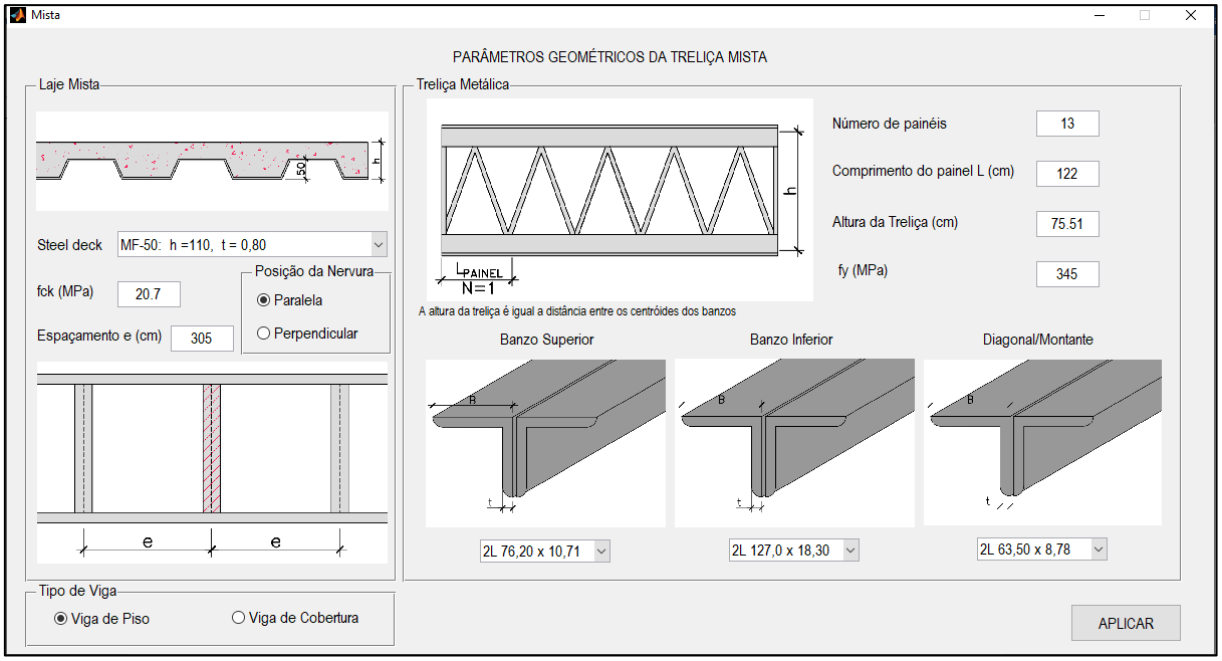

Figura 51. Dados de entrada relacionado à geometria.

Fonte: do autor.

Para os carregamentos, foram considerados os seguintes valores:

a) Peso próprio da laje (considerando a fôrma incorporada): 2,08 kN/m². Considerando a largura de influência de 3,05 m tem-se 6,34 kN/m;

b) Peso próprio da treliça metálica: 694,82 kg. Considerando o comprimento da laje de 15,85 m tem-se 0,44 kN/m. Considerando as ligações, majora-se o valor em 10%. Logo, tem-se 0,48 kN/m;

c) Peso próprio de divisórias: 1 kN/m². Considerando a largura de influência de 3,05 m tem-se 3,05 kN/m;

d) Revestimento de piso: 0,4 kN/m². Considerando a largura de influência de 3,05 m tem-se 1,22 kN/m;

e) Sobrecarga de utilização: 2 kN/m². Considerando a largura de influência de 3,05 m tem-se 6,1 kN/m;

f) Sobrecarga de construção: 1 kN/m². Considerando a largura de influência de 3,05 m tem-se 3,05 kN/m.

Os dados de entrada do programa relacionados aos carregamentos estão mostrados na Figura 52.

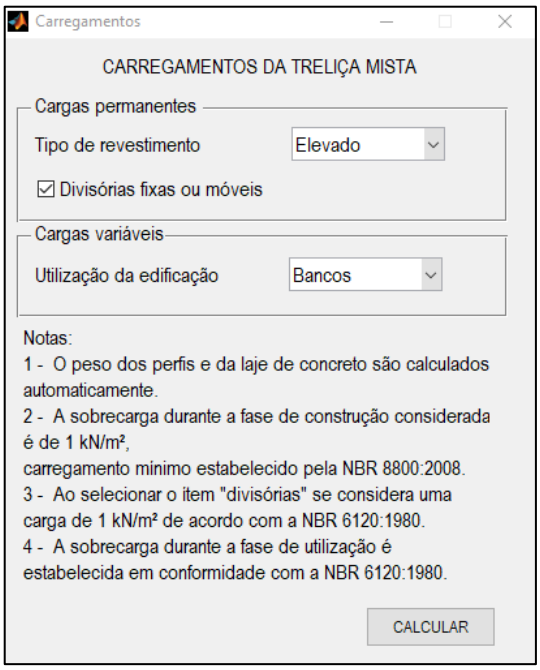

Figura 52. Dados de entrada relacionado ao carregamento.

Fonte: do autor.

Para dar início ao dimensionamento, determina-se as cargas atuantes nas fases de construção e utilização da estrutura. A carga de construção, para verificação do estado limite último é dada por:

$$q = 1{,}15 \times 0{,}484 + 1{,}25 \times 6{,}344 + 1{,}3 \times 3{,}05$$

$$q = 12{,}452\ kN/m$$

Para a fase de utilização, tem-se:

$$q = 1{,}25 \times 0{,}484 + 1{,}4 \times (3{,}05 + 1{,}22) + 1{,}35 \times 6{,}344 + 1{,}5 \times 6{,}1$$

$$q = 24{,}297\ kN/m$$

O exemplo utilizado detalha os cálculos para a fase mista conforme mostrado a seguir.

O momento fletor solicitante de cálculo para a fase mista pode ser calculado considerando a carga para a fase de utilização da estrutura e o vão total:

$$M_{Sd} = \frac{qL^2}{8} \rightarrow \frac{24{,}297 \times 15{,}85^2}{8}$$

$$M_{Sd} = 763\ kNm$$

O perfil mais próximo ao utilizado no exemplo da ASCE (1996) do banco de dados do programa é a cantoneira dupla 2L 127 x 127 x 9,52, com área da seção transversal igual a 4658 mm² para o banzo inferior.

Definido o perfil do banzo inferior, determina-se a força de tração de cálculo da seção mista:

$$T_{ad} = A_s \times f_{yd} \rightarrow 46{,}58cm^2 \times 31{,}36\, {}^{kN}/_{cm^2}$$

$$T_{ad} = 1460{,}92\ kN$$

A largura efetiva para o cálculo da treliça mista pode ser calculada da seguinte forma:

$$b = mínimo \begin{cases} \frac{L}{4} \rightarrow \frac{15{,}85}{4} = 3{,}96m \\ e = 3{,}05m \end{cases}$$

$$b = 3{,}05m$$

Por equilíbrio, tem-se que a força de tração é igual a força de compressão.

$$T_{ad} = C_{Cd}$$

$$C_{Cd} = 0{,}85 f_{cd} ba$$

A altura da linha neutra é dada por:

$$a = \frac{1460{,}92}{0{,}85\ \times \frac{2{,}07}{1{,}4} \times 305} = 3{,}81\ cm$$

O braço de alavanca *d*, conforme a Figura 16, é dado por:

$$d = \left(h_c + h_f\right) + H_{treliça} - \frac{a}{2} - y_c$$

$$d = (6 + 5) + 81{,}3 - \frac{4{,}19}{2} - 3{,}53$$

$$d = 86{,}86cm$$

Dessa forma, o momento resistente de cálculo é dado por:

$$M_{Rd} = T_{ad} \times d \rightarrow 1460{,}92 \times 0{,}86675$$

$$M_{Rd} = 1269{,}01\ kNm$$

Ao comparar o momento solicitante com o resistente, concluímos que o perfil escolhido é adequado:

$$M_{Sd} = 763\ kNm\ <\ M_{Rd} = 1269{,}01\ \ kNm\ \rightarrow Ok.$$

Os resultados para a verificação do momento fletor na seção mista obtidos através do programa desenvolvido neste trabalho são mostrados na Figura 53.

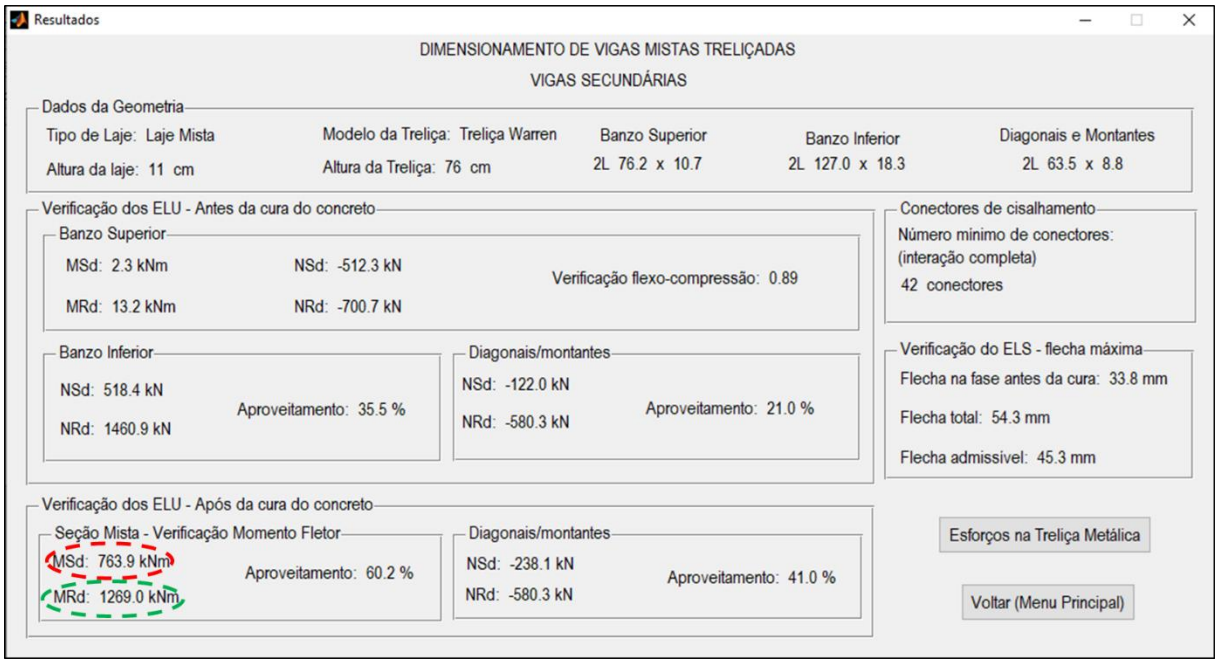

Figura 53. Resultados para verificação da seção mista a momento fletor.

Fonte: do autor.

Em relação às verificações dos elementos da treliça metálica, a ASCE apresenta apenas os resultados. Para aferição do programa, foi realizado o processo de verificação de forma detalhada, como mostrado a seguir.

a) Verificação do banzo superior

Para obter os esforços solicitantes, a treliça foi analisada através do software Ftool (2017), conforme mostrado na Figura 54, considerando o carregamento de construção, visto que os banzos superiores são mais solicitados na fase que antecede a cura do concreto.

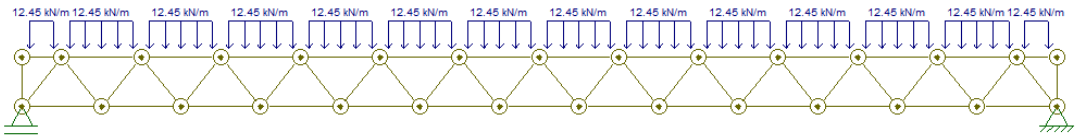

Figura 54. Carregamento na treliça na fase de construção.

Fonte: do autor.

O momento fletor máximo no banzo superior na fase de construção é mostrado na Figura 55.

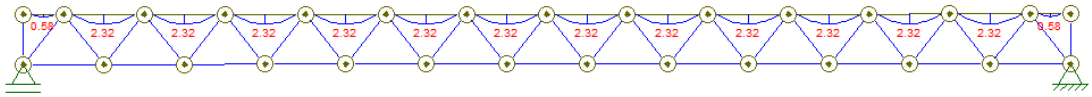

Figura 55. Momento fletor máximo no banzo superior antes da cura do concreto.

Fonte: do autor.

Já o esforço máximo de compressão pode ser verificado na Figura 56.

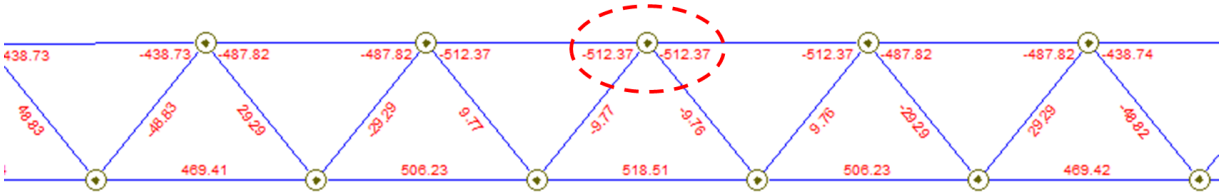

Figura 56. Esforço de compressão máximo no banzo superior antes da cura do concreto.

Fonte: do autor.

Conforme a Figura 55 e a Figura 56, tem-se:

$$M_{Sd} = 2{,}32\ kNm$$

$$N_{Sd} = -512{,}37\ kNm$$

Os esforços resistentes foram calculados para o perfil 2L 76,2 x 76,2 x 9,52 em conformidade com a NBR 8800:2008.

Dados tabelados do perfil escolhido (1 cantoneira 76,2 x 76,2 x 9,52):

a) Aba: 7,62 cm;
b) Espessura: 0,952 cm;
c) Área de uma cantoneira: 13,61 cm²;
d) Momento de inércia ($I_x = I_y$): 75 cm^4;
e) Raio de giração em relação ao eixo central *x*: 2,31 cm;
f) Posição do centroide: *x*=*y*= 2,26 cm;

Dados da geometria considerando duas cantoneiras em formato "T":

a) Área de aço total: 27,22 cm²;
b) Momento de inércia em relação ao eixo *x*: 150 cm^4;

$$I_{x2L} = 2 \times I_{x,L}$$

c) Momento de inércia em relação ao eixo *y*: 289 cm^4;

$$I_{y2L} = 2 \times I_{y,L} + 2A \times d^2, \text{ onde d= 2,26 cm.}$$

d) Raio de giração em relação ao eixo central *x*: 2,31 cm;
e) Raio de giração em relação ao eixo central *y*: 3,26 cm.

$$r_{y2L} = \sqrt{\frac{I_{y,2L}}{A_{2L}}}$$

- Compressão

O comprimento de flambagem considerado para os banzos é igual a 1,22m.

O raio de giração polar é dado por:

$$r_0 = \sqrt{2{,}31^2 + 3{,}26^2 + 0^2 + 1{,}784^2}$$

$$r_0 = 4{,}39\ cm$$

O momento de inércia polar da seção pode ser calculado através da equação:

$$J = \sum \frac{1}{3} bt^3 \rightarrow \frac{1}{3}\ (7{,}62 \times 0{,}952^3 \times 2 + (7{,}62 - 0{,}952) \times 0{,}952^3 \times 2)$$

$$J = 8{,}22\ cm^4$$

Para determinar a carga crítica de Euler, calcula-se as cargas críticas com relação ao eixo de flexão *x* e *y* e o eixo de torção *z*.

$$N_{e,x} = \frac{\pi^2 20000 \times 150}{122^2} = 1989{,}30\ kN$$

$$N_{e,y} = \frac{\pi^2 20000 \times 289}{122^2} = 3833{,}11\ kN$$

Para C_w nulo tem-se:

$$N_{ez} = \frac{1}{8{,}21^2}[7700\ \times 4{,}3945] = 3276{,}9\ kN$$

Para perfis monossimétricos, também é necessário determinar a carga crítica em relação a flexo-torção:

$$N_{e,yz} = \frac{3833{,}11 + 3276{,}9}{2[1 - \left({}^{1{,}784}/_{8{,}22}\right)^2]}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 3833{,}11 \times 3276{,}9\ \times [1 - \left({}^{1{,}784}/_{8{,}22}\right)^2]}{(3833{,}11 + 3276{,}9)^2}}\right]$$

$$N_{e,yz} = \ 2501{,}93kN$$

A carga crítica de Euler para perfis monossimétricos é dada pelo menor valor entre o $N_{e,x}$ e o $N_{e,yz}$. Assim, conclui-se que a carga crítica é igual a 1989,3 kN.

Segue-se com a determinação da esbeltez para o cálculo do coeficiente de redução da resistência devido à instabilidade local:

$$\lambda = \frac{7{,}62}{0{,}952} = 8$$

$$\lambda_{lim} = 0{,}45\sqrt{\frac{20000}{34{,}5}} = 10{,}83$$

Para $\lambda < \lambda_{lim}$, tem-se *Q*=1.

A esbeltez reduzida é dada por:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{1{,}0 \times 27{,}22 \times 34{,}5}{1989{,}3}} = 0{,}687$$

Como a esbeltez é inferior a 1,5, tem-se:

$$\chi = 0{,}658^{0{,}687^2}$$

$$\chi = 0{,}821$$

Finalmente, o esforço resistente à compressão é dado por:

$$N_{c,Rd} = \frac{0{,}821 \times 1 \times 27{,}22 \times 34{,}5}{1{,}1}$$

$$N_{c,Rd} = 700{,}66\ kN$$

A Figura 57 mostra os resultados do programa referentes aos esforços axiais do banzo superior antes da cura do concreto: destacado em vermelho, tem-se a força solicitante e em verde a força resistente. Os resultados do programa são condizentes com os valores esperados.

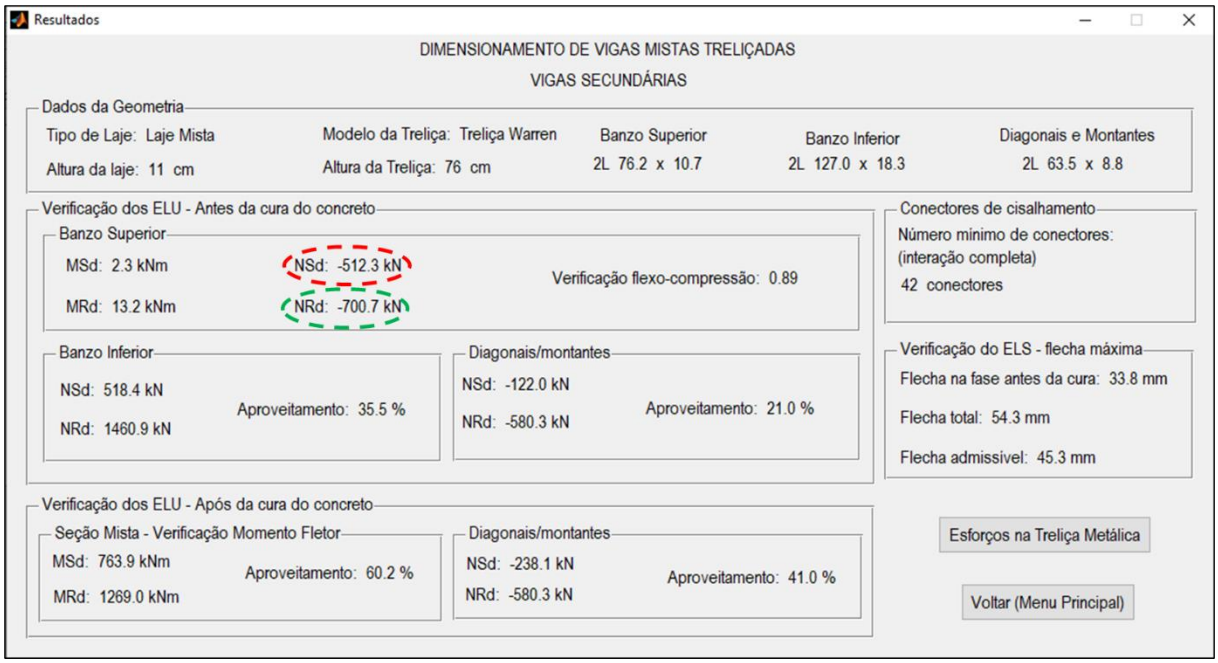

Figura 57. Resultados dos esforços axiais do banzo superior antes da cura do concreto.

Fonte: do autor.

- Momento fletor

Para determinar o momento fletor resistente do perfil escolhido para o banzo inferior, determina-se o menor valor entre o momento resistente considerando os estados limites últimos de Flambagem Lateral com Torção (FLT) e Flambagem Local da Mesa (FLM).

Primeiro, calcula-se o momento de plastificação da seção:

Com base na geometria, o cálculo do Módulo de Resistência Plástico (Z_x) para uma cantoneira simples é dado por:

$$Z_x = \frac{b \times {y_i}^2}{2} + \frac{b \times (t - y_i)^2}{2} + (b \times t - t^2) \times \left[\frac{b - t}{2} + (t - y_i)\right]$$

onde y_i é calculado por:

$$y_i = \frac{2 \times b \times t - t^2}{2 \times b}$$

$$y_i = \frac{2 \times 7{,}62 \times 0{,}952 - 0{,}952^2}{2 \times 7{,}62} = 0{,}893\ cm$$

Logo, tem-se:

$$Z_x = \frac{7{,}62 \times 0{,}893^2}{2} + \frac{7{,}62 \times (0{,}952 - 0{,}893)^2}{2}$$

$$+ (7{,}62 \times 0{,}952 - 0{,}952^2) \times \left[\frac{7{,}62 - 0{,}952}{2} + (0{,}952 - 0{,}893)\right]$$

$$Z_x = 24{,}59\ cm^3$$

Para o cálculo do módulo de resistência plástico para a seção cantoneira dupla, utiliza-se:

$$Z_{x,2L} = 2 \times Z_{x,L} = 2 \times 24{,}59\ \text{cm}^3 = 49{,}18\ cm^3$$

O valor do módulo de resistência elástico para a cantoneira dupla é calculado por:

$$W_{tx} = \frac{I_{x,2L}}{(b - x_g)} = \frac{150}{(7{,}62 - 2{,}26)} = 27{,}99\ cm^3$$

De posse destes dados, é realizado o cálculo do momento de plastificação:

$$M_{pl} = f_y Z_{x,2L} \leq 1{,}5 \times W_{tx} \times f_y$$

$$M_{pl} = 34{,}5 \times 49{,}18 \leq 1{,}5 \times 27{,}99 \times 34{,}5$$

$$M_{pl} = 1696{,}72 \leq 1448{,}23\ kNcm \therefore M_{pl} = 1448{,}23 kNcm$$

Considerando a FLM:

$$\lambda = \frac{b}{t} \rightarrow \frac{7{,}62}{0{,}952} = 8$$

$$\lambda_p = 0{,}38\sqrt{\frac{E}{f_y}} \rightarrow 0{,}38\sqrt{\frac{20000}{34{,}5}} = 9{,}15$$

Como $\lambda < \lambda_p$, o momento resistente referente à FLM é igual ao momento de plastificação minorado pelo coeficiente de ponderação.

Considerando a FLT, para o caso I (abas paralelas ao eixo de flexão encontram-se comprimidas):

$$M_{k,FLT} = \frac{\pi\sqrt{EI_{y2L}GJ}}{L_b} \times \left(B + \sqrt{1 + B^2}\right)$$

Sendo:

$$B = \pm \frac{2{,}3\ \times b}{L_b} \times \sqrt{\frac{I_{y2L}}{J}}$$

$$B = \pm\ \frac{2{,}3\ \times 7{,}62}{122} \times \sqrt{\frac{289}{8{,}22}} = 0{,}85$$

Onde o sinal é positivo onde a extremidade da alma oposta à mesa estiver tracionada em torno do comprimento destravado. Logo, o momento resistente considerando a FLT é dado por:

$$M_{Rk,FLT} = \frac{\pi\sqrt{20000\ \times 289\ \times 7700 \times\ 8{,}22}}{122} \times \left(0{,}85 + \sqrt{1 + 0{,}85^2}\right)$$

$$M_{Rk,FLT} = 33729{,}57\ kNcm$$

A partir dos cálculos, conclui-se que o momento resistente do perfil é igual o mínimo entre $M_{pl} = 1448{,}23\ kNcm$ e $M_{Rk,FLT} = 33729{,}57\ \ kNcm$.

Para determinar o momento resistente de cálculo é necessário minorar o valor considerando o coeficiente de ponderação.

$$M_{Rd} = \frac{1448{,}23}{1{,}1} = 1316{,}57\ kNcm$$

$$M_{Rd} = 13{,}17\ kNm$$

A Figura 58 mostra os resultados do programa referentes aos esforços de momento fletor do banzo superior antes da cura do concreto: destacado em vermelho, tem-se o momento solicitante e em verde o momento resistente. Os resultados do programa são condizentes com os valores esperados.

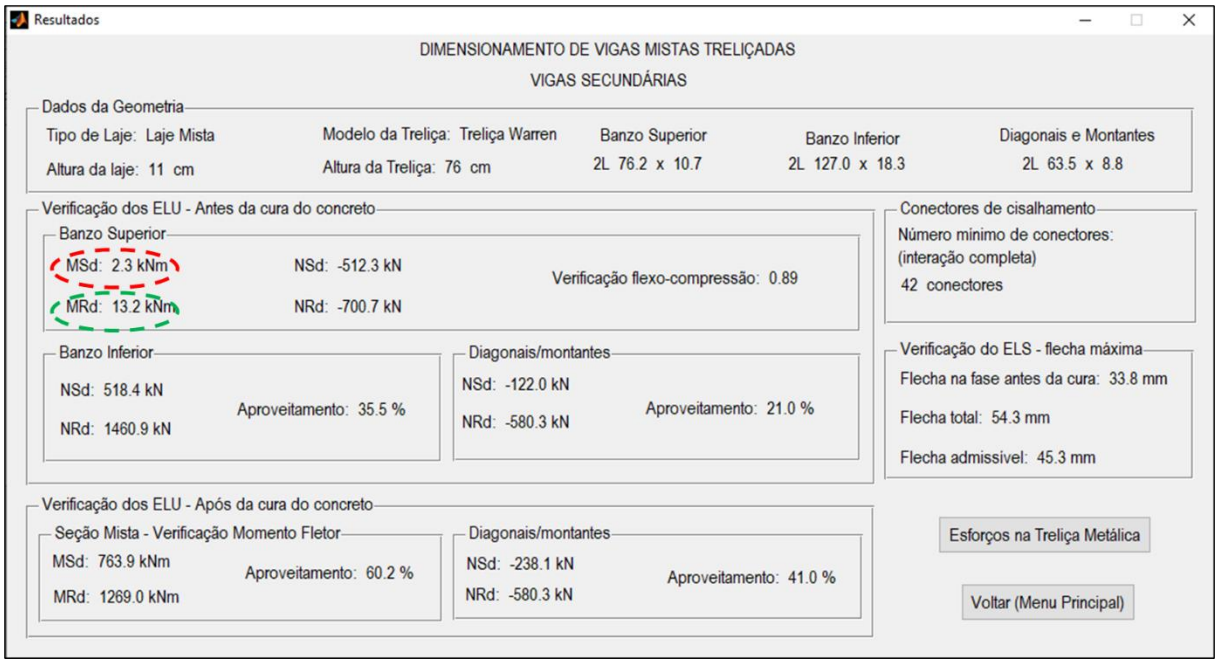

Figura 58. Resultados dos momentos fletores do banzo superior antes da cura do concreto.

Fonte: do autor.

- Esforços combinados

A norma brasileira prescreve a verificação quanto à combinação de esforços:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0{,}2 \;\rightarrow \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8\,M_{Sd}}{9\,M_{Rd}} \leq 1{,}0$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0{,}2 \;\rightarrow \frac{N_{Sd}}{2\,N_{Rd}} + \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}} \leq 1{,}0$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} = \frac{512{,}37}{700{,}66} = 0{,}73 > \; 0{,}2$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0{,}2 \;\rightarrow \frac{512{,}37}{700{,}66} + \frac{18{,}56}{118{,}53} = 0{,}89 \;\leq 1{,}0$$

A Figura 59 mostra os resultados do programa para a verificação dos esforços combinados do banzo superior antes da cura do concreto. O resultado do programa foi o esperado.

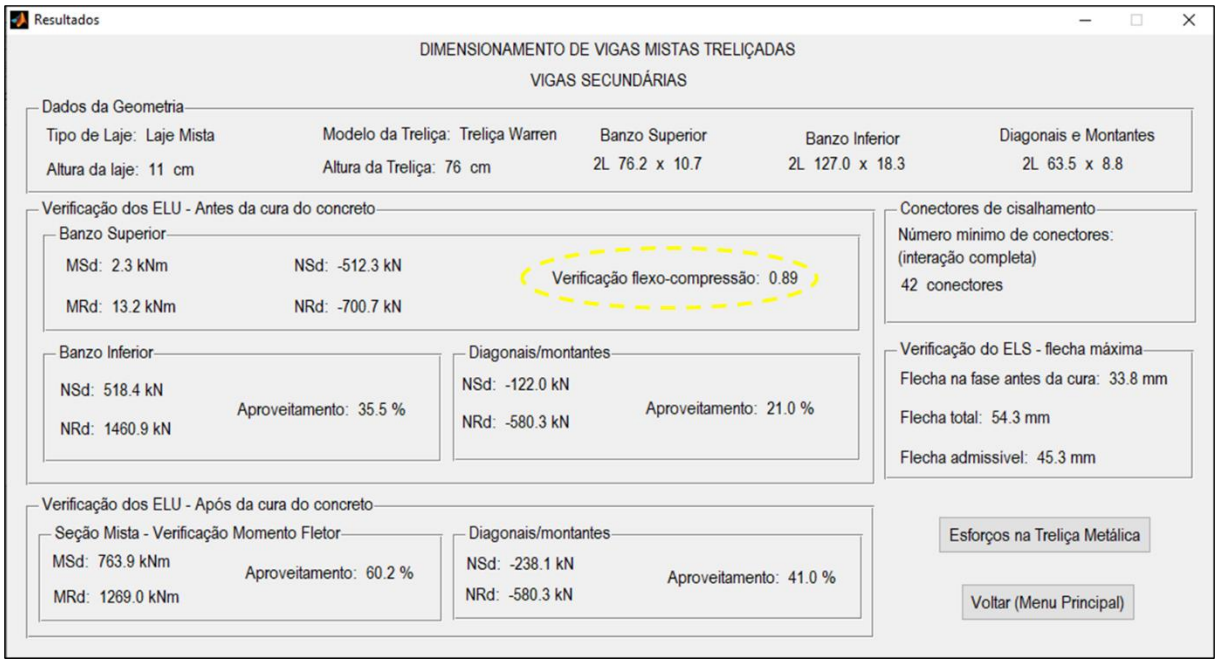

Figura 59. Verificação da flexo-compressão do banzo superior antes da cura do concreto.

Fonte: do autor.

b) Verificação do banzo inferior

O banzo inferior é verificado em relação à força axial de tração considerando o estado limite último de escoamento da seção bruta.

O cálculo do esforço resistente é dado por:

$$N_{t\,Rd} = \frac{34{,}5 \times 46{,}58}{1{,}1}$$

$$N_{t\,Rd} = 1460{,}91\ kN$$

O esforço máximo de tração que atua no banzo inferior considerando o carregamento antes da cura do concreto é mostrado na Figura 60

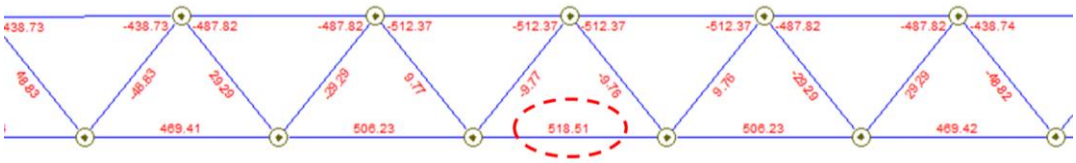

Figura 60. Esforço de tração máximo no banzo inferior antes da cura do concreto.

Fonte: do autor.

A Figura 61 mostra os resultados do programa referentes aos esforços axiais de tração do banzo inferior antes da cura do concreto: destacado em vermelho, tem-se o esforço de tração solicitante e em verde o esforço de tração resistente. Os resultados do programa são condizentes com os valores esperados.

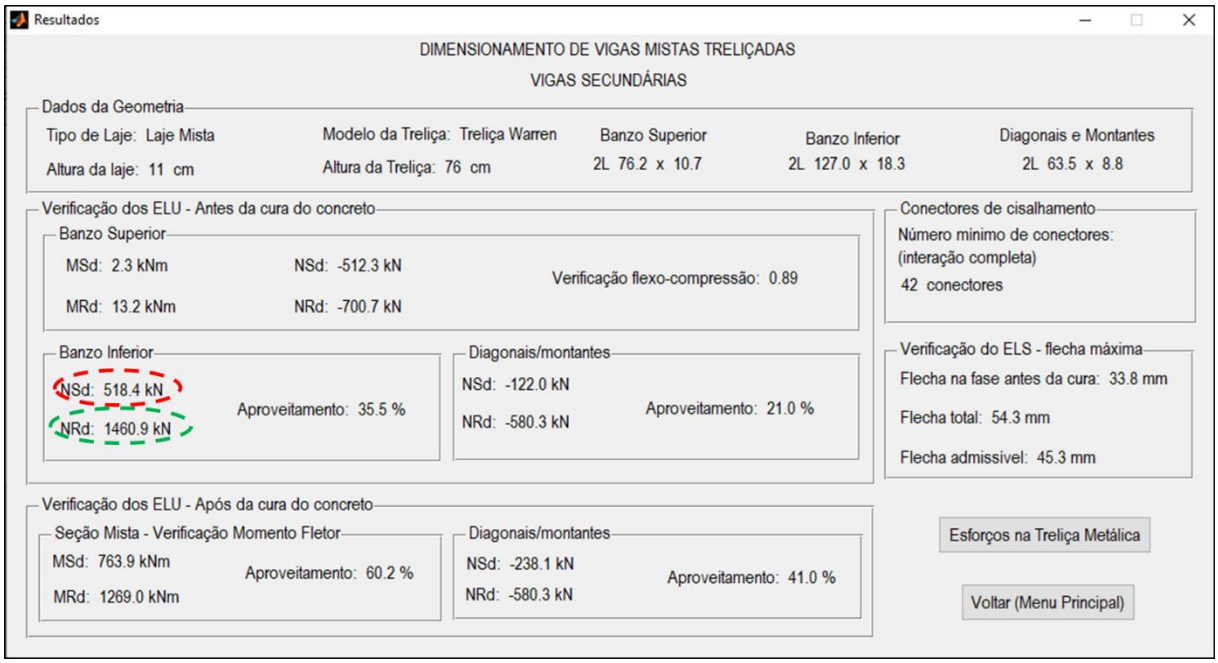

Figura 61. Verificação dos esforços axiais de tração do banzo inferior antes da cura do concreto.

Fonte: do autor.

c) Verificação das diagonais e montantes

Para diagonais e montantes, a treliça foi analisada no Ftool (2017) para a carga antes da cura (Figura 54) e depois da cura (Figura 62) do concreto. O perfil escolhido foi o 2L 63,5 x 63,5 x 9,52.

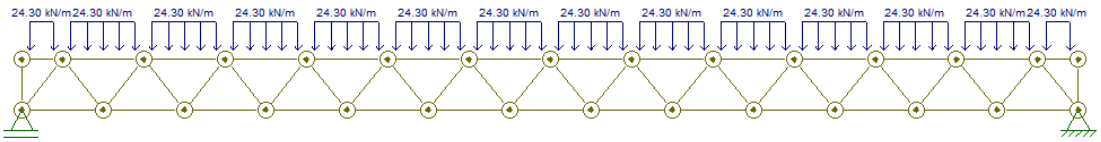

Figura 62. Carregamento na treliça na fase de utilização.

Fonte: do autor.

Considerando a análise estrutural do Ftool (2017), o esforço solicitante máximo de compressão para o carregamento antes da cura do concreto é igual a 122,06 kN conforme mostrado na Figura 63.

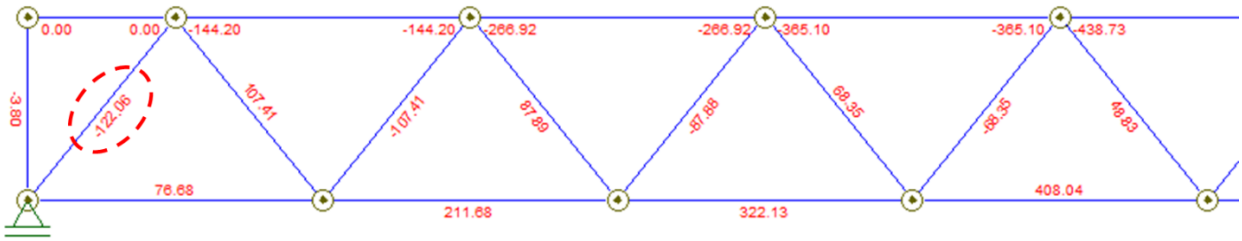

Figura 63. Esforço de compressão máximo na diagonal antes da cura do concreto.

Fonte: do autor.

Já o esforço solicitante máximo de compressão considerando o carregamento depois da cura do concreto é igual a 238,20kN conforme mostrado na Figura 64.

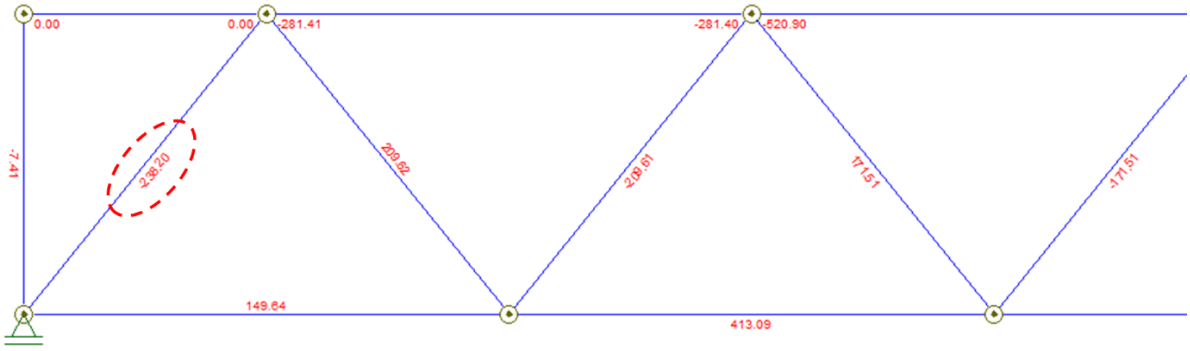

Figura 64. Esforço de compressão máximo na diagonal depois da cura do concreto.

Fonte: do autor.

O artigo da ASCE não possui memória de cálculo para o esforço resistente à compressão do perfil escolhido. Dessa forma, as verificações foram feitas como mostrado a seguir, em conformidade com a NBR 8800:2008.

Dados tabelados do perfil escolhido (1 cantoneira 63,5 x 63,5 x 9,52):

a) Aba: 6,35 cm;
b) Espessura: 0,952 cm;
c) Área de uma cantoneira: 11,16 cm²;
d) Momento de inércia ($I_x = I_y$): 41 cm^4;
e) Raio de giração em relação ao eixo central *x*: 1,91cm;
f) Posição do centroide: *x*=*y*= 1,93 cm;

Dados da geometria considerando duas cantoneiras em formato "T":

a) Área de aço total: 22,32cm²;
b) Momento de inércia em relação ao eixo *x*: 82 cm^4;

$$I_{x2L} = 2 \times I_{x,L}$$

c) Momento de inércia em relação ao eixo *y*: 165,14 cm^4;

$I_{y2L} = 2 \times I_{y,L} + 2A \times d^2$, onde *d*= 1,93 cm

d) Raio de giração em relação ao eixo central *x*: 1,91cm;
e) Raio de giração em relação ao eixo central *y*: 2,72 cm.

$$r_{y2L} = \sqrt{\frac{I_{y,2L}}{A_{2L}}}$$

O comprimento de flambagem considerado para as diagonais é igual a 0,97 m.

Cálculo do raio de giração polar da seção:

$$r_0 = \sqrt{1{,}91^2 + 2{,}72^2 + 0^2 + 1{,}93^2} = 3{,}63\ cm$$

O momento de inércia polar da seção:

$$J = \sum \frac{1}{3} bt^3 \rightarrow \frac{1}{3}\ (6{,}35 \times 0{,}952^3 \times 2 + (6{,}35 - 0{,}952) \times 0{,}952^3 \times 2$$

$$J = 6{,}76\ cm^4$$

$$N_{e,x} = \frac{\pi^2 20000 \times 82}{97{,}07^2} = 1717{,}77\ kN$$

$$N_{e,y} = \frac{\pi^2 20000 \times 165{,}14}{97{,}07^2} = 3459{,}42\ kN$$

$$N_{ez} = \frac{1}{{r_0}^2}\left[\frac{\pi^2 E C_w}{(k_z L_z)^2} + GJ\right]$$

Para C_w nulo tem-se:

$$N_{ez} = \frac{1}{3{,}63^2}[7700\ \times 6{,}76] = 3945{,}83\ kN$$

$$N_{e,yz} = \frac{3459{,}42 + 3945{,}83}{2[1 - \left({}^{1{,}45}/_{3{,}63}\right)^2]}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 3459{,}42 \times 3945{,}83 \times [1 - \left({}^{1{,}45}/_{3{,}63}\right)^2]}{(3459{,}42 + 3945{,}83)^2}}\right]$$

$$N_{e,yz} = 2624{,}14\ kN$$

Dessa forma, a carga crítica de Euler para o perfil escolhido é igual ao menor valor entre o $N_{e,x}$ e o $N_{e,yz}$.

$$\therefore N_e = 1717{,}77 kN$$

Cálculo da esbeltez para consideração da flambagem local do perfil:

$$\lambda = \frac{b}{t} \rightarrow \frac{6{,}35}{0{,}952} = 6{,}67$$

$$\lambda_{lim} = 0{,}45\sqrt{\frac{20000}{34{,}5}} = 10{,}84$$

Como $\lambda < \lambda_{lim}$, tem-se Q=1,0.

Cálculo da esbeltez reduzida para consideração da flambagem global da peça:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{1{,}0 \times 22{,}32 \times 34{,}5}{1717{,}77}} = 0{,}6695$$

$$\chi = 0{,}658^{0{,}0{,}6695^2} \rightarrow \chi = 0{,}8289$$

Cálculo da força resistente à compressão do perfil:

$$N_{c,Rd} = \frac{0{,}8289 \times 1{,}0 \times 22{,}32 \times 34{,}5}{1{,}1} = 580{,}28\ kN$$

Dessa forma, o perfil resiste a um esforço axial de compressão de até 580,28 kN. Como a resistência é superior ao esforço solicitante máximo atuante antes da cura (122,06 kN) e também depois da cura (238,20 kN), conclui-se que o perfil escolhido para as diagonais e montantes da treliça atende à NBR 8800:2008.

A Figura 65 mostra os resultados do programa referentes aos esforços axiais das diagonais/montantes: destacados em vermelho tem-se os esforços axiais solicitantes antes e depois da cura do concreto e em verde o esforço axial resistente. Os resultados do programa são condizentes com os valores esperados.

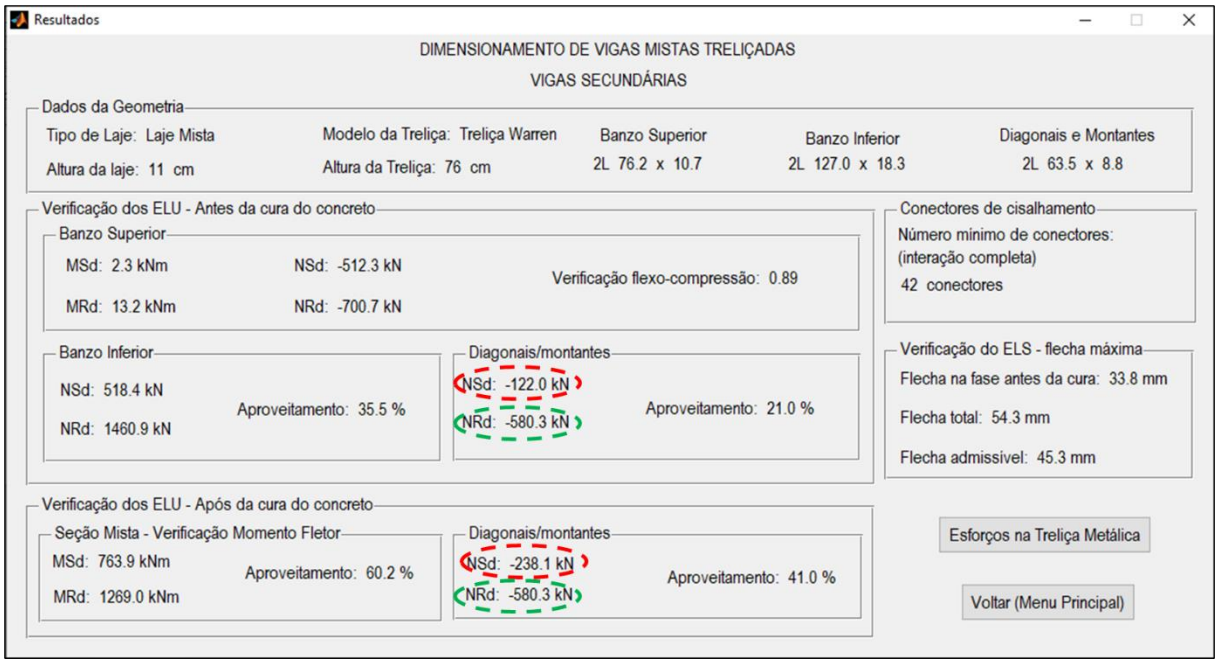

Figura 65. Resultados dos esforços axiais das diagonais/montantes antes da cura do concreto.

Fonte: do autor.

d) Número mínimo de conectores de cisalhamento

De acordo com o exemplo publicado pela ASCE (1996), a resistência de um conector de cisalhamento de 19 mm de diâmetro é igual a 93,4 kN. Considerando o coeficiente de ponderação da norma americana, o artigo demonstra que são necessários 23 conectores até o meio do vão da treliça mista:

$$N = \frac{1{,}3 \times A_g \times f_y}{Q_{Rd}}$$

$$N = \frac{1{,}3 \times 46{,}60 \times 34{,}5}{93{,}4} = 22{,}4$$

Assim, de acordo com o exemplo, seriam necessários 46 conectores de cisalhamento no total.

Em relação à norma brasileira, a resistência de um conector de cisalhamento é dada por:

$$Q_{Rd} = min \begin{cases} \frac{1}{2}\frac{A_{cs}\sqrt{f_{ck}E_c}}{\gamma_{cs}} \\ \frac{R_g R_p A_{cs} f_{u,cs}}{\gamma_{cs}} \end{cases}$$

De acordo com a Figura 50, a treliça metálica é paralela ao perfil. O coeficiente de grupo (R_g) será considerado igual a 1,0, já o coeficiente de posição (R_p) será considerado de forma conservadora igual a 0,75.

$$A_{cs} = \frac{\pi \times 1{,}9^2}{4} = 2{,}83\ cm^2$$

$$E_c = \alpha_i \times 5600\sqrt{f_{ck}} \quad (f_{ck}\ em\ MPa)$$

onde:

$$\alpha_i = 0{,}8 + \frac{0{,}2 f_{ck}}{80}\ (f_{ck}\ em\ MPa)$$

Dessa forma, tem-se:

$$E_c = 21701{,}27\ MPa$$

A resistência a ruptura do aço do conector será considerada igual a 41,5 kN/cm².

$$Q_{Rd} = min \begin{cases} \frac{1}{2}\frac{1 \times 2{,}83\sqrt{2{,}07 \times 2170{,}127}}{1{,}25} \\ \frac{1{,}0 \times 0{,}75 \times 2{,}83 \times 41{,}5}{1{,}25} \end{cases}$$

$$Q_{Rd} = min \begin{cases} 75{,}87\ kN \\ 70{,}60\ kN \end{cases}$$

O valor da resistência de um conector de cisalhamento obtido através da norma brasileira é então igual a 70,60 kN. Dessa forma pode-se calcular a quantidade mínima de conectores até a metade do vão através da equação:

$$N = \frac{A_g \times f_{yd}}{Q_{Rd}}$$

$$N = \frac{46{,}58 \times 34{,}5/1{,}1}{70{,}60} = 20{,}69$$

Considerando as prescrições na norma brasileira, seriam necessários 21 conectores de cisalhamento até o meio do vão, sendo 42 conectores no total.

A Figura 66 mostra o resultado do programa para o número total de conectores e o valor obtido foi o esperado.

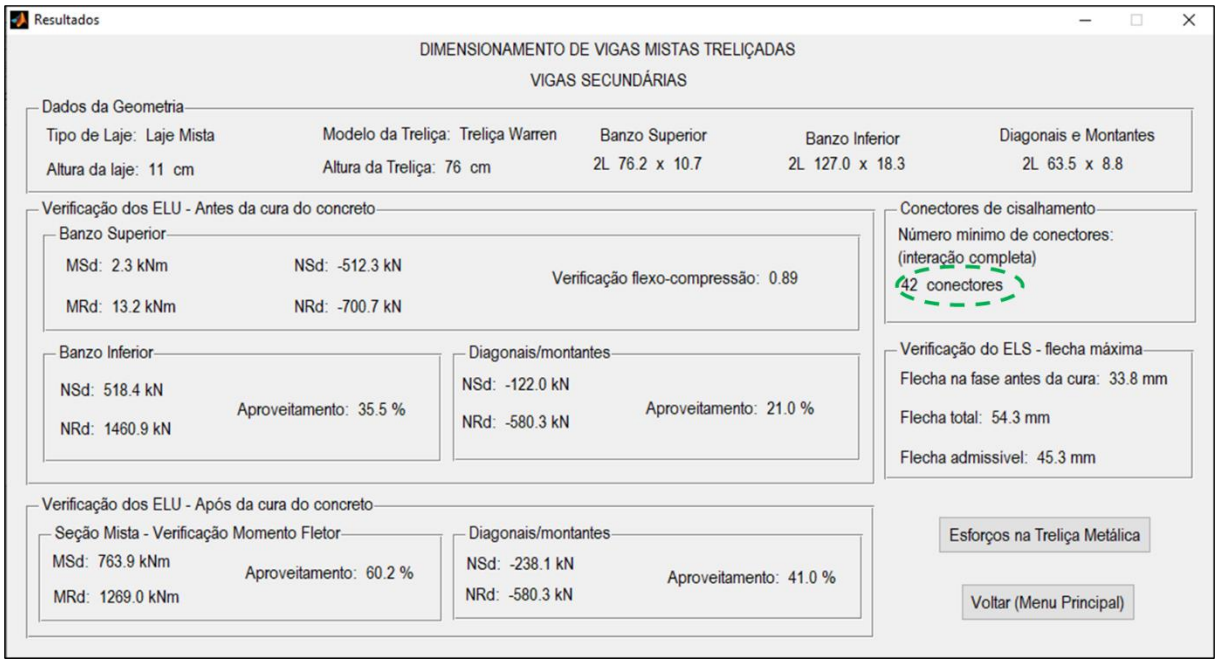

Figura 66. Resultados do número de conectores.

Fonte: do autor.

5.4 VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO DE FLECHA EXCESSIVA

Para aferição do programa no que tange a verificação do estado limite de flecha excessiva foi resolvido um exemplo manualmente para posterior comparação com os resultados obtidos através do programa desenvolvido neste trabalho. A viga mista treliçada utilizada como exemplo é composta por uma treliça metálica do tipo Pratt e uma laje de concreto com fôrma incorporada, como mostrado na Figura 67.

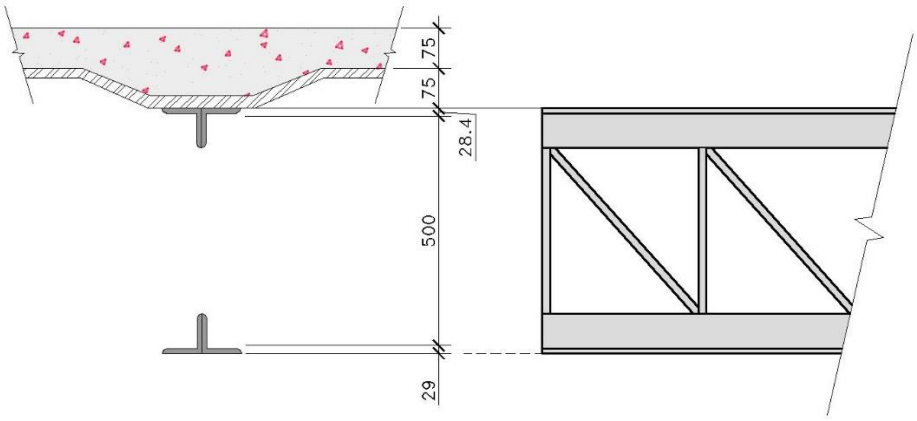

Figura 67. Modelo de treliça mista utilizado no exemplo ELS.

Fonte: do autor.

O vigamento é mostrado na Figura 68.

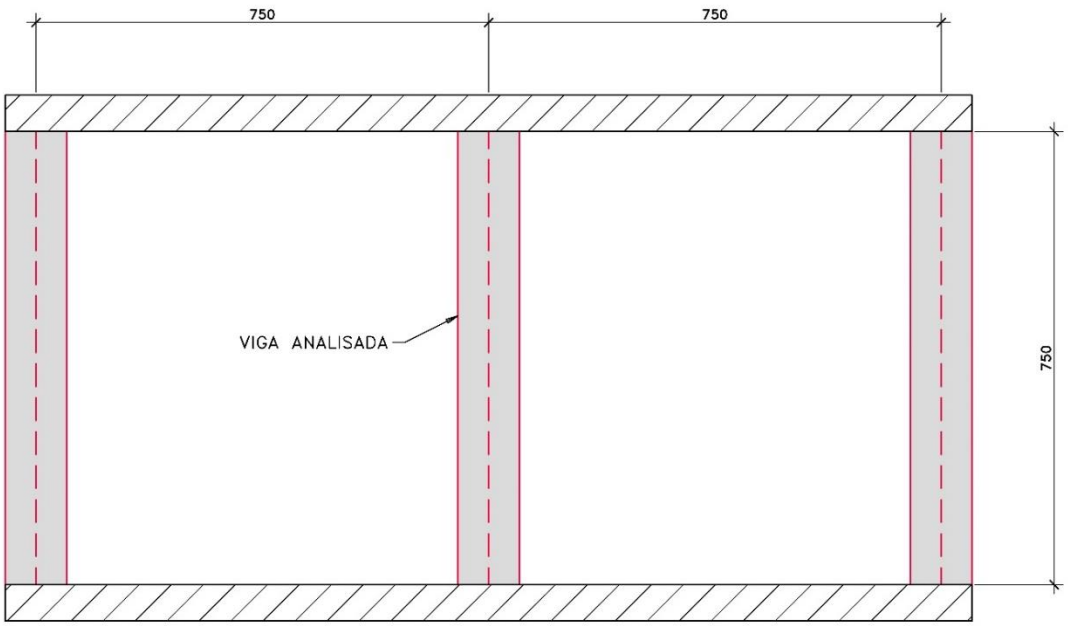

Figura 68. Espaço entre vigas e vão para o exemplo considerado.

Fonte: do autor.

A treliça mista analisada terá construção não escorada, conforme os dados de entrada mostrados na Figura 69.

Figura 69. Dados de entrada do menu principal.

Fonte: do autor.

Tem-se os seguintes dados relacionados à geometria e materiais:

a) Comprimento total da treliça: 750 cm (4 painéis de 187,5 cm);
b) Espaçamento entre treliças: 750 cm;
c) Altura da treliça (distância entre centroides dos banzos): 50 cm;
d) Resistência característica do aço (f_y): 345 MPa;
e) Altura da fôrma de aço: 75 mm;
f) Altura total da laje de concreto: 150 mm;
g) Resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}): 25 MPa;
h) Perfil utilizado no banzo inferior: 2L 101,6 x 9,52mm (A_t=18,45 cm²). Peso linear: 14,57 kg/m;
i) Perfil utilizado no banzo superior: 2L 101,6 x 7,94mm (A_b=15,48cm²). Peso linear: 12,19 kg/m;
j) Perfil utilizado nas diagonais e montantes: 2L 88,9 x 7,94 mm. Peso linear: 10,59 kg/m;
k) Viga de piso.

Os dados de entrada do programa relacionados à geometria e aos materiais são mostrados na Figura 70.

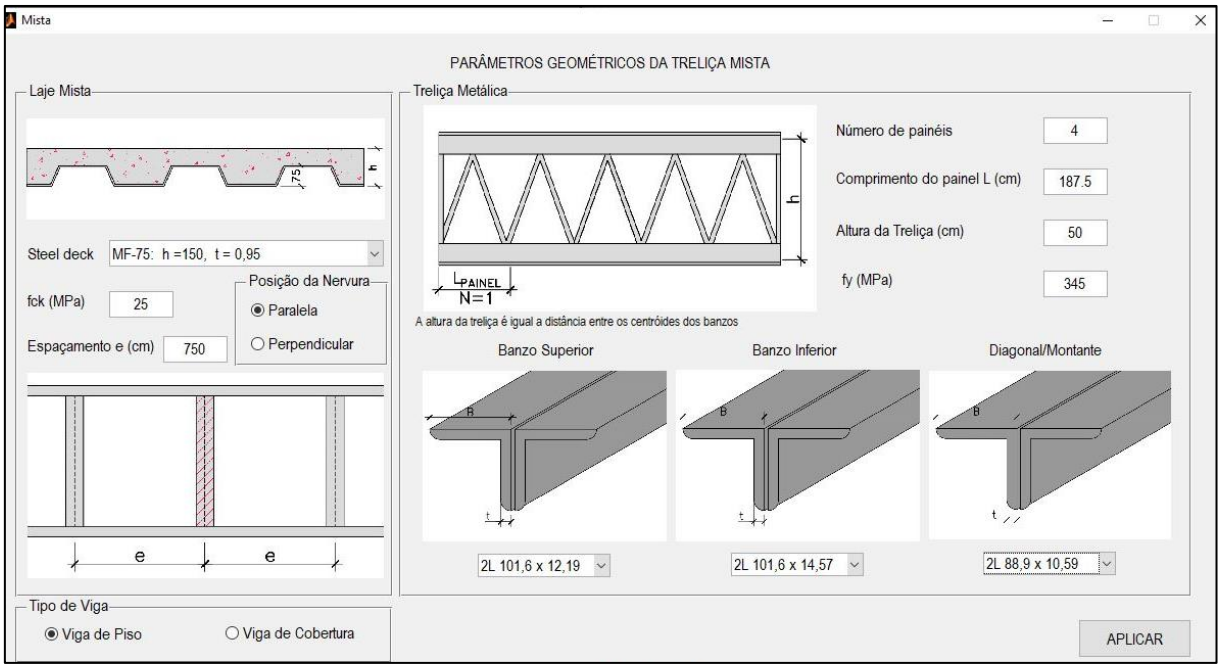

Figura 70. Dados de entrada referentes a geometria da treliça.

Fonte: do autor.

Para os carregamentos, foram considerados os seguintes valores:

a) Peso próprio da laje (considerando a fôrma incorporada): 2,75 kN/m²;

b) Peso próprio da treliça metálica: 0,415 kN/m (calculado a partir dos pesos lineares dos perfis que compõem a treliça e considerando uma majoração de 10% para levar em conta os pesos de ligações);
c) Revestimento de piso de granito: 0,79 kN/m²;
d) Sobrecarga de utilização (teatro): 5,00 kN/m².;
e) Sobrecarga de construção: 1,00 kN/m².

Os dados de entrada relacionados aos carregamentos são mostrados na Figura 71.

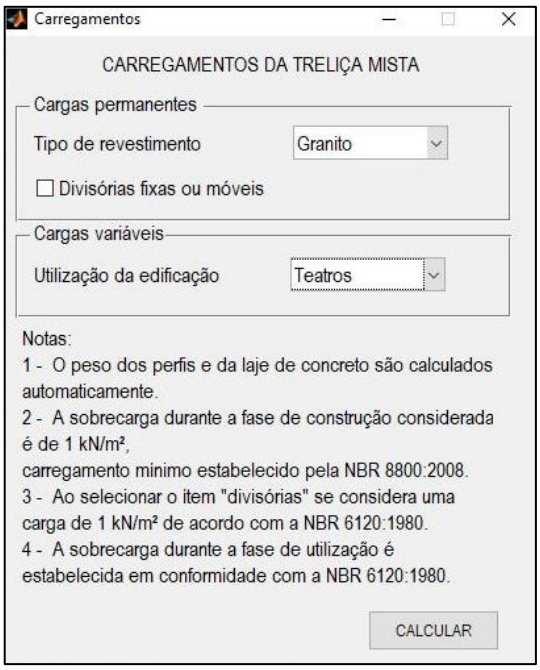

Figura 71. Dados de entrada referente aos carregamentos.

Fonte: do autor.

a) Flecha antes da cura do concreto

A carga que atua na treliça durante a fase de construção considerando a combinação rara de serviço é dada por:

$$q = PP_{aço} + PP_{concreto}$$

$$q = 0{,}415kN/m + 2{,}75kN/m^2 \times 7{,}5m$$

$$q = 21{,}04\ kN/m$$

O momento de inércia da treliça metálica é dado por:

$$I_t = \frac{A_b \times A_t}{A_b + A_t} \times h^2$$

$$I_t = \frac{3690 \times 3096}{3690 + 3096} \times (500)^2$$

$$I_t = 420{,}88 \times 10^6\ mm^4$$

Momento de inércia efetivo da treliça metálica:

$$I_{ef,t} = 0{,}85 \times I_t$$

$$I_{ef,t} = 357{,}74 \ \times 10^6 \ mm^4$$

A flecha para a fase de construção é dada por:

$$\delta_0 = \frac{5 \times q \times L^4}{384 \times \ E_s \times I_{ef,t}}$$

$$\delta_0 = \frac{5 \times 21{,}04 \times 7500^4}{384 \times \ 200000 \times 357{,}74 \ \times 10^6} = 12{,}4 \ mm$$

b) Flecha causada pelas cargas permanentes de longa duração

Para os cálculos da flecha após a cura do concreto, considera-se o momento de inércia da seção mista formada pela laje de concreto e o banzo inferior da treliça:

$$I_m = \frac{A_b \ \times \ {A_c}/{\propto_e}}{A_b + {A_c}/{\propto_e}} x \ \left(D_t + \frac{D_s + \ D_p}{2} - \ x_b\right)^2$$

Para determinar o valor de α é necessário calcular o módulo de elasticidade secante do concreto:

$$E_{cs} = \propto_i \ 5600\sqrt{f_{ck}} \ , onde \ f_{ck} \ deve \ estar \ em \ MPa$$

Onde $\propto_i$:

$$\propto_i = 0{,}8 + \frac{0{,}2 f_{ck}}{80}$$

Substituindo nas equações:

$$\propto_i = 0{,}8 + \frac{0{,}2 \times 25}{80} \rightarrow \propto_i = 0{,}8625$$

$$E_{cs} = 0{,}8625 \times 5600\sqrt{25} \rightarrow \ E_{cs} = 24150 \ MPa$$

$$\propto_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$$

Subsituindo os valores dos módulos de elasticidade dos materiais tem-se:

$$\propto_e = \frac{200000}{24150} \rightarrow \propto_e = 8{,}28$$

Para as cargas de longa duração deve-se multiplicar o $\propto_e$ por 3 para considerar de forma simplicada o efeito da fluência no concreto.

$$\propto_e = 24{,}84$$

A área efetiva de concreto é dada por:

$$b_{ef} = min \begin{cases} \frac{7500}{4} = 1875mm \\ 7500\ mm \end{cases}$$

$$b_{ef} = 1875$$

$$A_c = 1875 \times 75$$

$$A_c = 140625mm^2$$

Substituindo na equação do momento de inércia tem-se:

$$I_m = \frac{3690\ \times\ {}^{140625}/_{24,84}}{3690 + {}^{1405625}/_{24,84}} \left(557,4 + \frac{150 +\ 75}{2} -\ 29\right)^2$$

$$I_m = 9,175\ \times 10^8 mm^4$$

O momento de inércia efetivo é dado por:

$$I_{ef,m} = I_m - 0,15 \times I_t$$

$$I_{ef,m} = 854,46\ \times 10^6\ mm^4$$

A carga permanente que atua após da cura do concreto, excluindo os carregamentos já considerados, é o peso próprio do revestimento.

$$q_{p,ld} = 0,79\ kN/m^2 \times 7,5m$$

$$q_{p,ld} = 5,93\ kN/m$$

Dessa forma, a flecha causada pelas cargas permanentes de longa duração é dada por:

$$\delta_{p,ld} = \frac{5 \times 5,93 \times 7500^4}{384 \times\ 200000 \times 854,46\ \times 10^6} = 1,43\ mm$$

c) Flecha causada pelas cargas variáveis de longa duração

Como no item “b”, o momento de inércia usado para o cálculo da flecha será o efetivo, considerando os efeitos de fluência no concreto.

$$I_{ef,m} = 854,39\ \times 10^6\ mm^4$$

Como explicado anteriormente, é razoavel considerar que 40% da sobrecarga (ação variável) atua na maior parte do tempo na estrutura, sendo assim uma carga de longa duração.

$$q_{v,ld} = 5\ kN/m^2\ \times 0,4$$

$$q_{v,ld} = 2\ kN/m^2\ \times 7,5$$

$$q_{v,ld} = 15\ kN/m$$

A flecha é dada por:

$$\delta_{v,ld} = \frac{5 \times 15 \times 7500^4}{384 \times\ 200000 \times 854{,}46\ \times 10^6} = 3{,}62\ mm$$

d) Flechas causadas pelas ações variáveis de curta duração

Como nos itens “b” e “c”, o momento de inércia deverá ser o da seção mista. Porém, para as cargas de curta duração, a razão entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto assumirá o valor de 8,28, visto que para cargas de curta duração não há efeito de fluência no concreto.

$$\propto_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \rightarrow \propto_e = 8{,}28$$

Logo, o valor da inércia é dado por:

$$I_m = \frac{3690\ \times\ {}^{140625}/_{8{,}28}}{3690 + {}^{140625}/_{8{,}28}} \left(557{,}4 + \frac{150 +\ 75}{2} -\ 29\right)^2$$

$$I_m = 1{,}245\ \times 10^9\ mm^4$$

Momento de inercia efetivo:

$$I_{ef,m} = I_m - 0{,}15 \times I_t$$

$$I_{ef,m} = 1181{,}87\ \times 10^6\ mm^4$$

Carga variável de curta duração:

$$q_{v,cd} = 5\ kN/m^2\ \times 0{,}6$$

$$q_{v,cd} = 3\ kN/m^2\ \times 7{,}5$$

$$q_{v,cd} = 22{,}5\ kN/m$$

A flecha é dada por:

$$\delta_{v,cd} = \frac{5 \times 22{,}5 \times 7500^4}{384 \times\ 200000 \times 1181{,}87 \times 10^6} = 3{,}92\ mm$$

Dessa forma, a flecha total da viga mista dada pela soma de cada uma das parcelas é igual a 21,27 mm.

De acordo com a NBR 8800:2008, para vigas de piso a flecha máxima deve ser menor ou igual a *L*/350:

$$\delta_{adm} = \frac{7500}{350} = 21{,}4mm$$

Conclui-se que a viga analisada atende a verificação do estado limite de serviço de flecha excessiva.

Os resultados apresentados pelo programa são mostrados na Figura 72.

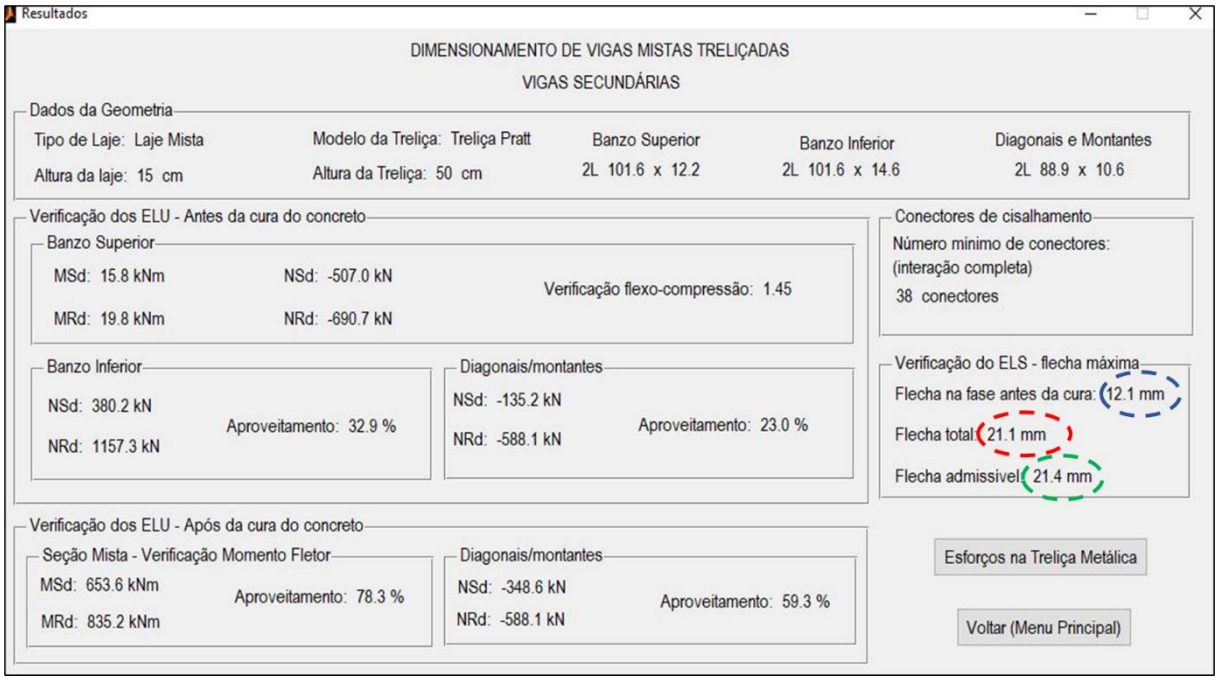

Figura 72. Resultados do programa para o ELS.

Fonte: do autor.

A comparação entre os resultados obtidos é apresentada na Tabela 5.

Tabela 5. Comparação dos resultados relacionados a verificação do ELS de flecha excessiva.

Flecha	**Resultado (Dim. de Vigas Mistas Treliçadas) [mm]**	**Resultado do exemplo manual [mm]**	**Diferença (%)**
Flecha admissível	21,4	21,40	0,0%
Flecha antes da cura	12,1	12,40	2,5%
Flecha total (fase mista)	21,1	21,27	0,8%

A pequena diferença apresentada entre os resultados está relacionada aos arredondamentos durante a resolução do exemplo manual.

6 CONCLUSÃO

Nesse trabalho, um programa computacional foi implementado utilizando-se o software MATLAB 2013 para automatizar a análise e verificação dos elementos estruturais que compõem as treliças planas do tipo Pratt, Howe e Warren e verificação dos estados limites últimos passíveis de ocorrência em treliças mistas, além da verificação do estado limite de serviço de flecha excessiva. A ferramenta computacional desenvolvida possui interface gráfica e permite que o usuário defina a geometria da treliça mista a ser verificada. O programa computacional foi elaborado com base em fluxogramas e rotinas de cálculo desenvolvidos de acordo com a prescrições da NBR 8800:2008.

O MATLAB 2013 se mostrou uma boa plataforma para a elaboração do *software*, devido à sua eficiência em efetuar operações com matrizes, o que possibilitou a implementação do Método dos Deslocamentos para a análise estrutural de treliças planas. A plataforma permitiu a criação de funções que efetuassem os cálculos de esforços resistentes dos perfis de aço sem dificuldades significativas e atendeu as expectativas com relação ao desenvolvimento de uma interface gráfica de fácil interação com o usuário.

Os resultados da análise estrutural de treliças planas do programa desenvolvido não apresentaram divergência quando comparados aos resultados obtidos através do programa livre Ftool (2017) elaborado pelo professor Luiz Fernando Martha. Já as verificações dos estados limites últimos e a verificação do estado limite de serviço de flecha excessiva foram aferidos comparando os resultados do programa com exemplos resolvidos manualmente, baseados naqueles dispostos na literatura. O programa apresentou os resultados esperados, se mostrando uma excelente ferramenta para automatizar o dimensionamento de treliças mistas.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como mencionado anteriormente, o estudo isolado do comportamento de lajes de concreto e de treliças é muito difundido, já o comportamento conjunto destas estruturas como treliças mistas merece estudos mais detalhados. Por conseguinte, ainda há muito o que discutir e analisar com relação a esse tipo de estrutura mista.

Como sugestão para trabalhos futuros tem-se:

a) Acrescentar ao programa a possibilidade de se digitar a geometria de perfis ou lajes do tipo *steel deck* que não fazem parte do banco de dados do programa e/ou adicionar ao banco de dados mais perfis comerciais;

b) Permitir ao usuário escolher um perfil para as diagonais e outro perfil para os montantes das treliças, visto que o esforço que atua em cada um desses componentes pode ser significativamente diferente;
c) Incluir a possibilidade de se fornecer a geometria das ligações das barras, de forma que possa ser avaliado o estado limite último de ruptura da seção líquida para barras submetidas a esforço de tração;
d) Permitir que o usuário digite ou desenhe treliças de formas variadas;
e) Permitir que o usuário digite carregamentos que atuam na estrutura ou forneça um esforço já combinado;
f) Realizar estudos paramétricos, variando a geometria da seção transversal da treliça mista para uma posterior análise de como as variáveis influenciam a resistência a momento fletor;
g) Implementar rotinas de otimização para que o programa sugira o perfil adequado;
h) Implementar as verificações de acordo com prescrições de normas estrangeiras.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE). **Proposed specification and commentary for composite joists and composite trusses.** Journal of Structural Engineering, v. 122, n. 4, p. 350-358, 1996.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto - procedimentos**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120: **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16239: **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares**. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, 2008.

BRAZ, J. P. R. **Tabuleiros de pontes em treliças mistas**. 98p. Dissertação (Mestrado). Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

CHIEN, E. Y. L.; RITCHIE, J. K. **Design and Construction of Composite Floor Systems**, Chapter 5 – Composite Open Web Steel Joists and Trusses. Canadian Institute of Steel Construction. 323p. Ontario, 1984.

FABRIZZI, M. A. GONÇALVES, R. M. Caderno de Engenharia de Estruturas**. Contribuição para o projeto e dimensionamento de edifícios de múltiplos andares com elementos estruturas mistos aço-concreto**, São Carlos. v. 10, n. 46. p. 91-110, 2008.

FAKURY, R. H.; SILVA, A. L. R. C.; CALDAS R. B. **Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto**. São Paulo: Peason Editora, 2016.

FTOOL – **Two Dimensional Frame Analysis Tool**. Versão 4.00.00 Basic. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio, 2017.

MARTINS, J. D. **Estudo teórico, numérico e experimental de treliças mistas em perfis tubulares.** Doutorado em Engenharia Civil**.** Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, Minas Gerais, 2014.

MARTINS, J. D. **Análise experimental-teórico-numérica de sistemas treliçados mistos.** Doutorado em Engenharia Civil. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais, 2011.

MATLAB. Versão 8.1. Mathworks, 2013. Disponível em: < https://www.mathworks.com/>. Acesso em 10 de agosto de 2019.

MONTAGNER, S. **Estudo Teórico sobre o Dimensionamento e Automação do Projeto de Vigas Mistas Treliçadas Planas Compostas por Barras Tubulares de Aço Associadas a Uma Mesa de Concreto Armado para Pisos**. Dissertação (Mestrado em Eng. Civil) Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2013.

NEAL, S., JOHNSON, R., LAWSON, R. M., MULLETT, D. L. **Design of composite trusses** – SCI-P-083. The Steel Construction Institute: Ascot, UK, 1992. 61p.

PEREIRA JUNIOR, SINEVAL ESTEVES. **Análise experimental de treliças mistas com perfis tubulares.** Mestrado em Engenharia Civil**.** Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, Minas Gerais, 2011.

PONTE RODOFERROVIÁRIA SOBRE O RIO PARANÁ. **RMG Engenharia**, 2019. Disponível em: <https://rmgengenharia.com.br/portfolio/ponte-rodoferroviaria-sobre-o-rio-parana/>. Acesso em: 28 de novembro de 2020.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.l J.; MATA, L. A. C. Da. **Elementos das estruturas mistas aço-concreto**. Belo Horizonte, O lutador, 2001.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J.; MARTINS., A. G. **Estruturas Mistas – volume 1**. 2ª edição. Centro Brasileiro da Construção em Aço, Rio de Janeiro, 2012.

SILVA, A. O. B. **Treliça Tubular Mista com Múltiplos Painéis Vierendeel**, Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2013.

TRINDADE, G. C.; FERNANDES, G. R.; BERTOLINO, R. J**. Análise estrutural de vigas mistas treliçadas do tipo steel-joist warren modificada.** Matéria (Rio de Janeiro) vol.22 nº 3. Rio de Janeiro, 2017.

WARDENIER, J.; KUROBANE, Y.; PACKER, J. A.; DUTTA, D.; YEOMANS, N. **Design guide for circular hollow section (CHS) joints under predominantly static loading**. Comité International pour le Développemente et l'Étude de la Construction Tubulaire. 68p. Germany, 1991.

WAEVER, W. J.; GERE, J. M. **Matrix analysis of framed structures**. 2ª edição**.** Nova York: editora Van Nostrand Reinhold, 1980.